الباب الأول

جـــذور العلـــوم

١ - ١ البحـث عـن القوى التى تشكل العالم

ما هى القوى التى تحكم الكون؟ كيف سنعرفها؟ وكيف ستساعد هذه المعرفة فى فهم العالم وبالتالى يمكن استخدامها لصالحنا؟

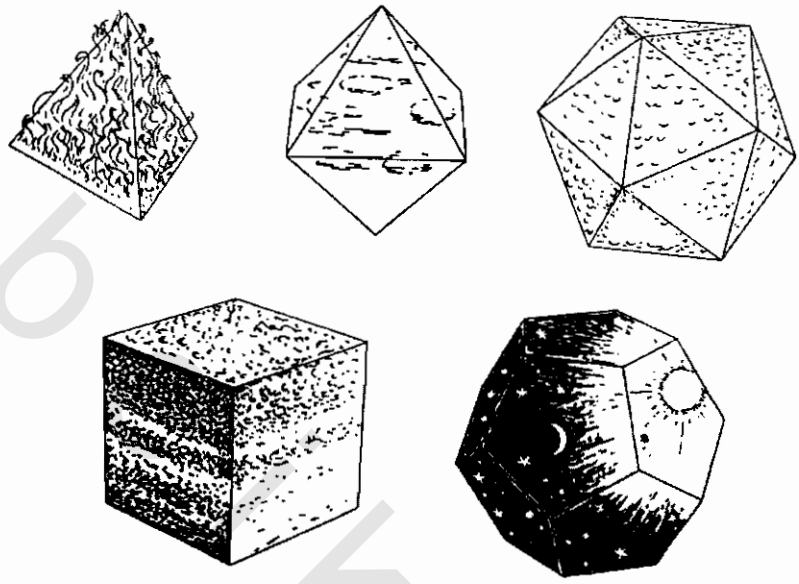
منذ فجر التاريخ والناس مهمومون بمثل هذه الأسئلة. ما تبـــادر للأذهان ارتباط الظواهر الطبيعية بالمشاعر السائدة بين الناس مثل الكبرياء، الحب، الطموح، الغضب، الخوف، الانتقام... لذا ارتبط فى الأذهان أن هذه الظواهر الطبيعية مثل شروق الشمس، المطر، العواصف، المجاعات، الأمراض ما هى إلا انعكاس مشاعر الآلهة.

بعد فترة لاحظ البشر دقة بعض الظواهر الطبيعية مثل قصة الشمس فى السماء وتتابع الليل والنهار، والفصول مما يؤثر على نمو النباتات وبالتالى سلوكيات الحيوانات. كذلك الأمر بالنسبة للقمر حيث يتتابع ظهوره بشكل دورى منتظم وارتباط واضح بحركة الشمس. كذلك لوحظ ارتباط المد والجذر بحركة القمر. تطور الأمر وأفصحت الكواكب الأخرى عن بعض الانتظام فى حركتها، وظهر فكر ارتباط هذه الأحداث برغبات الآلهة ولكن هذه الرغبات تحكمها قوانين رياضية. كذلك تطور الفكر إلى ما يحدث على الأرض وأنه لابد أن تحكم الظواهر الأرضية المتتابعة قوانين رياضية.

بعد أن لوحظ أن كل الأجسام تسقط للأسفل تحـــت تأثير ما نســـميه الآن بالجاذبية، وأن المادة تتحول من شكل لآخر ولكن يظل المقدار ثابتا، يضاف إلى ذلك أنه أمكن وصف هذه الأحداث فى هندسة ثلاثية الأبعاد والتى نسميها الآن هندسة إقليدس، كما تم الكشف عن بعض القوانين التى تحكم سلوك الأشعة الضوئية.

ولكن فى بعض الأحيان جمح الخيال والافتتان بالأشكال الهندسية حتى نسبوا لبعضها قوى خارقة، بل وتم الربط بين أشكال أفلاطون وحالات المادة الثلاث كما هو مبين فى شكل ١ - ١.

obeikandl.com



شكل (١-١): الربط بين أشكال أفلاطون الخمسة للأجسام الصلبة وحالات المادة الثلاث والعناصر الأربعة (النار، الهواء، الماء والتراب) وكذلك القبة الزرقاء السماوية ممثلة بشكل له إثنا عشر جانباً.

١ - ٢ الحقيقة الرياضية

كانت الخطوات الأولى نحو فهم التأثيرات الفعلية التى تحكم الطبيعة تتطلب فك التداخل بين ما هو حقيقى وما هو مجرد افتراضات. كان ضروريا قبل هذه الخطوة خطوة تسبقها وهى الفصل بين ما هو حقيقى وما هو افتراضى فى الرياضيات نفسها. هذه الخطوة كانت أهم خطوة على الطريق الصحيح والتى أدت إلى اختراقات عديدة فى كل العلوم بعد ذلك.

رغم أن حقائق مختلفة فى الرياضيات قد تم التوصل إليها فى مصر الفرعونية وفى بابل، إلا أنه حتى عصور الفلاسفة العظام فى اليونان القديم مثل طاليس (٦٢٥ - ٥٤٧ ق.م.) وفيثاغورث (٥٧٢ - ٤٩٧ ق.م) الذين أدخلوا مفهوم «البرهان الرياضى» والذى يمثل حجر الأساس للرياضيات ذاتها بل والعلوم كلها.

يرجع الفضل فى ذلك على ما يبدو إلى الأفلاطونيين والذين وضعوا هذا المفهوم فى مكانته العالية وجعلوا منه حجر الزاوية فى كل العلوم بعد ذلك.

كذلك يعود الفضل إلى أفلاطون نفسه فى تقدير قيمة ودور «العدد» والعمليات الحسابية فى وصف عالمنا هذا. يقال إنه لاحظ أن أجمل النغمات تصدر عن الأوتار عندما تكون النسبة بين أطوالها كسوراً من أعداد صحيحة، وبذا أُدخل مفهوم «مقياس فيثاغورث» والذى وضع أساس «السلم الموسيقى» للموسيقى الغربية كلها.

إن نظرية «فيثاغورث» الشهيرة عن طول وتر المثلث قائم الزاوية عمقت مفهوم وجود علاقة متينة بين الأرقام والهندسة الفراغية التى تصف عالمنا هذا. لم تنتشر أفكار فيثاغورث وأتباعه نظراً لأنهم كانوا يحتفظون بكل هذه المعلومات فى سرية تامة وتحت قَسَم بعدم إفشائها وكان من يفشى سرا يعاقب بالموت.

برغم كل هذا أثر الفكر الأفلاطونى على الفكر الإنسانى كله وظهرت الرياضيات كعلم راسخ لا تبلى حقائقه بمرور الزمن بل تزداد عمقا وأهمية وتظل صحيحة وغاية فى الأهمية رغم مرور الأيام والسنين.

«ولكن ما هو البرهان الرياضى؟»

البرهان الرياضى هو التوصل إلى قاعدة جديدة عن طريق سوق دلائل قاطعة مبنية على المنطق المجرد أو انطلاقا من المسلمات الرياضية (axioms) والتى تبدو فى حد ذاتها بديهية أى «لا تحتاج إلى برهان». عند اكتمال البرهان تسمى هذه القاعدة بالنظرية «theorem». كان اهتمام أتباع فيثاغورث منصبا على الأشكال الهندسية والأعداد. بالنسبة للنظريات الخاصة بالأعداد فهى حتى الآن سليمة لم تطرأ عليها أية تعديلات جوهرية، ولكن بالنسبة للهندسة فقد طرأت عليها تعديلات جوهرية نظراً لأنه فى زمن فيثاغورث كانت الهندسة المعروفة آنذاك هى ما يسمى الآن بهندسة إقليدس. لقد تطورت مع الزمن هندسات أخرى غير إقليدية وسوف نعود لاحقا لهذه النقطة.

١ - ٣ هل «عالم أفلاطون الرياضى» حقيقى؟

لقد خلق أفلاطون (٤٢٩ – ٣٤٧ ق.م.) والذى ولد بعد فيثاغورث بقرن ونصف عالم «الأشكال الهندسية المثالية» وجعلها عالماً خاصًّا بذاتها وسمى «بعالم أفلاطون للأشكال الرياضية» وهو يختلف عن عالمنا الفيزيائى الحقيقى، حيث تقترب هذه الأشكال المثالية من تلك التى نصنعها من الورق أو المكعبات التى تنحت من الصخر أو المعدن ولكنها تقريبية ولا تتطابق مع أشكال أفلاطون المثالية تماماً.

لقد كانت هذه الفكرة غير عادية فى حينها وقد كانت الفكرة مؤثرة جداً كما ثبت بعد ذلك. كمنت قوة الفكرة فى التأكيد على الفصل بين عالم الأشكال الهندسية المثالية وعالمنا الحقيقى.

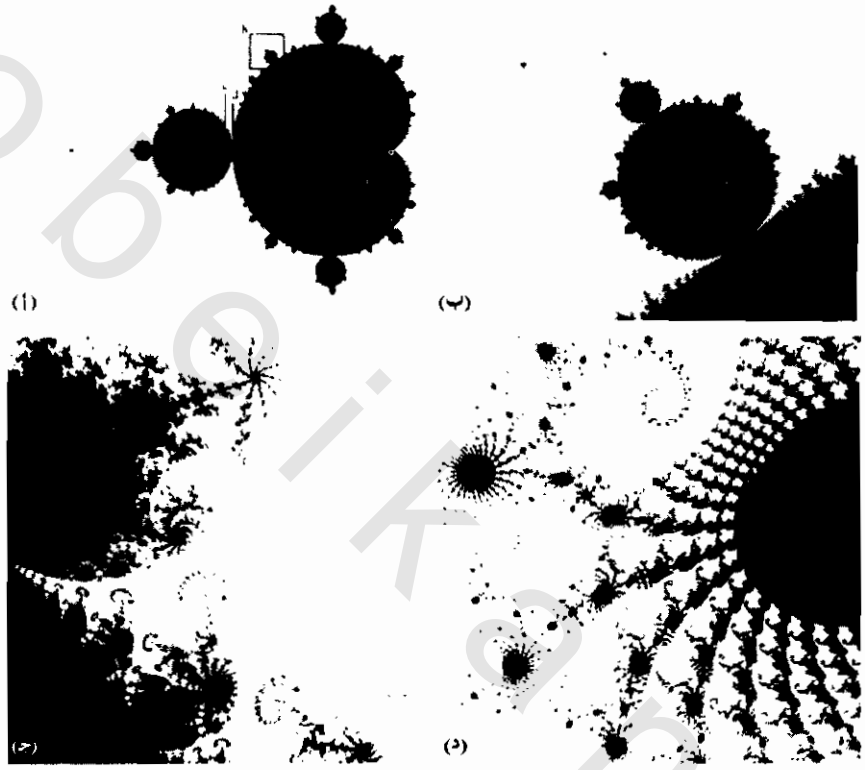
كما أنها وضعت حجر الأساس لكل العلوم وطريقة التفكير العلمى. لقد وجهت الفكر الإنسانى إلى طريقة تطور العلم وكيف أنه يبدأ بوضع نموذج ثم اختيار هذا النموذج بإجراء تجارب سليمة للتأكد من صحته أو تصحيحه أو صرف النظر عنه. يضاف إلى ذلك أنه لابد وأن نعى أن هذه النماذج هى مجرد نماذج رياضية يلزم تعريفها تعريفا دقيقا حتى لا تختلط الأمور بعد ذلك. جانب مهم أيضاً

أن هذه النماذج قائمة بذاتها خارج نطاق اختلاف التصورات والفروق بين عقول البشر حيث إن الرياضيات هى منظومة فكرية لا تعتمد على اختلاف وجهات النظر أو الرؤى – كذلك لابد وأن تكون هذه النماذج الرياضية لها صفة العلو على مدى ذكاء وفكر الرياضياتيين.

مازال هناك وجهة نظر مخالفة أن هذه الأشكال والنماذج هى مجرد تصورات تم ترشيحها وتنقيتها واتفق عليها الكل – ولكن من هم هذا الكل ؟ – هل هم العقلاء منا؟ أو هم الحاصلون على درجة الدكتوراه؟ لم يكن هناك حاملو دكتوراه فى عصر أفلاطون !! نعود ونسأل كيف نحدد هؤلاء العقلاء؟ وربما نصل إلى حلقة مفرغة، ولكن لابد وأن نعترف أولاً بأن الرياضيات لابد أن تعلو على فكر شخصى واحد أو عدة أشخاص مهما كانت مكانتهم العلمية. إنها بناء قائم بذاته له خصوصيته وعقلانيته، مبنى على المنطق التام ولا يعتمد على أية رؤى خاصة مهما علت هذه القدرات.

لكى أوضح هذه النقطة أعطى مثالاً كالآتى: فى عام ١٢٣٧م أفصح بيير فيرما (Pierre Fermat) عما يسمى الآن بالنظرية الأخيرة لفيرما، وفحواها أنه لا يوجد عدد صحيح بحيث إنه إذا رفع إلى أس نونى لا يمكن أن يساوى مجموع عددين صحيحين مرفوعين إلى نفس الأس إذا كان هذا الأس أكبر من العدد ٢، وهى التى كتبها على هوامش كتاب الحساب (Arithmetia) والذى كتبه الرياضياتى اليونانى القديم ديافانتوس (Diaphantos). كتب فيرما أيضاً فى هذه الهوامش أنه توصل إلى إثبات لهذه النظرية – ولكن هذه الهوامش صغيرة لكى تحوى مثل هذا البرهان – لقد ظل ما كتبه فيرما على هذه النظرية غير مدهش لمدة ٣٥٠ عاماً حتى نشر العالم البريطانى وايلز (Wiles) برهانه لهذه النظرية فى عام ١٩٩٥م. الآن هل كان ما قاله فيرما صحيحاً طوال هذه السنين وقبل أن يفصح عنه «فيرما» أم أن كونه صحيحاً هو معضلة ثقافية فقط؟ لنفترض أن صحة هذه النظرية هى نظرة شخصية، وبالتالى كان يمكن لعالم رياضياتى ما أن يعطى مثالا يدحض هذه النظرية قبل أن يصل وايلز لبرهانه هذا. فى تلك الحالة كان من الصعب على المجتمع الرياضياتى أن يقبل برهان وايلز، وهكذا أؤكد أن حتى الحقائق الرياضية لابد وأن تخضع للكثير من المراجعة حتى تستقر صحتها وتصبح فوق الرؤى الشخصية فى مجتمع الرياضياتيين.

لنعطى مثالاً آخر: فى شكل (١ – ٢) أعطى جزءاً من مجموعة ماندلبروت (Mandelbrot).

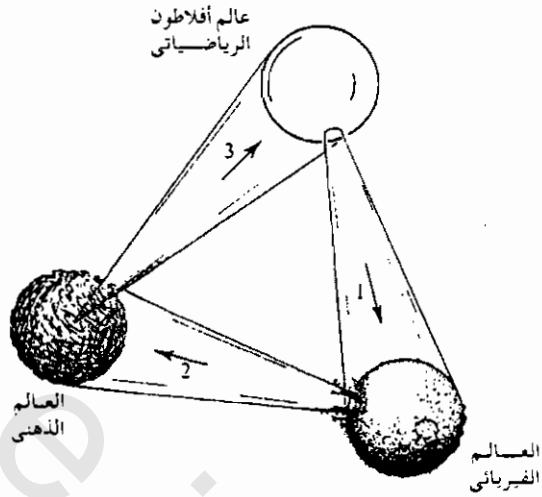


شكل (١-٢): المجموعة ماندلبروت
(أ) المجموعة (ب)، (جـ)، (د) تفاصيل بعض أجزاء المجموعة.
هذه المجموعة ليست من اختراع الإنسان وإنما هى نتاج قاعدة رياضية بسيطة
ولن ندخل فى هذه التفاصيل الآن.

من هنا نرى أن هذه المجموعة هى أكبر بكثير من الشكل الذى نراه، وأعلى من أى رسم قام الحاسب بطباعته على الورق بل وأعلى من عقل المبرمج وماندلبروت ذاته. هذا هو عالم أشكال أفلاطون – عالم قائم بذاته ولذاته، لا يمكن خلطه بعالمنا الفيزيائى الواقعى ولكن وجوده موضوعى تماماً كان موجوداً قبل ماندلبروت، بل وقبل أعمال بروكس وماتيلسكى (R. Brooks and J. P. Matelski) للذين شاهدا هذه الأشكال فى عام ١٩٨١م، وقبل ذلك بالتأكيد.

١ - ٤ ثلاثة عوالم وثلاثة أسرار عميقة

فى شكل ١ – ٣ أورد رسماً تخطيطياً لهذه العوالم الثلاث : العالم الفيزيائى – العالم الذهنى والعالم الرياضياتى على شكل دوائر.



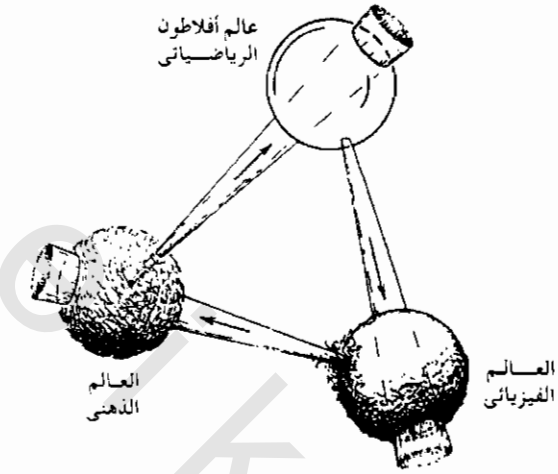
شكل (١-٣): ثلاثة عوالم: الفيزيائى والذهنى والرياضياتى الأفلاطونى والعلاقات الغامضة بينهم.

من الجدير بالذكر أن القليل فقط من العالم الرياضياتى بل والقليل جداً مرتبط بالعالم الفيزيائى، حيث إن الكثير من الأنشطة الرياضياتية لا تجد انعكاساً مباشراً فى الفيزياء أو أى من العلوم الأخرى بشكل مباشر، حتى مع دهشتنا الكبيرة فى العديد من الحالات لوجود تطبيقات هامة جداً لهذه الأنشطة الرياضياتية فى الحياة العملية. فى نفس الوقت أيضاً لابد وأن نعترف أن العالم الذهنى لا يرتبط ارتباطاً مباشراً بعالمنا الفيزيائى، حيث إننا إذا سلمنا بأن للقطة نشاط ذهنى محدود إلا أن ذلك لا ينطبق بالتأكيد على الحجر مثلاً. بالنسبة للعلاقة الثالثة بين العالمين الرياضياتى والذهنى فكم هو قليل هذا الارتباط! حيث إننا مفعمون طوال حياتنا بمشاعر الضجر والاستمتاع والقلق وغيرها مما لا يوجد له انعكاس فى العالم الرياضياتى.

هكذا نرى من شكل (١-٣) أن العالم الفيزيائى محكوم بقوانين رياضية حالية ومستقبلية وربما تكون هذه القوانين أو المعادلات لا صلة لها بما ستأتى به الرياضيات فى المستقبل مما قد يعنى أن عالمنا الفيزيائى يخضع لقوانين دقيقة جداً مع السماح ببعض من الابتعاد عن هذه الدقة بشكل عشوائى ولكن ومرة أخرى يخضع للقوانين التى تصف السلوك العشوائى للنظم الفيزيائية حسب قوانين محددة ودقيقة.

ومرة أخرى ماذا نعنى بالخضوع أو التحكم فى العالم الفيزيائى ؟ ولكن لهذا الغرض بالذات نتعرض فى هذا الكتاب للكثير من جوانب هذا الموضوع الشيق. على أى حال إننى سعيد بأن أقبل أن يكون سلوكى وسلوك أصدقائى والمحيطين بى خاضعا لمثل هذه القوانين الرياضية، وهذا فى أى حال أفضل من أن تتحكم فى هذه السلوكيات نزعات سيئة مثل الجشع، البحث عن اللذة أو العنف الزائد. لن نتوقف كثيراً عند الارتباط الثانى – الارتباط بين العالمين الذهنى والفيزيائى – وإنما نوضح

فى شكل (١-٤) حلا لهذه الإشكاليات.



شكل (١ – ٤): إعادة لشكل (١-٣) ولكن بشكل يتيح الحيود عن الارتباطات الجامدة فى الشكل الأول (١-٣).

١-٥ الطيب، الصادق والجميل

ثمة بعض الجوانب فى شكلى (١-٣) و(١-٤) تستحق التوقف عندها. لقد أخذت عالم أفلاطون على شكل أشكال هندسية مثالية محددة ومحدودة، ولكن الرياضيات عموما تتمحور حقيقة حول الصدق. لقد أصر أفلاطون نفسه على وجود حقيقتين مثاليتين آخريين ألا وهما الصدق والخير. لسنا بصدد التعمق فى معنى كل من هذين المفهومين ولكن سوف نمس كل هذا عندما نعرض للعلاقة بين النظريات الفيزيائية وصدقها وبالتالى جمالها – ولكن كل فى حينه – هذا ربما يكون من الأمور المعضّدة لوجود مثل هذا العالم الرياضياتى المثالى، جمال النظريات الرياضية التى تصف بعضا من عالمنا الفيزيائى هذا.

وأخيراً أود أن أؤكد على جانب تركته عمداً حتى نهاية الباب ألا وهو أن الشك الذى أوردته يحوى معضلة، وهو هل هذه العوالم الثلاثة حقيقية منفصلة أم أنها يحوى أحدها الآخر ؟ كما أن كل منها انعكاس بشكل أو آخر للآخر، تلك هى الحقائق التى سوف تحتاج لسنين طويلة للكشف عن جوهرها وحقيقة وجودها.