

## الفصل

# 1

## التقارير والعمليات المنطقية Statements and Logic Operations

### ١- التقارير (العبارات) Statements

نعلم أن الجمل في اللغة العربية تختلف في أنواعها فمنها الجمل الفعلية والجمل الاسمية و الجمل التعجبية والجمل الاستفهامية أو الطلبية... الخ. وفي المنطق الرياضى يتم تقسيم الجمل إلى قسمين هما:

- جمل خبرية : وهى الجمل التى تحمل إلينا خبرا ما.
- جمل غير خبرية : وهى الجمل التى لا تحمل إلينا أى خبر.

مثال ١: فى الجدول الآتى نوضح أمثلة مختلفة من الجمل الخبرية والجمل الغير خبرية

نوع الجملة	الجملة
جملة خبرية	الصيف فصل من فصول السنة .
جملة غير خبرية ( جملة استفهام )	ما هو اسمك ؟
جملة خبرية	القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية .
جملة خبرية	التدخين ضار جدا بالصحة العامة .
جملة غير خبرية ( جملة تعجب )	ما اجمل فصل الربيع !
جملة غير خبرية ( جملة نداء )	يا احمد كن حريصا على الاستيقاظ مبكرا .
جملة خبرية	المنطق علم من علوم الرياضيات .
جملة غير خبرية ( جملة استفهام )	هل المثلث المتساوى الأضلاع متساوى الزوايا ؟
جملة خبرية	مجموع زوايا المثلث تساوى 180 درجة .
جملة غير خبرية ( جملة طلبية )	لا تقسم على الصفر .

### تعريف ١ : التقرير Statement

التقرير هو جملة خبرية ذات معنى تحمل خبراً ويمكن الحكم بأنها إما صائبة وإما خاطئة ولا تكون صائبة وخاطئة في آن واحد.

أى انه يمكننا القول أن الجملة الخبرية تكون تقرير إذا اقترنت بالناج صواب أو خطأ.

### تعريف ٢ : التقارير الصائبة والتقارير الخاطئة

إذا كان التقرير يحمل خبراً صادقاً فإنه يسمى تقريراً صائباً وإذا كان التقرير يحمل خبراً كاذباً فإنه يسمى تقريراً خاطئاً.

### تعريف ٣ : قيم الحقيقة ( الصواب ) Truth Values

الكلمات "صواب" و "خطأ" تسمى بقيم الحقيقة للتقرير وإذا كان التقرير صائب (True) فإننا نقول أن قيمة الحقيقة للتقرير هي صواب ونرمز لذلك بالرمز T وإذا كان التقرير خاطئ (False) فإننا نقول أن قيمة الحقيقة للتقرير هي خطأ ونرمز لذلك بالرمز F.

مثال ٢ : في الجدول الآتى نوضح قيم الحقيقة لبعض التقارير

التقرير	قيمة الحقيقة للتقرير
الصيف فصل من فصول السنة .	صواب T
القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية .	صواب T
التدخين ضار جداً بالصحة العامة .	صواب T
مجموع زوايا المثلث تساوى 150 درجة .	خطأ F
$2+5=6$	خطأ F
المثلث المتساوى الأضلاع متساوى الزوايا .	صواب T
العدد 4 أكبر من العدد 5 ( $4 < 5$ ) .	خطأ F

### تعريف ٤ : التقرير البسيط Simple Statement

التقرير الذى يحمل خبرا واحدا يسمى تقريرا بسيطا.

### تعريف ٥ : التقرير المركب Compound Statement

التقرير الذى يحمل اكثر من خبرا يسمى تقريرا مركبا.

أى إن التقرير المركب يتكون من تقريرين بسيطين أو اكثر ويربط بين كل منها أداة من أدوات الربط. وسوف نرّمز للتقارير البسيطة بالحروف الصغيرة

$p, q, r, s, t, \dots$

والتقرير المركب الذى يتكون من هذه التقارير البسيطة يسمى افتراض Proposition وسوف نستخدم الحروف الكبيرة

$A, B, C, \dots$

للدلالة على التقارير المركبة.

وعند تكوين تقرير مركب فإنه لا يهم وجود أى نوع من العلاقة سواء فى المعنى أو المحتوى بين التقارير البسيطة التى تدخل فى تكوين التقرير المركب، فمثلا التقرير

"الشمس ساطعة أو  $3 + 5 = 8$ "

يمثل تقرير مركب وهو يتكون من تقريرين بسيطين هما

$p$  : الشمس ساطعة

$q$  :  $3 + 5 = 8$

وكما نلاحظ فإنه لا يوجد أى نوع من العلاقة سواء فى المعنى أو المحتوى بين التقريرين .

مثال ٣: في الجدول الآتي نوضح أمثلة مختلفة من التقارير البسيطة والتقارير المركبة

نوع التقرير	التقرير
تقرير بسيط	الصيف فصل من فصول السنة.
تقرير بسيط	القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية.
تقرير مركب	السماء تمطر و الشمس مشرقة.
تقرير مركب	السماء تمطر أو الشمس مشرقة.
تقرير بسيط	العدد 5 عدد فردي.
تقرير بسيط	مجموع زوايا المثلث تساوي 180 درجة.
تقرير مركب	قل ما تعنيه وأعنى ما تقوله.
تقرير مركب	إذا كان $x = 5$ فإن $x + 3 = 8$
تقرير مركب	إذا كان المثلث متساوي الأضلاع فإنه يكون متساوي الساقين.
تقرير بسيط	الشمس مشرقة.
تقرير مركب	إذا سقطت الأمطار فإن الخير قادم.
تقرير بسيط	التدخين ضار جدا بالصحة العامة.
تقرير بسيط	المنطق علم من علوم الرياضيات.
تقرير مركب	ربحون طالب بكلية الطب أو كلية الصيدلة.
تقرير مركب	احمد يدرس الرياضيات والتاريخ.
تقرير مركب	إذا كان الجو بارد فإن السماء تمطر.
تقرير بسيط	العدد 4 اكبر من العدد 5.
تقرير مركب	الجو بارد وإذا كانت السماء لا تمطر فإن الشمس تكون مشرقة.
تقرير مركب	إذا كان $x > y$ و $y > z$ فإن $x > z$ .
تقرير مركب	المثلث متساوي الأضلاع إذا كان متساوي الزوايا.

مثال ٤ : فى الجدول الآتى نوضح أمثلة مختلفة من التقارير المركبة ونعرض التقارير البسيطة المكونة لكل منها:

التقرير المركب	التقارير البسيطة التى تدخل فى تكوين التقرير المركب
الشمس مشرقة و السماء تمطر .	p : الشمس مشرقة q : السماء تمطر
احمد يدرس الرياضيات و التاريخ .	p : احمد يدرس الرياضيات q : احمد يدرس التاريخ
إذا كان الجو بارد فإن السماء تمطر .	p : الجو بارد q : السماء تمطر
الجو بارد وإذا كانت السماء تمطر فإن الشمس تكون مشرقة .	p : الجو بارد q : السماء تمطر r : الشمس مشرقة
إذا كان $x = 5$ فإن $x + 3 = 8$ .	p : $x = 5$ q : $x + 3 = 8$
إذا كان $x > y$ و $y > z$ فإن $x > z$ .	p : $x > y$ q : $y > z$ r : $x > z$
الشكل الرباعى يكون مربع إذا كانت زواياه قوائم وأضلاعه متساوية .	p : الشكل الرباعى يكون مربع q : الشكل الرباعى زواياه قوائم r : الشكل الرباعى أضلاعه متساوية
المثلث abc متساوى الأضلاع إذا كان متساوى الزوايا .	p : المثلث abc متساوى الأضلاع q : المثلث abc متساوى الزوايا

## ٢ - أدوات الربط Connectives

أدوات الربط بين التقارير البسيطة تسمى بالعمليات المنطقية وهي

أداة الوصل ( العطف " و " )

أداة الفصل ( التخيير " أو " )

أداة الربط الشرطية " إذا كان ... فإن ... "

أداة الربط الشرطية المزدوجة " ... إذا وفقط إذا كان ... "

وهذه الأدوات كل منها يربط بين تقريرين بسيطين، وكلمة النفي " لا " التي تستخدم لنفسى التقرير البسيط ينظر إليها أيضا كأداة ربط بالرغم من أنها لا تربط بين تقريرين بسيطين وإنما تنفي تقرير بسيط، ويمكن نفي التقرير p بعدة صور كالآتي:

لا p

ليس p

ليس صحيحا أن p

من الخطأ القول أن p

فمثلا

صيغات مختلفة لنفي التقرير البسيط وكل منها يعتبر تقرير مركب	التقرير البسيط
السماء لا تمطر اليوم. ليس صحيحا أن السماء تمطر اليوم. من الخطأ القول أن السماء تمطر اليوم.	السماء تمطر اليوم.

لذلك سوف نعامل التقرير البسيط المنفي على انه تقرير مركب ويسمى تقرير منفي وبالتالي يمكن تعريف التقرير المركب على انه يتكون من ربط تقرير بسيط أو أكثر بأداة من أدوات

الربط، ومن الخواص الأساسية للتقرير المركب هى أن قيمة الحقيقة الخاصة به تحدد تبعاً لما يأتى:

- قيمة الحقيقة لكل تقرير بسيط فى التقرير المركب .
- أداة الربط المستخدمة فى ربط التقارير البسيطة لصنع التقرير المركب .

### الوصلة

عند ربط تقريرين بسيطين باستخدام أداة الوصل " و " فإن التقرير المركب الناتج يسمى وصلة **conjunction**.

فمثلاً التقرير

"اليوم هو الأحد وغدا يوم الأربعاء"

من نوع الوصلة لأن أداة الربط المستخدمة هى أداة الوصل " و " ويجب أن نتذكر دائماً أننا لا نبحث فى معنى التقرير ولكننا نبحث ونركز اهتمامنا على نوع التقرير، أى على نوع أداة الربط المستخدمة فمثلاً التقرير

" الحيوانات أعداد و الأسماك تمطر "

ليس له معنى ولكنه من نوع الوصلة لأن أداة الربط المستخدمة هى أداة الوصل " و " وهذا ما نبحث عنه، وأحياناً فى بعض التقارير يمكن استخدام كلمة "لكن **but** " كأداة وصل بدلاً من أداة الوصل " و **and** " فمثلاً التقرير

"السماء تمطر و الشمس مشرقة"

من نوع الوصلة ويمكن كتابته بالصورة

" السماء تمطر لكن الشمس مشرقة "

### الفاصلة

عند ربط تقريرين بسيطين باستخدام أداة الفصل " أو " فإن التقرير المركب الناتج يسمى فاصلة **disjunction**.

فمثلا التقارير

- " السماء تمطر أو الشمس مشرقة "
- " إما السماء تمطر أو الشمس مشرقة "
- " احمد يدرس الرياضيات أو التاريخ "
- " ريمون طالب بكلية الطب أو كلية الصيدلة "
- " إما ريمون طالب بكلية الطب أو كلية الصيدلة "

كل من هذه التقارير من نوع الفاصلة لأن أداة الربط المستخدمة هي أداة الفصل "أو".

الشرطية

التقرير المركب الناتج من ربط تقريرين بسيطين باستخدام أداة الربط "إذا كان ... فإن ... " يسمى شرطية **conditional**.

وجزاء التقرير المخصوص بين " إذا كان ... فإن " يسمى المقدمة **antecedent** بينما جزء التقرير الذى يتبع " فإن " يسمى النتيجة **consequent**

فمثلا التقرير

" إذا كان الجو بارد فإن السماء تمطر "

من نوع الشرطية وجزء المقدمة هو " الجو بارد " وجزء النتيجة هو "السماء تمطر".

والآن ناقش التقرير الآتى والذي سبق دراسته فى الهندسة

" إذا تساوى ضلعان فى مثلث فإنه تتساوى زاويتان فى المثلث،

وإذا تساوت زاويتان فى مثلث فإنه يتساوى ضلعان فى المثلث "

نلاحظ أن هذا التقرير من نوع الوصلة وهو يربط بين تقريرين من نوع الشرطية ويمكن كتابته بالصورة الآتية:

"يتساوى ضلعان فى مثلث إذا وفقط إذا تساوت زاويتان فى المثلث"

وهذا النوع من التقارير والذي نستخدم فيه أداة الربط " ... إذا فقط إذا ... " يسمى شرطية مزدوجة **biconditional**.

### الشرطية المزدوجة

التقرير المركب الناتج من ربط تقريرين بسيطين باستخدام أداة الربط " ... إذا فقط إذا ... " يسمى شرطية مزدوجة **biconditional**.

والآن وبعد أن تعرفنا على أنواع التقارير وأدوات الربط فإنه لأي تقرير معطى ينبغي علينا أن نكون قادرين على تحديد ما إذا كان التقرير بسيط أو مركب، وفي حالة إذا كان التقرير مركب نتعرف على نوعه فيما إذا كان نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة.

مثال ٥ : في الجدول الآتي نضع تصنيف للتقارير المعطاة من حيث نوع الربط ( نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة )

نوع التقرير من حيث نوع الربط	التقرير
فاصلة	سوف احصل على تقدير ممتاز في مادة الرياضيات أو ساكون حزين .
وصلة	حضر احمد مبكرا لكن حسين حضر متأخرا .
نفى	الشمس اليوم غير مشرقة .
وصلة	الشمس اليوم غير مشرقة لكن الجو معتدل .
نفى	ليس صحيحا أن الشمس اليوم غير مشرقة و الجو معتدل .
شرطية	إذا اجتهد الطالب فإنه ينجح .
شرطية مزدوجة	المثلث abc متساوى الأضلاع إذا فقط إذا كان متساوى الزوايا .

والجدول الآتي يشتمل على أدوات الربط والرموز التي تستخدم لربط التقارير البسيطة لصنع التقارير المركبة

رمز أداة الربط Symbol	أداة الربط Connective	اسم أداة الربط
$\sim$	not ليس	Negation أداة النفي
$\wedge$	and و	Conjunction أداة الوصل (العطف)
$\vee$	or أو	Disjunction أداة الفصل (التخير)
$\dots \rightarrow \dots$	إذا كان ... فإن ... if ... then ...	Conditional أداة الربط الشرطية
$\dots \leftrightarrow \dots$	... إذا فقط إذا كان ... ... iff ...	Biconditional أداة الربط الشرطية المزدوجة

مثال ٦ : نفرض التقارير البسيطة

p : الجو بارد

q : السماء تمطر

r : الشمس مشرقة

صنف التقارير المركبة الآتية من حيث نوع الربط

( نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة )

ثم اعد صياغتها من صورة جمل إنشائية إلى صورة رموز .

١ - الجو ليس بارد .	٨ - إذا كان الجو ليس بارد فإن الشمس تكون مشرقة .
٢ - الجو بارد و السماء تمطر .	٩ - الجو بارد إذا فقط إذا كان السماء تمطر .
٣ - الجو ليس بارد و السماء لا تمطر .	١٠ - إذا كان الجو ليس بارداً أو الشمس مشرقة فإن السماء لا تمطر .
٤ - السماء تمطر أو الشمس مشرقة .	١١ - الشمس ليست مشرقة إذا فقط إذا كان الجو بارد والسماء تمطر .
٥ - ليس من الحقيقي أن السماء لا تمطر .	١٢ - الشمس ليست مشرقة لكن إذا كان الجو بارد فإن السماء سوف تمطر .
٦ - من الخطأ القول أن الشمس مشرقة والسماء تمطر .	١٣ - من الخطأ القول أن الجو بارد أو الشمس مشرقة .
٧ - إذا كان الجو بارد فإن السماء تمطر .	١٤ - الشمس ليست مشرقة ومن الخطأ القول أن الجو ليس بارداً أو السماء لا تمطر .

الحل : في الجدول الآتي نضع تصنيف التقارير من حيث نوع الربط ونعيد صياغتها من صورة جمل إنشائية إلى صورة رموز

التقرير المركب في صورة رموز	نوع الربط	التقرير المركب في صورة جملة إنشائية
$\sim p$	نفى	١ - الجو ليس بارد .
$p \wedge q$	وصلة	٢ - الجو بارد و السماء تمطر .
$\sim p \wedge \sim q$	وصلة	٣ - الجو ليس بارد و السماء لا تمطر .
$q \vee r$	فاصلة	٤ - السماء تمطر أو الشمس مشرقة .
$\sim ( \sim q )$	نفى	٥ - ليس من الحقيقي أن السماء لا تمطر .

$\sim (r \wedge q)$	نفى	٦ - من الخطاء القول أن الشمس مشرقة والسماء تمطر.
$p \rightarrow q$	شرطية	٧ - إذا كان الجو بارد فإن السماء تمطر .
$\sim p \rightarrow r$	شرطية	٨ - إذا كان الجو ليس بارد فإن الشمس تكون مشرقة .
$p \leftrightarrow q$	شرطية مزدوجة	٩ - الجو بارد إذا وفقط إذا كان السماء تمطر .
$\sim p \vee r \rightarrow \sim q$	شرطية	١٠ - إذا كان الجو ليس بارد أو الشمس مشرقة فإن السماء لا تمطر .
$\sim r \leftrightarrow p \wedge q$	شرطية مزدوجة	١١ - الشمس ليست مشرقة إذا وفقط إذا كان الجو بارد والسماء تمطر .
$\sim r \wedge (p \rightarrow q)$	وصلة	١٢ - الشمس ليست مشرقة لكن إذا كان الجو بارد فإن السماء سوف تمطر .
$\sim (p \vee q)$	نفى	١٣ - من الخطاء القول أن الجو بارد أو الشمس مشرقة .
$\sim r \wedge (\sim p \vee \sim q)$	وصلة	١٤ - الشمس ليست مشرقة ومن الخطاء القول أن الجو ليس بارد أو السماء لا تمطر .

من المثال السابق دعنا نناقش التقارير الآتية :

التقرير المركب في صورة رموز	نوع الربط	التقرير المركب في صورة جملة إنشائية
$p \wedge \sim q \rightarrow r$	شرطية	إذا كان الجو بارد و السماء لا تمطر فإن الشمس تكون مشرقة .
$p \wedge (\sim q \rightarrow r)$	وصلة	الجو بارد وإذا كانت السماء لا تمطر فإن الشمس تكون مشرقة .
$p \wedge \sim (q \rightarrow r)$	وصلة	الجو بارد و من الخطاء القول انه إذا كانت السماء تمطر فإن الشمس تكون مشرقة .

نلاحظ أن التقارير الثلاث مختلفة تماما فى المعنى نتيجة لوجود الأقواس ومن هنا تأتي أهمية استخدام الأقواس فى موضعها الصحيح عند كتابة التقارير المركبة حتى تعطينا المعنى المطلوب عند تحويلها من الصورة الرمزية إلى صورة جمل إنشائية أو العكس.

مثال ٧ : للتقرير المركب الآتى :

" نهر النيل هو شريان الحياة فى مصر وإذا امتدت مياه النيل الى الصحراء فسوف يتم تعميمها ويجد الشباب فرص عمل جديدة."

اكتب التقارير البسيطة المكونة لهذا التقرير المركب ثم اعد صياغته من صورة جملة إنشائية إلى رموز ووضح نوع التقرير من حيث نوع الربط ( نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة ).

الحل : التقارير البسيطة المكونة للتقرير المركب هى :

p : نهر النيل هو شريان الحياة فى مصر

q : مياه النيل تمتد الى الصحراء

r : الصحراء يتم تعميمها

s : الشباب يجد فرص عمل جديدة

أذن يمكن صياغة التقرير فى صورة رموز كالتالى :  $p \wedge (q \rightarrow (r \wedge s))$  والتقرير من نوع الوصلة.

### ٣ - الهيمنة فى أدوات الربط Dominance of Connectives

تعرفنا فى البند السابق على بعض التقارير المركبة التى تحتوى على أكثر من أداة ربط والآن دعنا نناقش التقرير المركب A الآتى :

A : " سوف اذهب الى الحديقة أو سوف اذهب الى النادى ، وسوف أذهب الى المسرح "   
 نفرض التقارير البسيطة

p : سوف اذهب الى الحديقة

q : سوف اذهب الى النادي

r : سوف اذهب الى المسرح

أذن التقرير المركب A في صورة رمزية يكون  $(p \vee q) \wedge r$  أى إن التقرير A من نوع الوصلة وهذا واضح من علامة الترقيم " ، " الموجودة في الجملة الإنشائية . أما إذا كتبنا التقرير المركب A كالتالى :

A : "سوف اذهب الى الحديقة، أو سوف اذهب الى النادي وسوف اذهب الى المسرح"

أذن في هذه الحالة التقرير المركب A في صورة رمزية يكون  $p \vee (q \wedge r)$  ، أى إن التقرير A في هذه الحالة يكون من نوع الفاصلة وهذا الاختلاف ناتج من تغيير وضع علامة الترقيم " ، " عند كتابة التقرير في صورة إنشائية والذي أدى بدوره الى تغيير وضع الأقواس . أما إذا كتبنا التقرير المركب A بدون استخدام علامة الترقيم كالتالى :

A : "سوف اذهب الى الحديقة أو سوف اذهب الى النادي وسوف اذهب الى المسرح"

أذن في هذه الحالة التقرير المركب A في صورة رمزية يكون  $p \vee q \wedge r$  وفي هذه الحالة لا نستطيع الحكم على التقرير المركب A هل من نوع الوصلة أو الفاصلة وبالتالي يحدث التباس في فهم المعنى المقصود، ومن هذا نجد أننا نحتاج الى علامات الترقيم عند كتابة التقارير المركبة حتى نحصل على المعنى المطلوب، وفي علم المنطق فإن أهمية استخدام الأقواس تعادل أهمية علامات الترقيم، وإذا أردنا ترجمة تقرير من الصورة الرمزية الى صورة جملة إنشائية فإننا ننظر الى الأقواس الموجودة بالتقرير لأنه بواسطة هذه الأقواس نستطيع أن نتعرف على نوع التقرير فيما إذا كان ( نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة ) أما إذا كان التقرير لا يحتوى على أقواس فإننا نتعرف على نوع التقرير عن طريق معرفتنا لقوة هيمنة أدوات الربط.

وفيما يأتي نعرض أدوات الربط مرتبة وفقا للهيمنة:

- ١ - أداة الشرطية المزدوجة  $\leftrightarrow$   
 ٢ - أداة الشرطية  $\rightarrow$   
 ٣ - أداة الوصل  $\wedge$  وأداة الفصل  $\vee$   
 ٤ - أداة النفي  $\sim$

ونلاحظ أن أداة الشرطية المزدوجة  $\leftrightarrow$  هي أقوى أداة ربط وهي المهيمنة ويتبعها أداة الشرطية  $\rightarrow$  يليها أداة الوصل  $\wedge$  والفصل  $\vee$  ولهم نفس الدرجة من الهيمنة وفي النهاية يأتي أداة النفي  $\sim$  ، وإذا كان التقرير المركب يحتوي على أدوات الوصل  $\wedge$  والفصل  $\vee$  فقط دون غيرها فإنه لا بد من استخدام الأقواس لتمييز ما إذا كان التقرير من نوع الوصلة أو الفاصلة ، فمثلا التقرير  $(p \vee q) \wedge r$  من نوع الوصلة بينما التقرير  $p \vee (q \wedge r)$  من نوع الفاصلة، وأيضا أداة الربط خارج الأقواس يكون لها الهيمنة على ما بداخل الأقواس من أدوات للربط ، فمثلا التقرير  $(p \rightarrow q) \sim$  من نوع النفي لان أداة النفي واقعة خارج القوس ولذلك فهي المهيمنة على ما بداخل القوس، وكمثال آخر ، التقرير  $p \leftrightarrow (q \wedge r)$  من نوع الشرطية المزدوجة وعند كتابته بالصورة  $p \leftrightarrow q \wedge r$  يظل أيضا من نوع الشرطية المزدوجة لان الأقواس في هذه الحالة ليس لها ضرورة فأداة الشرطية المزدوجة هي الأقوى ولها الهيمنة بينما إذا كتبنا التقرير بالصورة  $(p \leftrightarrow q) \wedge r$  فإنه يصبح من نوع الوصلة بسبب وجود القوس.

مثال ٨ : حدد نوع كل من التقارير الآتية وفقا لقاعدة الهيمنة من حيث نوع الربط ( نفي - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة )

- (1) -  $p \wedge (q \vee r)$  (7) -  $(\sim p \vee q \rightarrow r) \wedge s$   
 (2) -  $(p \wedge q) \vee r$  (8) -  $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s \vee t$

- (3) -  $\sim (p \wedge q)$       (9) -  $\sim (p \vee q \leftrightarrow r) \wedge s \rightarrow t$   
 (4) -  $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$       (10) -  $\sim p \vee q \leftrightarrow r \wedge s \rightarrow t$   
 (5) -  $\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$       (11) -  $\sim p \vee (q \leftrightarrow r \wedge s) \rightarrow t$   
 (6) -  $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$       (12) -  $\sim p \vee (q \leftrightarrow r \wedge s \rightarrow t)$

الحل :

السبب	نوع التقرير	التقرير
وجود القوس	وصلة	$p \wedge (q \vee r)$
وجود القوس	فاصلة	$(p \wedge q) \vee r$
وجود أداة النفي $\sim$ خارج القوس	نفي	$\sim (p \wedge q)$
أداة الشرطية $\rightarrow$ لها الهيمنة	شرطية	$\sim p \vee r \rightarrow \sim q$
أداة الشرطية $\rightarrow$ لها الهيمنة	شرطية	$\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$
أداة الشرطية المزدوجة $\leftrightarrow$ لها الهيمنة	شرطية مزدوجة	$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$
وجود القوس	وصلة	$(\sim p \vee q \rightarrow r) \wedge s$
أداة الشرطية المزدوجة $\leftrightarrow$ لها الهيمنة	شرطية مزدوجة	$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s \vee t$
وجود القوس وأداة الشرطية $\rightarrow$ لها الهيمنة	شرطية	$\sim (p \vee q \leftrightarrow r) \wedge s \rightarrow t$
أداة الشرطية المزدوجة $\leftrightarrow$ لها الهيمنة	شرطية مزدوجة	$\sim p \vee q \leftrightarrow r \wedge s \rightarrow t$

السبب	نوع التقرير	التقرير
وجود القوس وأداة الشرطية → لها الهيمنة	شرطية	$\sim p \vee (q \leftrightarrow r \wedge s) \rightarrow t$
وجود القوس	فاصلة	$\sim p \vee (q \leftrightarrow r \wedge s \rightarrow t)$

مثال ٩ : أضعف أقواس في كل من التقارير الآتية لتكوين تقرير مركب من النوع الموضح أسفله  
كل منها وإذا كانت الأقواس غير ضرورية وضع السبب :

- (1) -  $p \wedge q \rightarrow r$  وصلة
- (2) -  $\sim r \leftrightarrow p \wedge q$  نفى
- (3) -  $\sim r \leftrightarrow p \wedge q$  شرطية مزدوجة
- (4) -  $\sim r \leftrightarrow p \wedge q$  وصلة
- (5) -  $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$  نفى
- (6) -  $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$  فاصلة
- (7) -  $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$  شرطية
- (8) -  $\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$  نفى
- (9) -  $\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$  شرطية
- (10) -  $\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$  وصلة
- (11) -  $\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$  فاصلة
- (12) -  $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$  شرطية
- (13) -  $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$  شرطية مزدوجة
- (14) -  $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$  وصلة
- (15) -  $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s \vee t$  فاصلة
- (16) -  $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s \vee t$  شرطية

الحل :

التقرير المطلوب	نوع التقرير المراد تكوينه	التقرير بدون أقواس
$p \wedge (q \rightarrow r)$	وصلة	$p \wedge q \rightarrow r$
$\sim (r \leftrightarrow p \wedge q)$	نفي	$\sim r \leftrightarrow p \wedge q$
$\sim r \leftrightarrow p \wedge q$ أداة الشرطية المزدوجة $\leftrightarrow$ لها الهيمنة	شرطية مزدوجة	$\sim r \leftrightarrow p \wedge q$
$(\sim r \leftrightarrow p) \wedge q$	وصلة	$\sim r \leftrightarrow p \wedge q$
$\sim (p \vee r \rightarrow \sim q)$	نفي	$\sim p \vee r \rightarrow \sim q$
$\sim p \vee (r \rightarrow \sim q)$	فاصلة	$\sim p \vee r \rightarrow \sim q$
$\sim p \vee r \rightarrow \sim q$ أداة الشرطية $\rightarrow$ لها الهيمنة	شرطية	$\sim p \vee r \rightarrow \sim q$
$\sim (p \vee q \rightarrow r \wedge s)$	نفي	$\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$
$\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$ ها الهيمنة $\rightarrow$ أداة الشرطية	شرطية	$\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$
$(\sim p \vee q \rightarrow r) \wedge s$	وصلة	$\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$
$\sim p \vee (q \rightarrow r \wedge s)$	فاصلة	$\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$
$(r \leftrightarrow p \wedge q) \rightarrow \sim s$	شرطية	$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$
$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$ أداة الشرطية المزدوجة $\leftrightarrow$ لها الهيمنة	شرطية مزدوجة	$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$

التقرير المطلوب	نوع التقرير المراد تكوينه	التقرير بدون أقواس
$(r \leftrightarrow p) \wedge (q \rightarrow \sim s)$	وصلة	$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$
$(r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s) \vee t$	فاصلة	$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s \vee t$
$(r \leftrightarrow p \wedge q) \rightarrow s \vee t$	شرطية	$r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow s \vee t$

مثال ١٠ : نفرض التقارير البسيطة

p : الطالب يواظب على حضور المحاضرات

q : الطالب يفهم المقرر

r : الطالب ينجح فى الامتحان

حدد نوع كل من التقارير الآتية من حيث نوع الربط

( نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة )

ثم اعد صياغة كل منها الى جملة إنشائية .

- (1) -  $p \rightarrow q$
- (2) -  $(p \wedge q) \vee r$
- (3) -  $(p \wedge q) \wedge r$
- (4) -  $p \wedge (q \rightarrow r)$
- (5) -  $p \vee (q \rightarrow r)$
- (6) -  $\sim r \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

الحل :

التقرير	نوع التقرير	التقرير في صورة إنشائية
$p \rightarrow q$	شرطية	إذا واطب الطالب على حضور المحاضرات فإنه سوف يفهم المقرر .
$\sim (\sim q \rightarrow r)$	نفي	ليس صحيحا انه إذا لم يفهم الطالب المقرر فإنه ينجح في الامتحان .
$(p \wedge q) \wedge r$	وصلة	الطالب يواظب على حضور المحاضرات و يفهم المقرر ، وينجح في الامتحان .
$p \wedge (q \rightarrow r)$	وصلة	الطالب يواظب على حضور المحاضرات وإذا فهم المقرر فإنه سوف ينجح في الامتحان .
$p \vee (q \rightarrow r)$	فاصلة	الطالب يواظب على حضور المحاضرات أو إذا فهم المقرر فإنه سوف ينجح في الامتحان .
$\sim r \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$	شرطية مزدوجة	الطالب لن ينجح في الامتحان إذا فقط إذا كان لا يواظب على حضور المحاضرات أو لا يفهم المقرر .

#### ٤ - كثيرة الحدود البولية Boolean Polynomials

نعلم من دراستنا السابقة أن تشكيل عمليات جمع (+)، وطرح (-) وضرب (.) للمتغير x تقودنا إلى تكوين كثيرة حدود في المتغير x وبالمثل يمكن تكوين كثيرة حدود في متغيرين x, y أو أكثر.

مثال ١١ : فيما يلى كثيرات حدود فى متغيرين

$$\begin{aligned} f(x, y) &= x \cdot x - x \cdot y + x \cdot y \cdot y + x \cdot x - x \cdot x \cdot y \\ &= 2x^2 - xy + xy^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x, y) &= (x-y) \cdot (x+y) + x \cdot x \cdot x \\ &= x^2 - y^2 + x^3 \end{aligned}$$

والآن نفرض أن المتغيرات  $x, y, \dots$  فى كثيرة الحدود  $f(x, y, \dots)$  تم استبدالها بأعداد حقيقية  $x_0, y_0, \dots$  فى هذه الحالة فإن  $f(x_0, y_0, \dots)$  تمثل عددا ناتجا من عمليات جمع وطرح وضرب للأعداد الحقيقية.

مثال ١٢ : نفرض كثيرات الحدود  $f(x, y), g(x, y)$  فى مثال (١١) . أذن

$$\begin{aligned} f(3, 2) &= 3 \cdot 3 - 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 - 3 \cdot 3 \cdot 2 \\ &= 9 - 6 + 12 + 9 - 18 = 6 \end{aligned}$$

$$g(0, 4) = (0-4) \cdot (0+4) + 0 \cdot 0 \cdot 0 = -16$$

وعمليات الجمع والطرح والضرب المعرفة للأعداد الحقيقية تؤدي الى عمليات مشابهة تسمى ايضا جمع وطرح وضرب كثيرات الحدود.

مثال ١٣ : نفرض كثيرات الحدود  $f(x, y), g(x, y)$  فى مثال (١١) . أذن

$$\begin{aligned} f(x, y) + g(x, y) &= 2x^2 - xy + xy^2 + x^2 - y^2 + x^3 \\ &= 3x^2 - xy + xy^2 - y^2 + x^3 \end{aligned}$$

$$f(x, y) \cdot g(x, y) = (2x^2 - xy + xy^2) \cdot (x^2 - y^2 + x^3)$$

$$= 2x^5 + (y^2 - y + 2)x^4 + (y^2 - y)x^3 - 2x^2y^2 + (-y^4 + y^3)x$$

والآن فى كثيرة الحدود  $f(x, y, \dots)$  بوضع المتغيرات  $p, q, \dots$  التى تدل على تقارير غير محددة بدلا من المتغيرات  $x, y, \dots$  وبوضع أدوات الربط  $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

بدلاً من عمليات الجمع والطرح والضرب فإن هذا يؤدي إلى بناء تقرير مركب  $f(p, q, \dots)$  يسمى كثيرة حدود بولية Boolean Polynomials .

مثال ١٤ : فيما يأتي أمثلة لكثيرات حدود بولية في متغيرين

$$f(p, q) = \sim p \wedge \sim q$$

$$g(p, q) = p \leftrightarrow \sim q \wedge p$$

$$h(p, q) = \sim p \rightarrow q \wedge (\sim p \leftrightarrow q)$$

مثال ١٥ : فيما يأتي أمثلة لكثيرات حدود بولية في ثلاث متغيرات

$$u(p, q, r) = \sim p \wedge (q \rightarrow r)$$

$$v(p, q, r) = (p \wedge \sim q) \vee r$$

$$w(p, q, r) = \sim r \leftrightarrow q \wedge (\sim p \leftrightarrow q)$$

ويمكن استخدام أدوات الربط  $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$  للربط بين كثيرات الحدود البولية لذلك يمكننا أن نتحدث عن النفي والوصلة والفاصلة والشرطية و الشرطية المزدوجة لكثيرات الحدود البولية.

مثال ١٦ : في الجدول الآتي نربط بين بعض كثيرات الحدود البولية الموجودة في الأمثلة ١٤، ١٥.

$$f(p, q) \vee g(p, q) = (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \leftrightarrow \sim q \wedge p)$$

من نوع الفاصلة

$$h(p, q) \leftrightarrow \sim f(p, q) = (\sim p \rightarrow q \wedge (\sim p \leftrightarrow q)) \leftrightarrow \sim (\sim p \wedge \sim q)$$

من نوع الشرطية المزدوجة

$$w(s, t, r) \wedge f(p, r) = (\sim r \leftrightarrow t \wedge (\sim s \leftrightarrow t)) \wedge (\sim p \wedge \sim r)$$

من نوع الواصلة

والآن بفرض أن التقارير الغير محددة  $p, q, \dots$  في كثيرة الحدود البولية  $f(p, q, \dots)$  قد استبدلت بتقارير محددة  $p_0, q_0, \dots$  فإن كثيرة الحدود البولية  $f(p_0, q_0, \dots)$  يصبح لها قيمة حقيقة .

مثال ١٧ : نفرض كثيرة الحدود البولية

$$f(p, q) = p \vee (\sim q \rightarrow p)$$

إذا كان  $p_0$  يرمز إلى التقرير "  $5 > 3$  "

$q_0$  يرمز إلى التقرير "  $2 + 4 = 7$  "

في هذه الحالة  $f(p_0, q_0)$  تمثل التقرير المركب

$$f(p_0, q_0) = p_0 \vee (\sim q_0 \rightarrow p_0)$$

ويقرأ

"  $5 > 3$  " أو إذا كان  $2 + 4 \neq 7$  فإن  $5 > 3$  "

وحيث أن  $p_0$  له قيمة الحقيقة صواب T

$q_0$  له قيمة الحقيقة خطأ F

$p_0$	$q_0$	$\sim q_0$	$\sim q_0 \rightarrow p_0$	$f(p_0, q_0) = p_0 \vee (\sim q_0 \rightarrow p_0)$
T	F	T	T	T

أذن  $f(p_0, q_0)$  لها قيمة الحقيقة صواب .

مثال ١٨ : نفرض كثيرة الحدود البولية

$$f(p, q) = p \vee (\sim q \rightarrow p)$$

إذا كان  $p_1$  يرمز إلى التقرير "مجموع زوايا المثلث تساوي قائمتين"  
 $q_1$  يرمز إلى التقرير "مجموع عددين زوجيين يكون عدد زوجي"

في هذه الحالة  $f(p_1, q_1)$  تمثل التقرير المركب

$$f(p_1, q_1) = p_1 \vee (\sim q_1 \rightarrow p_1)$$

ويقرأ

"مجموع زوايا المثلث تساوي قائمتين أو إذا كان مجموع عددين زوجيين زوجيين  
 ليس عدد زوجي فإن مجموع زوايا المثلث تساوي قائمتين"

وحيث أن  $p_1$  له قيمة الحقيقة صواب T

$q_1$  له قيمة الحقيقة خطأ F

$p_1$	$q_1$	$\sim q_1$	$\sim q_1 \rightarrow p_1$	$f(p_1, q_1) = p_1 \vee (\sim q_1 \rightarrow p_1)$
T	F	T	T	T

أذن  $f(p_1, q_1)$  لها قيمة الحقيقة صواب .

ونلاحظ من مثال (١٧) ومثال (١٨) أن التقارير  $p_1$  ,  $q_1$  لها على الترتيب نفس قيم الحقيقة كما للتقارير  $p_0$  ,  $q_0$  كما نلاحظ أن  $f(p_1, q_1)$  لها نفس قيمة الحقيقة صواب مثل  $f(p_0, q_0)$  .

مثال ١٩ : نفرض كثيرة الحدود البولوية

$$f(p, q) = p \vee (\sim q \rightarrow p)$$

إذا كان  $p_2$  يرمز الى التقرير " مجموع زوايا المثلث تساوى 150 درجة "

$q_2$  يرمز الى التقرير " مجموع عددين فرديين يكون عدد فردى "

في هذه الحالة  $f(p_2, q_2)$  تمثل التقرير المركب

$$f(p_2, q_2) = p_2 \vee (\sim q_2 \rightarrow p_2)$$

ويقرأ

" مجموع زوايا المثلث تساوى 150 درجة أو إذا كان مجموع عددين فرديين

ليس عدد فردى فإن مجموع زوايا المثلث تساوى 150 درجة "

وحيث أن  $p_2$  له قيمة الحقيقة خطأ F

$q_2$  له قيمة الحقيقة خطأ F

$p_2$	$q_2$	$\sim q_2$	$\sim q_2 \rightarrow p_2$	$f(p_2, q_2) = p_2 \vee (\sim q_2 \rightarrow p_2)$
F	F	T	F	F

أذن  $f(p_2, q_2)$  لها قيمة الحقيقة خطأ .

ونلاحظ من مثال (١٨) ومثال (١٩) أن قيم الحقيقة للتقارير  $p_1, q_1$  تختلف عن

قيم الحقيقة للتقارير  $p_2, q_2$  كما نلاحظ أن  $f(p_1, q_1)$  لها قيمة الحقيقة صواب

بينما  $f(p_2, q_2)$  لها قيمة الحقيقة خطأ .

ملاحظة : نفرض أن  $f(p, q, \dots)$  كثيرة حدود بولية وأن التقارير  $p_1, q_1, \dots$

لها على الترتيب نفس قيم الحقيقة للتقارير  $p_0, q_0, \dots$  . أذن

$f(p_1, q_1, \dots)$  لها نفس قيمة الحقيقة مثل  $f(p_0, q_0, \dots)$  .

## تعريف ٦ : الافتراضات Propositions

الافتراضات يرمز لها

$$P(p, q, \dots), Q(p, q, \dots), \dots$$

أو اختصارا  $P, Q, \dots$  والافتراض  $P(p, q, \dots)$  هو كثيرة حدود بولية في المتغيرات  $p, q, \dots$  وهذه المتغيرات تمثل تقارير غير محددة.

ووفقا لهذا التعريف فإن الملاحظة السابقة يمكن صياغتها كالآتي :

إذا كانت التقارير  $p_1, q_1, \dots$  لها على الترتيب نفس قيم الحقيقة للتقارير  $p_0, q_0, \dots$  فإن الافتراض  $P(p_1, q_1, \dots)$  له نفس قيمة الحقيقة مثل الافتراض  $P(p_0, q_0, \dots)$ .

أى إن

قيمة الحقيقة للافتراض  $P(p, q, \dots)$  المبني من أى تقارير محددة تكون دالة فقط في قيم الحقيقة هذه التقارير المحددة وليست دالة في التقارير نفسها.

ومن اسهل الطرق لعرض العلاقة بين قيمة الحقيقة للافتراض  $P(p, q, \dots)$  وقيم الحقيقة للتقارير  $p, q, \dots$  يكون من خلال تكوين جدول الحقيقة وهذا ما سنتعرف عليه في الفصل الثاني.

مثال ٢٠ : نفرض

$$P(p, q, r) = \sim p \vee r \rightarrow \sim q$$

عين قيمة الحقيقة للافتراض  $P(p, q, r)$  وذلك للتقارير  $p_0, q_0, r_0$  الآتية:  
 $p_0$  هو التقرير " المعادلة  $2x = 1$  ليس لها حل في مجموعة الأعداد الصحيحة "

$q_0$  هو التقرير " العدد 5 عدد زوجى "  
 $r_0$  هو التقرير " الأرض تدور حول الشمس "

الحل:

في هذه الحالة  $P(p_0, q_0, r_0)$  تمثل التقرير المركب

$$P(p_0, q_0, r_0) = \sim p_0 \vee r_0 \rightarrow \sim q_0$$

ويقرأ

" إذا كان المعادلة  $2x = 1$  لها حل في مجموعة الأعداد الصحيحة أو كانت الأرض تدور حول الشمس فإن العدد 5 ليس عدد زوجى "

وحيث أن  $p_0$  له قيمة الحقيقة صواب T  
 $q_0$  له قيمة الحقيقة خطأ F  
 $r_0$  له قيمة الحقيقة صواب T

$p_0$	$q_0$	$r_0$	$\sim p_0$	$\sim q_0$	$\sim p_0 \vee r_0$	$P(p_0, q_0, r_0)$
T	F	T	F	T	T	T

أذن  $P(p_0, q_0, r_0)$  لها قيمة الحقيقة صواب.

ملاحظة : في مثال (٢٠) بوضع أى تقارير  $p_1, q_1, r_1$  حيث  $p_1$  تقرير صواب،  $q_1$  تقرير خطأ،  $r_1$  تقرير صواب فإن التقرير المركب  $P(p_1, q_1, r_1)$  يكون صواب.

## تمارين الفصل الأول

١ - عين الجمل الخبرية والجمل الغير خبرية فيما يلي وإذا كانت الجملة خبرية وضح ما إذا كانت تمثل تقرير بسيط أو تقرير مركب

١ ( الشمس ساطعة .

٢ ( هل الشمس ساطعة ؟

٣ ( لا تقصر في واجبك .

٤ ( ما أجمل الزهور !

٥ ( الحديد يتمدد بالحرارة وينكمش بالبرودة .

٦ ( مساحة متوازي الأضلاع تساوى حاصل ضرب طول القاعدة في الارتفاع .

٧ ( أيهما أكبر  $\frac{7}{2}$  أم  $\frac{8}{3}$  ؟

٨ ( المثلث له ثلاثة أضلاع أو ثلاثة زوايا .

٩ ( يقال أن الزاويتان متكاملتان إذا كان مجموعهم يساوى 180 درجة .

١٠ ( مجموع عددين فرديين يكون عدد زوجي .

٢ - أكتب التقارير البسيطة المكونة لكل من التقارير المركبة الآتية :

١ ( إذا واطب الطالب على حضور المحاضرات فإنه سوف يفهم المنهج ويجتاز الامتحان.

٢ ( إذا فهمت التقارير والعمليات المنطقية جيدا فعليك البدء في قراءة الفصل الثاني من الكتاب .

٣ ( نهر النيل شريان الحياة في مصر وإذا امتدت مياه النيل الى الصحراء فسوف يتم تعميرها .

٤ ( يتم تعمير الصحراء إذا فقط إذا اخلص الشباب لوطنهم وبذلوا الجهد بسواعدهم.

- ٥ ( المثلث له ثلاثة أضلاع لكن المربع له أربعة أضلاع .  
 ٦ ( المستقيمان المتعامدان يصنعان زاوية قائمة لكن المستقيمان المتوازيان لا يتقاطعان .  
 ٧ ( ليس صحيحا أنه إذا كان المثلث متساوى الساقين فإنه يكون متساوى الأضلاع .  
 ٨ ( الحديد أقوى من الرصاص وإذا كان العدد  $x$  عدد أولى فإن  $x + 1$  عدد زوجى .

- ٩ ( إذا كان العدد  $x$  عدد أولى واكبر من 2 فإنه لن يكون عدد زوجى .  
 ١٠ ( ليس صحيحا أنه إذا كان  $x$  عددا فرديا فإن  $x^2$  يكون عددا زوجيا .

٣ - صنف التقارير المركبة المعطاة في تمرين (٢) من حيث نوع الربط  
 ( نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة )  
 ثم اعد صياغتها من صورة جمل إنشائية الى صورة رموز .

٤ - اعد صياغة كل من التقارير المركبة الآتية من صورة جمل إنشائية الى صورة رموز وصنف كل منها من حيث نوع الربط (نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة):

- ١ ( إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتين في القياس .  
 ٢ ( إذا كان المثلث غير قائم الزاوية فإن مربع طول الوتر لا يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين .  
 ٣ ( مجموع زوايا المثلث تساوى 180 درجة وإذا كان مربع طول الوتر فى مثلث لا يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث لا يكون قائم الزاوية .  
 ٤ ( إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتين وكل زاويتين متناظرتين متساويتين .  
 ٥ ( الشكل الرباعى يكون متوازى أضلاع إذا فقط إذا كان فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين أو كل من قطريه ينصف الآخر .  
 ٦ ( إذا كانت أضلاع المثلثان المتناظرة متساوية وكذلك زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس فإن المثلثان يتطابقان .

٧ ) مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين لكن ليس صحيحا أن المعادلة  $5x = 9$  لها حل في مجموعة الأعداد الطبيعية .

٨ ) المعادلة  $x^2 + 1 = 0$  ليس لها حل في مجموعة الأعداد الطبيعية أو في مجموعة الأعداد النسبية لكن لها حل في مجموعة الأعداد المركبة .

٩ ) في الأشكال الهندسية المتطابقة تكون الأضلاع المتناظرة متطابقة وتكون الزوايا المتناظرة متطابقة أيضا .

١٠ ) مجموع قياسى أى زاويتين متقابلتين في شكل رباعي دائرى يساوى 180 درجة والعكس صحيح .

٥ - نفرض التقارير البسيطة

p : الجبر صعب

q : المنطق الرياضى سهل

r : التفاضل شيق

صنف التقارير الآتية من حيث نوع الربط (نفى - وصلة - فاصلة - شرطية - شرطية مزدوجة) ثم اعد صياغتها من صورة جمل إنشائية الى صورة رموز مستخدما أدوات الربط والأقواس المناسبة

١ - الجبر سهل .	٦ - إذا كان المنطق سهل فإن التفاضل يكون شيق .
٢ - التفاضل شيق أو الجبر سهل .	٧ - الجبر صعب إذا فقط إذا كان المنطق صعب .
٣ - الجبر ليس سهل لكن المنطق سهل .	٨ - التفاضل غير شيق أو الجبر صعب ، لكن المنطق سهل .
٤ - من الخطأ القول أن المنطق سهل والجبر صعب .	٩ - التفاضل شيق و الجبر سهل ، لكن المنطق ليس سهل .
٥ - إما المنطق سهل أو التفاضل غير شيق .	١٠ - إذا كان المنطق سهل فإن التفاضل يكون شيق والجبر يكون سهل .

٦ - باستخدام التقارير البسيطة  $p, q, r$  في التمرين (٥) أكتب تقارير في صورة جمل إنشائية تصف كل من التقارير الرمزية الآتية مع تصنيف كل منها من حيث نوع أداة الربط:

(1) - $p \wedge (q \vee r)$	(6) - $r \leftrightarrow p \wedge q$
(2) - $(p \wedge q) \vee r$	(7) - $\sim p \vee q \rightarrow r$
(3) - $\sim (p \wedge q)$	(8) - $r \leftrightarrow \sim p \vee q$
(4) - $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$	(9) - $\sim (p \vee q \leftrightarrow r)$
(5) - $\sim p \vee q \rightarrow r$	(10) - $(\sim p \vee r) \wedge q$

٧ - أضف أقواس في كل من التقارير الآتية لتكوين تقرير مركب من النوع الموضح أمام كل منها وإذا كانت الأقواس غير ضرورية وضح السبب

نوع التقرير المطلوب تكوينه	التقرير
وصلة	$p \wedge q \rightarrow r \vee \sim q$
فاصلة	$p \wedge q \rightarrow r \vee \sim q$
شرطية	$p \wedge q \rightarrow r \vee \sim q$
نفي	$\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim q$
وصلة	$\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim q$
فاصلة	$\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim q$

شرطية	$\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim q$
شرطية مزدوجة	$\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim q$
وصلة	$\sim p \vee r \wedge s \rightarrow \sim q$
فاصلة	$\sim p \vee r \wedge s \rightarrow \sim q$

٨ - نفرض كثيرات الحدود البولية :

$$f(p, q) = p \rightarrow \sim q$$

$$g(p, q) = p \leftrightarrow \sim q \vee p$$

$$h(p, q, r) = \sim p \rightarrow (\sim q \leftrightarrow r)$$

أوجد كل مما يأتي :

- 1 ) -  $f(p, q) \vee g(p, q)$
- 2 ) -  $f(r, s) \rightarrow \sim g(s, r)$
- 3 ) -  $f(p, s) \rightarrow g(p, r) \vee \sim h(r, s, p)$
- 4 ) -  $\sim h(r, s, t) \wedge g(p, t) \rightarrow \sim f(s, p)$
- 5 ) -  $h(p, q, r) \leftrightarrow \sim f(p, q) \vee g(p, q)$
- 6 ) -  $g(s, t) \leftrightarrow f(s, p) \wedge \sim h(s, t, p)$

$$f(p, q) = \sim p \vee q$$

٩ - نفرض كثيرة الحدود البولية

أوجد قيمة الحقيقة لكثيرة الحدود  $f(p, q)$  في كل من الحالات الآتية ووضح ماذا تلاحظ:

( ١ ) التقرير  $p$  : "  $5 > 2$  "

التقرير  $q$  : " 3 عدد فردى "

- ( ٢ ) التقرير p : " مجموع زوايا المثلث قائمتين "   
 التقرير q : " 6 عدد فردى "
- ( ٣ ) التقرير p : " المعادلة  $3x + 2 = 0$  لها حل فى مجموعة الأعداد الصحيحة "   
 التقرير q : " القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية "
- ( ٤ ) التقرير p : " المعادلة  $3x + 2 = 0$  لها حل فى مجموعة الأعداد الحقيقية "   
 التقرير q : " المستقيمان المتعامدان يصنعان زاوية قائمة "
- ( ٥ ) التقرير p : " المثلث له ثلاثة أضلاع و ثلاثة زوايا "   
 التقرير q : " مجموع عددين فردين يكون عدد زوجى أو عدد أولى "
- ( ٦ ) التقرير p : " إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتين "   
 التقرير q : " المثلث يكون متساوى الأضلاع إذا كان متساوى الساقين "
- ( ٧ ) التقرير p : " ليس صحيحا أن  $2 + 3 \neq 4$  أو  $5 + 2 = 7$  "   
 التقرير q : " ليس صحيحا أن مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين "
- ( ٨ ) التقرير p : " أهرامات الجيزة وسور الصين العظيم من عجائب الدنيا السبع "   
 التقرير q : " ليس صحيحا أن مجموع زوايا المثلث تساوى قائمتين "
- ( ٩ ) التقرير p : " المعادلة  $5x + 3 = 18$  ليس لها حل فى مجموعة الأعداد الطبيعية "   
 التقرير q : " ليس صحيحا أن مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين "

( ١٠ ) التقرير p : " المثلث متساوى الأضلاع إذا وفقط إذا كان متساوى الزوايا "

التقرير q : " ليس صحيحا أن مجموع زوايا المثلث لا تساوى قائمتين "

١٠ - عين قيمة الحقيقة للافتراض

$$P(p, q, r) = \sim r \wedge p \rightarrow \sim q$$

في كل من الحالات الآتية ووضح ماذا تلاحظ :

( ١ ) التقرير p : "  $2 + 3 \neq 4$  "

التقرير q : " المعادلة  $3x + 6 = 0$  لها حل في مجموعة الأعداد الصحيحة "

التقرير r : " 7 عدد فردى "

( ٢ ) التقرير p : " المثلث له ثلاثة أضلاع أو ثلاثة زوايا "

التقرير q : " المعادلة  $x^2 + 4 = 0$  ليس لها حل في مجموعة الأعداد

الحقيقية "

التقرير r : " العدد 7 عدد فردى لكن غير أولى "

( ٣ ) التقرير p : " المعادلة  $x + 2 = 0$  لها حل في مجموعة الأعداد الطبيعية "

التقرير q : " مجموع عددين زوجيين يكون عدد فردى أو عدد أولى "

التقرير r : " العدد 7 عدد أولى لكن غير زوجى "

( ٤ ) التقرير p : "  $2 + 3 = 5$  و ليس صحيحا أن  $2^3 = 8$  إذا وفقط إذا كان

$$3^2 = 9$$

التقرير q : " المستطيل له أربعة أضلاع "

التقرير r : " العدد 8 عدد ليس أولى لكن غير فردى "

- ( ٥ ) التقرير p : " العدد 17 عدد ليس أولى لكن غير فردى "
- التقرير q : " المثلث يكون متساوى الساقين إذا كان متساوى الأضلاع "
- التقرير r : " إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتين وكل زاويتين متناظرتين متساويتين "