

الفصل

2

جداول الحقيقة

Truth Tables

١ - أداة النفي Negation

نفي التقرير البسيط p هو "ليس p " ويرمز لذلك $\sim p$ وإذا كان التقرير المعطى صواب T فإن نفيه يكون تقريراً خاطئاً F والعكس بالعكس، ونلاحظ أنه مهما كان التقرير p فإنه

إما أن يكون التقرير p صواب T وبالتالي $\sim p$ يكون خطأً F

أو يكون التقرير p خطأً F وبالتالي $\sim p$ يكون صواب T

ويمكن تلخيص ذلك في الجدول الآتي والذي يعرف باسم جدول الحقيقة للتقرير $\sim p$

| p | $\sim p$ |
|-----|----------|
| T | F |
| F | T |

وكما هو معلوم فإن نفي النفي يكون إثباتاً، وبالتالي $\sim\sim p$ يكون هو نفسه p .

مثال ١ :

١ - التقرير "مجموع زوايا المثلث يساوي قائمتين" هو تقرير صواب T

ونفى التقرير يكون "مجموع زوايا المثلث لا يساوي قائمتين" وهو تقرير خطأ F

٢ - التقرير " $2 + 3 = 6$ " هو تقرير خطأ F

ونفى التقرير يكون " $2 + 3 \neq 6$ " وهو تقرير صواب T

٢ - أداة الوصل " و " Conjunction

إذا كان كل من p , q تقريراً بسيطاً فإن التقرير " p و q " يكون تقريراً مركباً ويرمز له $p \wedge q$ ، وحيث أن قيم الحقيقة الممكنة للتقرير p هي صواب T أو خطأ F وعددها يساوي 2 وبالمثل قيم الحقيقة الممكنة للتقرير q هي صواب T أو خطأ F وعددها يساوي 2 ، إذن التركيبات الممكنة من قيم الحقيقة للتقريرين p , q عددها $2^2 = 4$ كالتالي:

| | | | | | | |
|---|---------|-----|--------|----------|-----|--------|
| - | التقرير | p | صواب T | والتقرير | q | صواب T |
| - | التقرير | p | صواب T | والتقرير | q | خطأ F |
| - | التقرير | p | خطأ F | والتقرير | q | صواب T |
| - | التقرير | p | خطأ F | والتقرير | q | خطأ F |

ويمكن الوصول إلى هذه التركيبات باستخدام طريقة الشجرة الموضحة بالشكل

| التقرير p | التقرير q | التركيبات الممكنة |
|-----------|-----------|-------------------|
| T | T | (T , T) |
| | F | (T , F) |
| F | T | (F , T) |
| | F | (F , F) |

والسؤال الآن " ما هي قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \wedge q$ ؟ " وللتعرف على أجابته لهذا السؤال ، نناقش المثال الآتى :

مثال ٢ : قال سمير " ذهبت الى الحديقة واشترت زهور "

نفرض التقرير p : ذهب سمير الى الحديقة

والتقرير q : اشترى سمير زهور

وعلى ضوء الاستعمالات فى حياتنا اليومية لأداة الوصل " و " دعنا نبحث متى يكون سمير على صدق (صائب) فى كلامه ومتى يكون كاذب (خاطئ) ، أى نبحث متى يكون $p \wedge q$ صواب ومتى يكون خطأ ، ومن الواضح أن سمير يكون صائب فى قوله إذا ما ثبت انه

ذهب إلى الحديقة واشترى زهور (p صواب ، q صواب)

ولكنه يكون خاطئ في قوله إذا ما ثبت لنا أحد الأمور الثلاث الآتية :

- ١ - ذهب سمير الى الحديقة ولكنه لم يشتري زهور (صواب p ، خطأ q)
- ٢ - سمير لم يذهب الى الحديقة ولكنه اشترى زهور (خطأ p ، صواب q)
- ٣ - سمير لم يذهب الى الحديقة ولم يشتري زهور (خطأ p ، خطأ q)

وبالتالي فإن قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \wedge q$ تحقق الخاصية :

التقرير المركب $p \wedge q$ يكون صواب فقط إذا كان التقرير p صواب والتقرير q صواب ويكون التقرير المركب $p \wedge q$ خطأ فيما عدا ذلك.

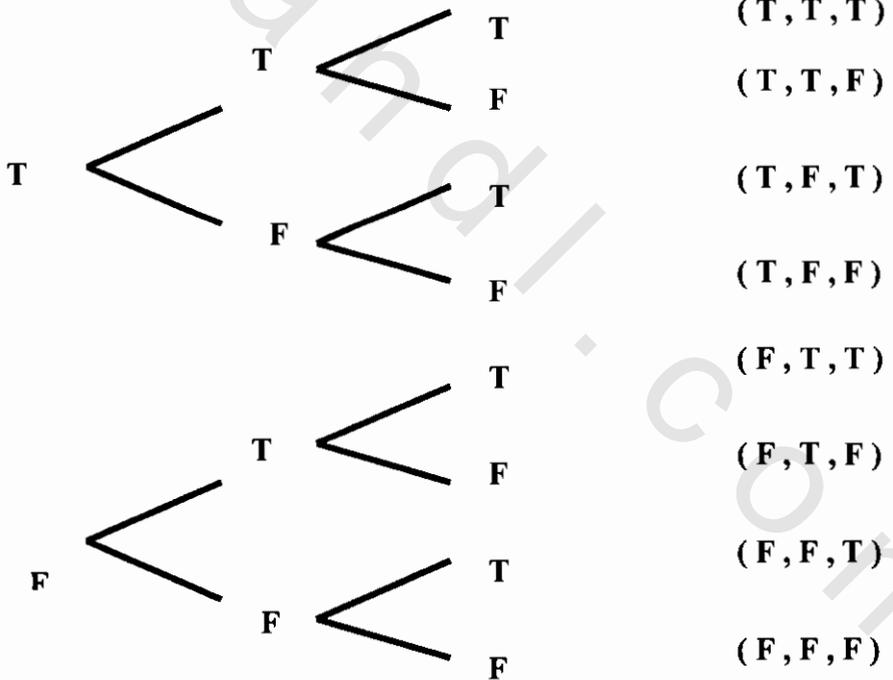
وجداول الحقيقة للتقرير $p \wedge q$ يكون كالآتي:

| p | q | $p \wedge q$ |
|-----|-----|--------------|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | F |
| F | F | F |

ونلاحظ أن التقارير البسيطة p , q تمثل الأعمدة الأولى بالجدول ، وتوجد في الجدول صفوف كافية لجميع التركيبات الممكنة من قيم الحقيقة للتقريرين وعددهم أربعة صفوف، وبوجه عام إذا كان التقرير المركب يحتوي على n من التقارير البسيطة فإنه يوجد 2^n من التركيبات الممكنة من قيم الحقيقة ، أي إن جدول الحقيقة يحتوي على 2^n من الصفوف، فمثلا إذا كان التقرير المركب يحتوي على 3 من التقارير البسيطة p, q, r فإنه يوجد $2^3 = 8$ من التركيبات الممكنة من قيم الحقيقة موزعة في جدول الحقيقة كالآتي :

| p | q | r |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | T | F |
| T | F | T |
| T | F | F |
| F | T | T |
| F | T | F |
| F | F | T |
| F | F | F |

ويمكن الوصول الى هذه التركيبات باستخدام طريقة الشجرة الموضحة بالشكل



مثال ٣ : نفرض التقارير

$$4 > 3 \quad : \quad p$$

$$7 \text{ عدد زوجي} \quad : \quad q$$

$$\text{القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية} \quad : \quad r$$

نلاحظ أن التقرير p صواب، التقرير q خطأ والتقرير r صواب

أذن التقرير المركب $p \wedge q$ يكون خطأ

والتقرير المركب $p \wedge r$ يكون صواب .

مثال ٤ : أوجد جدول الحقيقة للتقرير $\sim (p \wedge \sim q)$

الحل : التقرير من نوع النفي و جدول الحقيقة يكون كالآتي :

| p | q | $\sim q$ | $p \wedge \sim q$ | $\sim (p \wedge \sim q)$ |
|---|---|----------|-------------------|--------------------------|
| T | T | F | F | T |
| T | F | T | T | F |
| F | T | F | F | T |
| F | F | T | F | T |

وتوجد طريقة ثانية لتكوين جدول الحقيقة نوضحها على التقرير المركب $\sim (p \wedge \sim q)$

وهي كما يأتي :

(١) - نرسم الجدول الآتي

| p | q | $\sim (p \wedge \sim q)$ | | | |
|--------|--------|--------------------------|--|--|--|
| T | T | | | | |
| T | F | | | | |
| F | T | | | | |
| F | F | | | | |
| Step 1 | Step 2 | | | | |

والتقرير المركب يكتب فى الصف العلوى على يمين التقارير البسيطة ونلاحظ انه يوجد عمود تحت كل تقرير بسيط أو أداة ربط فى التقرير المركب .

ب) - نقوم بإدخال قيم الحقيقة فى الجدول على خطوات حيث نبدأ أولاً بإدخال قيم الحقيقة للتقارير البسيطة ويكتب رقم الخطوة اسفل العمود المناظر لكل تقرير بسيط، وبعد ذلك نبدأ بإدخال قيم الحقيقة فى العمود المناظر لأداة الربط الأقل هيمنة ونستمر فى هذا التدرج حتى نصل الى العمود المناظر لأداة الربط المهيمنة والتي تحدد نوع التقرير المركب وفى كل مرة يكتب رقم الخطوة اسفل العمود المناظر لأداة الربط، وبالنسبة للتقرير المركب $(p \wedge \sim q)$ يتم تكوين جدول الحقيقة كالتالى:

| p | q | \sim | $(p \wedge \sim q)$ | | | |
|--------|--------|--------|-----------------------|-------|-------|--------|
| T | T | T | T | F | F | T |
| T | F | F | T | T | T | F |
| F | T | T | F | F | F | T |
| F | F | T | F | F | T | F |
| Step 1 | Step 2 | Step5 | Step 1 | Step4 | Step3 | Step 2 |

١ - نقوم بإدخال قيم الحقيقة للتقارير البسيطة p , q ويكتب رقم الخطوة اسفل العمود المناظر .

٢ - التقرير المركب $(p \wedge \sim q)$ من نوع النفي وأداة الربط داخل القوس والأقل هيمنة هى نفي q لذلك نقوم بحساب قيم الحقيقة لأداة نفي q ويكتب رقم الخطوة وهى 3 اسفل العمود المناظر .

٣ - نقوم بحساب قيم الحقيقة لأداة الوصل \wedge وذلك بمقارنة الأعمدة فى الخطوات 3 , 1 ويكتب رقم الخطوة وهى 4 اسفل العمود المناظر .

٤ - نقوم بحساب قيم الحقيقة لأداة النفي \sim وذلك بنفي قيم الحقيقة فى الخطوة 4 ويكتب رقم الخطوة وهى 5 اسفل العمود المناظر وبذلك يكتمل الجدول .

و إذا كان التقرير المركب معقد ويحتوى على الكثير من أدوات الربط فإنه يفضل استخدام هذه الطريقة لتكوين جدول الحقيقة لأنها تكون أسرع وتأخذ مساحة أقل فى الحل.

٣ - أداة الفصل " أو " Disjunction

إذا كان كل من p ، q تقريراً بسيطاً فإن التقرير " p أو q " يكون تقرير مركب ويرمز له بـ $p \vee q$ ، وقيم الحقيقة الممكنة للتقرير p هى صواب T أو خطأ F وعددها يساوى 2 وبالمثل قيم الحقيقة الممكنة للتقرير q هى صواب T أو خطأ F وعددها يساوى 2، والسؤال الآن

" ما هى قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \vee q$ ؟ "

وللتعرف على قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \vee q$ نناقش المثال الآتى:

مثال ٥ : عندما نقول " ذهب سمير إلى الحديقة أو ذهب إلى المسرح "

نفرض التقرير p : ذهب سمير إلى الحديقة

والتقرير q : ذهب سمير إلى المسرح

وعلى ضوء الاستعمالات فى حياتنا اليومية لأداة الفصل " أو " فإننا نكون صادقين فى الحالات الثلاث الآتية:

١ - ذهب سمير إلى الحديقة وكذلك ذهب إلى المسرح (p صواب ، q صواب)

٢ - ذهب سمير إلى الحديقة ولكنه لم يذهب إلى المسرح (p صواب ، q خطأ)

٣ - سمير لم يذهب إلى الحديقة ولكنه ذهب إلى المسرح (p خطأ ، q صواب)

ولكننا بالطبع نكون غير صادقين إذا تبين أن

سمر لم يذهب إلى الحديقة ولم يذهب إلى المسرح (p خطأ ، q خطأ)

ومن ذلك نلاحظ أن أداة الربط \vee تعنى إما p أو q أو كلاهما وبالتالي فإن التقرير

المركب $p \vee q$ يكون صواب في ثلاث حالات

١ - p صواب ، q صواب

٢ - p صواب ، q خطأ

٣ - p خطأ ، q صواب

ويكون التقرير المركب $p \vee q$ خطأ فقط إذا كان p خطأ ، q خطأ.

وبالتالى فإن قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \vee q$ تحقق الخاصية:

التقرير المركب $p \vee q$ يكون خطأ فقط إذا كان

التقرير p خطأ والتقرير q خطأ ويكون التقرير

المركب $p \vee q$ صواب فيما عدا ذلك .

وجداول الحقيقة للتقرير $p \vee q$ يكون كالتالى:

| p | q | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | F |

وعند استخدامنا لأداة الفصل " أو " إذا كان المعنى المقصود هو

" إما p أو q وليس كلاهما "

في هذه الحالة فإن أداة الفصل " أو " تسمى أداة الفصل الأستيعادية ويرمز لها \vee ، أى إن

$$p \vee q \text{ تعنى إما } p \text{ أو } q \text{ وليس كلاهما}$$

وللتعرف على قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \vee q$ نناقش المثال الآتى:

مثال ٦ : عندما ظهرت نتيجة الثانوية العامة كان حسين ضمن الناجحين ولقد سأله والده
أى كلية تريد أن تلتحق ؟

أجاب حسين " سألتحق بكلية الطب أو كلية الصيدلة "

نلاحظ أن حسين أجاب بتقرير مركب يتكون من التقريرين

التقرير p : حسين سيلتحق بكلية الطب

والتقرير q : حسين سيلتحق بكلية الصيدلة

والتقرير المركب الذى قاله حسين يمكن التعبير عنه بالصورة $p \vee q$ ، ومن المستحيل أن
يلتحق حسين بالكليتين في نفس الوقت، ولكن من المؤكد أن حسين سوف يلتحق بكلية واحدة
فقط، قد تكون كلية الطب وقد تكون كلية الصيدلة وربما يلتحق حسين بكلية أخرى غير
هاتين الكليتين وبناء على ذلك فإن ما قاله حسين (أى إن التقرير المركب $p \vee q$) يكون
صواب في الحالتين:

١ - يلتحق حسين بكلية الطب (p صواب) وبالتالي لن يلتحق بكلية الصيدلة (q خطأ)

٢ - لن يلتحق حسين بكلية الطب (p خطأ) وبالتالي يلتحق بكلية الصيدلة (q صواب)

وما قاله حسين (أى إن التقرير المركب $p \vee q$) يكون خطأ في الحالة :

لم يلتحق حسين بكلية الطب (p خطأ) ولم يلتحق بكلية الصيدلة (q خطأ)

هذا بالإضافة الى الحالة المستحيل حدوثها

يلتحق حسين بكلية الطب (p صواب) و يلتحق بكلية الصيدلة (q صواب)

ومن ذلك نلاحظ أن التقرير المركب $p \vee q$ يكون صواب في الحالتين:

١ - p صواب ، q خطأ

٢ - p خطأ ، q صواب

ويكون التقرير المركب $p \vee q$ خطأ في الحالتين :

١ - p صواب ، q صواب

٢ - p خطأ ، q خطأ

وبالتالى فإن قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \vee q$ تحقق الخاصية:

التقرير المركب $p \vee q$ يكون خطأ فقط إذا كان كل من q , p صواب معا أو خطأ معا ويكون التقرير المركب $p \vee q$ صواب فيما عدا ذلك .

وجداول الحقيقة للتقرير $p \vee q$ يكون كالتالى :

| p | q | $p \vee q$ |
|---|---|------------|
| T | T | F |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | F |

مثال ٧ : كون جدول الحقيقة بطريقتين مختلفتين للتقرير $\sim p \vee (p \wedge \sim q)$

الحل : التقرير من نوع الفاصلة

الطريقة الأولى :

| p | q | $\sim p$ | $\sim q$ | $p \wedge \sim q$ | $\sim p \vee (p \wedge \sim q)$ |
|---|---|----------|----------|-------------------|---------------------------------|
| T | T | F | F | F | F |
| T | F | F | T | T | T |
| F | T | T | F | F | T |
| F | F | T | T | F | T |

الطريقة الثانية :

| p | q | $\sim p$ | \vee | $(p \wedge \sim q)$ |
|--------|--------|----------|--------|---------------------|
| T | T | F | T | F |
| T | F | F | T | T |
| F | T | T | F | F |
| F | F | T | F | T |
| Step 1 | Step 2 | Step 5 | Step 1 | Step 6 |
| Step 1 | Step 2 | Step 5 | Step 1 | Step 6 |
| Step 1 | Step 2 | Step 5 | Step 1 | Step 6 |
| Step 1 | Step 2 | Step 5 | Step 1 | Step 6 |

٤ - أداة الربط الشرطية "إذا كان فإن ... Conditional"

إذا كان كل من p, q تقريراً بسيطاً فإن التقرير "إذا كان p فإن q " يكون تقريراً مركباً ويرمز له $p \rightarrow q$ ويسمى تقريراً شرطياً، وهو يعنى أن التقرير q يكون صواباً بشرط أن التقرير p يكون صواباً، والسؤال الآن

"ما هي قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \rightarrow q$ ؟"

وللتعرف على قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \rightarrow q$ نناقش الأمثلة الآتية :

مثال ٨ : وعد الوالد ابنه قائلاً :

" إذا نجحت في الامتحان فسأشترى لك هدية "

نفرض التقرير p : الابن نجح في الامتحان

والتقرير q : اشترى الوالد لابنه هدية

وعلى ضوء الاستعمالات في حياتنا اليومية لأداة الربط الشرطية " إذا كان ... فإن ... " دعنا نبحث صدق أو عدم صدق الوالد فيما وعد به ابنه ، أى نبحث متى يكون التقرير المركب $p \rightarrow q$ صواباً ومتى يكون خطأً. من الواضح أنه لدينا أحد الاحتمالات الأربع الآتية :

١ - نجح الابن في الامتحان واشترى له والده هدية (p صواب، q صواب)

وفي هذه الحالة فإن الوالد يكون صادقاً في وعده، أى إن $p \rightarrow q$ يكون صواباً.

٢ - نجح الابن في الامتحان ولم يشتري له والده هدية (p صواب، q خطأ)

وفي هذه الحالة فإن الوالد لا يكون صادقاً في وعده ، أى إن $p \rightarrow q$ يكون خطأً .

٣ - لم ينجح الابن في الامتحان واشترى له والده هدية (p خطأ، q صواب)

وفي هذه الحالة فإن الوالد يكون صادقاً أيضاً في وعده لأنه قال ما سوف يحدث إذا نجح الابن ولكنه لم يذكر شيئاً عما يحدث إذا لم ينجح الابن وبالتالي $p \rightarrow q$ يكون صواباً.

٤ - لم ينجح الابن في الامتحان ولم يشتري له والده هدية (خطأ، q خطأ)

وفي هذه الحالة فإن الوالد يكون صادقا أيضا في وعده لأنه قال ما سوف يحدث إذا نجح الابن وحيث أن الابن لم ينجح فإن الوالد غير مطالب بتنفيذ وعده وبالتالي $p \rightarrow q$ يكون صواب.

ومن الواضح أن الوالد يكون صادقا في قوله ويفى بوعده لابنه في جميع هذه الحالات ما عدا الحالة الثانية حيث نجح الابن في الامتحان فعلا ولكن الوالد لم يفى بوعده له ولم يشتري له الهدية .

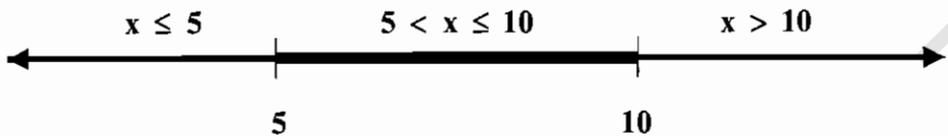
مثال ٩ : نفرض التقارير البسيطة

$$x > 10 \quad : \quad p$$

$$x > 5 \quad : \quad q$$

التقرير المركب " إذا كان $x > 10$ فإن $x > 5$ " من نوع الشرطية على الصورة $p \rightarrow q$ وهذا التقرير نجبرنا بأن $x > 5$ بشرط أن $x > 10$ وبديها فإننا نعلم انه إذا كان $x > 10$ فمن المؤكد أن $x > 5$ لذلك فإن التقرير المركب المعطى يكون صواب هذا على الرغم من أن التقرير لا نجبرنا بأى معلومة عن موقع العدد x بالنسبة للعددين 5, 10 وعلى ذلك فإن التقرير " إذا كان $x > 10$ فإن $x > 5$ " يكون صواب دائما مهما كان موقع العدد x بالنسبة للعددين 5, 10 .

والآن عندما نبحث عن الاحتمالات الممكنة لوقوع العدد x بالنسبة للعددين 5 , 10 نجد أن هناك ثلاث احتمالات ممكنة موضحة على خط الأعداد وهي :



الاحتمال الأول : العدد x واقع في الفترة $(10 , \infty)$ ، أى إن $x > 10$

وفي هذه الحالة فإن

$x > 10$ يكون صواب ، أى إن p صواب .

$x > 5$ يكون صواب ، أى إن q صواب .

الاحتمال الثاني : العدد x واقع في الفترة $(5 , 10]$ ، أى إن $5 < x \leq 10$

وفي هذه الحالة فإن

$x > 10$ يكون خطأ ، أى إن p خطأ .

$x > 5$ يكون صواب ، أى إن q صواب .

الاحتمال الثالث : العدد x واقع في الفترة $(-\infty , 5]$ ، أى إن $x \leq 5$

وفي هذه الحالة فإن

$x > 10$ يكون خطأ ، أى إن p خطأ .

$x > 5$ يكون خطأ ، أى إن q خطأ .

وفي جميع الاحتمالات الثلاث فإن التقرير المركب $p \rightarrow q$ يكون صواب دائماً ،
ويوجد احتمال آخر لا يمكن أخذه في الاعتبار وهو :

الاحتمال الرابع : أن يكون العدد x واقع في الفترة $(10 , \infty)$ وفي نفس الوقت واقع

في الفترة $(-\infty , 5]$ وفي هذه الحالة فإن

$x > 10$ يكون صواب ، أى إن p صواب .

$x > 5$ يكون خطأ ، أى إن q خطأ .

وهذه حالة مستحيلة الحدوث ولذلك فإن التقرير المركب $p \rightarrow q$ بديها يكون خطأ في
هذه الحالة .

ومن مناقشتنا في الأمثلة ٨ ، ٩ نستنتج أن قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \rightarrow q$ تحقق
الخاصية :

التقرير المركب $p \rightarrow q$ يكون خطأ فقط إذا كان p صواب،
 q خطأ ويكون التقرير المركب $p \rightarrow q$ صواب فيما عدا ذلك .

وجداول الحقيقة للتقرير $p \rightarrow q$ يكون كالآتي :

| p | q | $p \rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | T |
| F | F | T |

ملاحظة : التقرير المركب $p \rightarrow q$ " إذا كان p فإن q "

يمكن صياغته بطرق مختلفة كالآتي :

- ١ - إذا أعطيت p فإن q
- ٢ - بفرض p فإن q
- ٣ - كلما كانت p فإن q
- ٤ - p يؤدي إلى q
- ٥ - p شرط كافي لـ q
- ٦ - q كلما كان p
- ٧ - q بشرط p (إذا q) p
- ٨ - q شرط ضروري لـ p
- ٩ - الشرط الضروري لـ p هو q
- ١٠ - الشرط الكافي لـ q هو p

وفي المثال الآتي نوضح بعض من هذه الصياغات المختلفة للشرطية $p \rightarrow q$.

مثال ١٠ : نفرض التقارير البسيطة

p : اليوم هو يوم الجمعة

q : غدا هو يوم السبت

فى الجدول الآتى نضع الصورة الرمزية لبعض التقارير المكتوبة فى صورة جمل إنشائية :

| التقرير فى صورة رموز | التقرير فى صورة جملة إنشائية |
|--------------------------------------|--|
| $p \rightarrow q$ | ١ - إذا كان اليوم هو يوم الجمعة فإن غدا هو يوم السبت . |
| $\sim q \rightarrow \sim p$ | ٢ - إذا كان غدا لن يكون السبت فإن اليوم ليس هو يوم الجمعة. |
| $p \rightarrow q$ | ٣ - غدا هو يوم السبت إذا كان اليوم هو يوم الجمعة. |
| $p \rightarrow q$ | ٤ - اليوم هو يوم الجمعة شرط كافى لكى يكون غدا هو يوم السبت . |
| $q \rightarrow p$ | ٥ - الشرط الضرورى لكى يكون غدا هو يوم السبت هو أن يكون اليوم هو الجمعة. |
| $\sim q \wedge (p \rightarrow q)$ | ٦ - غدا لن يكون يوم السبت لكن إذا كان اليوم هو يوم الجمعة فإن غدا هو يوم السبت . |
| $p \vee (\sim q \rightarrow \sim p)$ | ٧ - إما اليوم هو يوم الجمعة أو إذا كان غدا ليس السبت فإن اليوم ليس هو يوم الجمعة . |
| $\sim (q \rightarrow \sim p)$ | ٨ - من الخطأ القول أن الشرط الضرورى لكى يكون غدا السبت هو أن يكون اليوم ليس الجمعة . |

| التقرير في صورة رموز | التقرير في صورة جملة إنشائية |
|--|---|
| $q \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)$ | ٩ - غدا هو يوم السبت لكن إذا كان اليوم ليس الجمعة فإن غدا لن يكون السبت . |
| $\sim q \rightarrow \sim p$ | ١٠- أن لا يكون غدا هو يوم السبت شرط كافي لكي لا يكون اليوم هو الجمعة . |

مثال ١١ : كون جدول الحقيقة للتقرير المركب الآتي :

" نهر النيل هو شريان الحياة في مصر وامتداد مياه النيل إلى الصحراء شرط كافي لتعميرها . "

الحل : التقارير البسيطة المكونة للتقرير المركب هي :

p : نهر النيل هو شريان الحياة في مصر

q : مياه النيل تمتد إلى الصحراء

r : الصحراء يتم تعميمها

أذن التقرير في صورة رمزية يكون $p \wedge (q \rightarrow r)$ وهو تقرير من نوع الوصلة، و جدول الحقيقة للتقرير يكون كالاتي :

| p | q | r | $q \rightarrow r$ | $p \wedge (q \rightarrow r)$ |
|---|---|---|-------------------|------------------------------|
| T | T | T | T | T |
| T | T | F | F | F |
| T | F | T | T | T |
| T | F | F | T | T |
| F | T | T | T | F |
| F | T | F | F | F |
| F | F | T | T | F |
| F | F | F | T | F |

مثال ١٢ : كون جدول الحقيقة للتقرير $p \vee \sim (q \wedge r) \rightarrow p \vee q$

الحل : التقرير من نوع الشرطية

و جدول الحقيقة للتقرير يكون كالاتي :

| p | q | r | $p \vee q$ | $q \wedge r$ | $\sim (q \wedge r)$ | $p \vee \sim (q \wedge r)$ | التقرير |
|---|---|---|------------|--------------|---------------------|----------------------------|---------|
| T | T | T | T | T | F | T | T |
| T | T | F | T | F | T | T | T |
| T | F | T | T | F | T | T | T |
| T | F | F | T | F | T | T | T |
| F | T | T | T | T | F | F | T |
| F | T | F | T | F | T | T | T |
| F | F | T | F | F | T | T | F |
| F | F | F | F | F | T | T | F |

٥ - أداة الربط الشرطية المزدوجة "... إذا فقط إذا كان..."

Biconditional

إذا كان كل من q , p تقريراً بسيطاً فإن التقرير " p إذا فقط إذا كان q " يكون تقرير

مركب وهو يعنى " إذا كان p فإن q و إذا كان q فإن p " ويرمز له $p \leftrightarrow q$

ويكتب أحيانا على الصورة $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ ويمكن تكوين جدول الحقيقة

للتقرير $p \leftrightarrow q$ بالاستعانة بجدول الحقيقة لأداة الربط الشرطية \rightarrow وأداة الوصل

∧ كالاتى :

| p | q | $p \rightarrow q$ | $q \rightarrow p$ | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|-------------------|-------------------|-----------------------|
| T | T | T | T | T |
| T | F | F | T | F |
| F | T | T | F | F |
| F | F | T | T | T |

وبالتالى فإن قيم الحقيقة للتقرير المركب $p \leftrightarrow q$ تحقق الخاصية :

التقرير المركب $p \leftrightarrow q$ يكون صواب إذا كان p ، q صواب
 معا أو خطأ معا ويكون التقرير المركب $p \leftrightarrow q$ خطأ فيما عدا
 ذلك.

ملاحظة : التقرير المركب $p \leftrightarrow q$ " p إذا وفقط إذا كان q " يمكن
 صياغته بطرق مختلفة كالاتى :

- ١ - p إذا و إذا فقط q
- ٢ - p إذا q والعكس صحيح
- ٣ - إذا كان p فإن q والعكس صحيح
- ٤ - الشرط الضرورى و الكافى لـ p هو q
- ٥ - p شرط ضرورى و كافى لـ q

مثال ١٣ : التقرير

" إذا كان المثلث متساوى الأضلاع فإنه يكون متساوى الزوايا
 وإذا كان متساوى الزوايا فإنه يكون متساوى الأضلاع "

يمكن صياغته باستخدام أداة الشرطية المزدوجة كالاتى :

- " المثلث متساوي الأضلاع إذا وفقط إذا كان متساوي الزوايا "
- " المثلث متساوي الأضلاع \leftrightarrow متساوي الزوايا "
- " إذا كان المثلث متساوي الأضلاع فإنه يكون متساوي الزوايا والعكس صحيح "
- " الشرط الضروري والكافي لتساوي أضلاع المثلث هو تساوي زواياه "
- " تساوي أضلاع المثلث شرط ضروري وكافي لتساوي زواياه "

مثال ١٤ : كون جدول الحقيقة للتقرير

$$(p \rightarrow (\sim q \vee r)) \wedge \sim (q \vee (p \leftrightarrow \sim r))$$

الحل : التقرير من نوع الوصلة

وجداول الحقيقة للتقرير يكون كالآتي :

| p | q | r | $(p \rightarrow (\sim q \vee r)) \wedge \sim (q \vee (p \leftrightarrow \sim r))$ | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | F | T | T | T | F | F | T | T | T | F | F | T |
| T | T | F | T | F | F | T | F | F | F | F | T | T | T | T | T | F |
| T | F | T | T | T | T | F | T | T | T | T | F | F | T | F | F | T |
| T | F | F | T | T | T | F | T | F | F | F | F | T | T | T | T | F |
| F | T | T | F | T | F | T | T | T | F | F | T | T | F | T | F | T |
| F | T | F | F | T | F | T | F | F | F | F | T | T | F | F | T | F |
| F | F | T | F | T | T | F | T | T | F | F | F | T | F | T | F | T |
| F | F | F | F | T | T | F | T | F | T | T | F | F | F | F | T | F |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 6 | 4 | 2 | 5 | 3 | 11 | 10 | 2 | 9 | 1 | 8 | 7 | 3 |

مثال ١٥ : كون جدول الحقيقة للتقرير $\sim p \vee q \leftrightarrow p \rightarrow q$

الحل : التقرير من نوع الشرطية المزدوجة
وجداول الحقيقة للتقرير يكون كالاتى :

| p | q | $\sim p$ | $\sim p \vee q$ | $p \rightarrow q$ | $\sim p \vee q \leftrightarrow p \rightarrow q$ |
|---|---|----------|-----------------|-------------------|---|
| T | T | F | T | T | T |
| T | F | F | F | F | T |
| F | T | T | T | T | T |
| F | F | T | T | T | T |

نلاحظ فى هذا المثال أن قيم الحقيقة للتقرير المركب $\sim p \vee q \leftrightarrow p \rightarrow q$ تكون صواب فى جميع التركيبات الممكنة بالجدول.

مثال ١٦ : كون جدول الحقيقة للتقرير $(p \wedge q) \wedge \sim q$

الحل : التقرير من نوع الفاصلة
وجداول الحقيقة للتقرير يكون كالاتى :

| p | q | $\sim q$ | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \wedge \sim q$ |
|---|---|----------|--------------|------------------------------|
| T | T | F | T | F |
| T | F | T | F | F |
| F | T | F | F | F |
| F | F | T | F | F |

نلاحظ فى هذا المثال أن قيم الحقيقة للتقرير المركب $(p \wedge q) \wedge \sim q$ تكون خطأ فى جميع التركيبات الممكنة بالجدول .

تمارين الفصل الثانى

١ - أوجد نفي كل من التقارير الآتية ثم عين قيمة الحقيقة لكل من التقرير ونفيه:

- ١ (المستطيل له أربعة أضلاع .
- ٢ (العدد 9 عدد ليس أولى .
- ٣ (مجموع زوايا المثلث يساوى قائمتين .
- ٤ (العدد 5^2 اكبر من العدد 2^5 .
- ٥ ($6 + 9 < 14$.
- ٦ (ليس صحيحا أن مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين .
- ٧ (المعادلة $2x + 1 = 0$ ليس لها حل في مجموعة الأعداد الطبيعية .
- ٨ (مجموعة الأعداد الطبيعية تكون مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية .
- ٩ (الحديد يتمدد بالحرارة وينكمش بالبرودة .
- ١٠ (مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين .

٢ - أوجد قيمة الحقيقة لكل من التقارير الآتية :

- ١ (ليس صحيحا أن العدد 2^9 عددا زوجيا .
- ٢ (القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية أو لندن عاصمة فرنسا .
- ٣ (القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية و لندن عاصمة فرنسا .
- ٤ (من الخطأ القول إنه إذا كانت القاهرة عاصمة جمهورية مصر العربية فإن لندن عاصمة فرنسا .
- ٥ (أهرامات الجيزة وسور الصين العظيم من عجائب الدنيا السبع .
- ٦ (ليس صحيحا أن $2 + 3 \neq 4$ أو $5 + 2 = 7$.
- ٧ (إذا كان $2 + 3 = 5$ فإنه ليس صحيحا أن $2^3 = 8$ إذا وفقط إذا كان $3^2 = 9$.
- ٨ (الشرط الضرورى والكافى لكى يكون المثلث متساوى الأضلاع هو أن يكون متساوى الزوايا .

٩) مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين لكن ليس صحيحا أن المعادلة $5x + 3 = 18$ لها حل في مجموعة الأعداد الطبيعية .

١٠) المعادلة $5x + 1 = 18$ ليس لها حل في مجموعة الأعداد الطبيعية أو في مجموعة الأعداد النسبية .

٣ - وعد رجل ابنه قائلا :

" سوف احضر لك هدية فقط إذا حصلت على تقدير امتياز في الامتحان النهائي "

١) حصل الابن بالفعل على تقدير امتياز في الامتحان النهائي ولكن الأب لم يحضر هدية لابنه. هل الأب أوفى بوعده لابنه ؟ وضح لماذا ؟

٢) احضر الأب هدية لابنه . هل الابن حقق رغبة أبيه ؟ وضح لماذا ؟

٣) لم يحصل الابن على تقدير امتياز في الامتحان النهائي ولكن الأب احضر هدية لابنه . هل الأب خالف وعده لابنه ؟ وضح لماذا ؟

٤ - أكتب كلا من التقارير الآتية في صورة " إذا ... فإن ... " :

١) يقال أن الزاويتان متكاملتان إذا كان مجموع قياسيهما يساوى 180 درجة .

٢) الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما 90 درجة .

٣) المعادلة $2x + 1 = 0$ ليس لها حل إذا كان x تنتمي في مجموعة الأعداد الطبيعية.

٤) المستقيم العمودى على مستوى يكون عمودى على كل مستقيم في المستوى .

٥) في المثلث القائم الزاوية مربع طول الوتر يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين .

٦) x عددا زوجيا شرط كافي لكي يكون x^2 عددا زوجيا .

٧) x عددا زوجيا شرط ضرورى لكي يكون x^2 عددا زوجيا .

٨) زوايا المثلث تتساوى بشرط تساوى أضلاع المثلث .

٩) الشرط الكافي لتساوى أضلاع مثلث هو تساوى زواياه .

١٠) الشرط الضرورى لكي يكون x عدد فردى هو أن يكون $x + 1$ عدد زوجى.

١١) x^2 تقترب من العدد 4 كلما كانت x تقترب من العدد 2 .

- ١٢ (بفرض أن $-4 < x < 4$ - فنتج أن $|x| < 4$.
- ١٣ (يتوازي المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وكانت إما زاويتان متبادلتان متساويتين في القياس أو زاويتان متبادلتان متساويتين في القياس.
- ١٤ (التقرير p خطأ والتقرير q خطأ شرط كافى لكى يكون التقرير المركب $p \vee q$ خطأ .
- ١٥ (التقرير المركب $p \wedge q$ يكون صواب فقط إذا كان التقرير p صواب والتقرير q صواب .

٥ - إذا كان p ترمز إلى التقرير " السماء تمطر "

q ترمز إلى التقرير " الشمس ساطعة "

r ترمز إلى التقرير " الرياح عاصفة "

ضع كل من التقارير الآتية فى صورة رمزية ثم كون جدول الحقيقة لكل تقرير :

| | |
|--|--|
| ١ - السماء تمطر لكن الشمس ساطعة . | ٦ - إما الشمس ساطعة أو الرياح عاصفة . |
| ٢ - الشمس ساطعة أو السماء لا تمطر . | ٧ - سطوع الشمس ضرورى لعدم سقوط المطر . |
| ٣ - من الخطأ القول أن الشمس سلطعة أو السماء لا تمطر بينما الريح عاصف . | ٨ - ليس صحيحا أن سطوع الشمس أو عدم وجود رياح عاصفة شرط كافى لعدم سقوط المطر . |
| ٤ - إذا كانت الرياح عاصفة فإن السماء تمطر أو الشمس غير ساطعة . | ٩ - الشمس ليست ساطعة إذا وفقط إذا كانت الرياح عاصفة أو السماء تمطر . |
| ٥ - الشمس ليست ساطعة لكن إذا كانت الرياح عاصفة فإن السماء تمطر . | ١٠ - إذا كانت الرياح العاصفة شرط ضرورى وكافى لسقوط المطر فإن الشمس لن تكون ساطعة . |

٦ - إذا كان p, q ترمز إلى تقارير صائبة وكان r, s ترمز إلى تقارير خاطئة فأوجد قيمة الحقيقة لكل من التقارير الآتية :

- | | |
|--|--|
| (1) - $p \wedge (q \vee r)$ | (6) - $r \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim s$ |
| (2) - $(p \wedge q) \vee r$ | (7) - $(\sim p \vee q \rightarrow r) \wedge s$ |
| (3) - $\sim (p \wedge q)$ | (8) - $r \leftrightarrow \sim p \vee q$ |
| (4) - $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$ | (9) - $\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge s \rightarrow \sim q$ |
| (5) - $\sim p \vee q \rightarrow r \wedge s$ | (10) - $\sim (r \vee p \leftrightarrow p) \wedge s \rightarrow \sim q$ |

٧ - نفرض التقارير البسيطة

p : هو مخلص في عمله

q : هو سعيد

اكتب كل من التقارير الآتية في صورة رمزية ثم كون جدول الحقيقة لكل منها:

- (١) هو غير سعيد وكذلك غير مخلص في عمله .
- (٢) إذا كان غير مخلص في عمله فإنه لن يكون سعيد .
- (٣) إخلاصه في عمله شرط ضروري لكي يكون سعيد .
- (٤) هو مخلص في عمله إذا فقط إذا كان سعيد .
- (٥) إما هو غير سعيد أو غير مخلص في عمله .
- (٦) إخلاصه في عمله شرط كافي لكي يكون سعيد .
- (٧) هو مخلص في عمله لكنه غير سعيد .
- (٨) هو مخلص في عمله فقط عندما يكون سعيد .
- (٩) هو مخلص في عمله وسعيد .
- (١٠) هو غير سعيد فقط عندما يكون غير مخلص في عمله .
- (١١) هو سعيد بشرط أن يكون مخلص في عمله .

- ١٢ (الشرط الضرورى لكى يكون سعيد هو أن يكون مخلص فى عمله .
 ١٣ (الشرط الضرورى لكى يكون مخلص فى عمله هو أن يكون سعيد .
 ١٤ (الشرط الكافى لكى يكون سعيد هو أن يكون مخلص فى عمله .
 ١٥ (الشرط الكافى لكى يكون مخلص فى عمله هو أن يكون سعيد .
 ١٦ (الشرط الضرورى والكافى لكى يكون سعيد هو أن يكون مخلص فى عمله .
 ١٧ (هو غير سعيد لكن إذا اخلص فى عمله فسوف يكون سعيد .
 ١٨ (هو سعيد لكن إذا لم يخلص فى عمله فلن يكون سعيد .
 ١٩ (ليس صحيحا أن عدم إخلاصه فى عمله يؤدي إلى سعادته .
 ٢٠ (إخلاصه فى عمله شرط ضرورى وكافى لكى يكون سعيد .

٨ - نفرض التقارير البسيطة

p : هو مخلص فى عمله

q : هو سعيد

r : هو ناجح فى حياته

اكتب كل من التقارير الآتية فى صورة رمزية ثم كون جدول الحقيقة لكل منها :

- ١ (هو مخلص فى عمله فقط عندما يكون سعيد وناجح فى حياته .
 ٢ (إذا كان غير مخلص فى عمله فإنه لن يكون سعيد أو ناجح فى حياته .
 ٣ (إخلاصه فى عمله شرط ضرورى للسعادة أو النجاح فى الحياة .
 ٤ (هو ناجح فى حياته لكن إذا كان غير مخلص فى عمله فإنه لن يكون سعيد .
 ٥ (إذا كان إخلاصه فى عمله شرط ضرورى وكافى للنجاح فإنه سوف يكون سعيد .
 ٦ (ليس صحيحا أن عدم إخلاصه فى عمله يؤدي إلى سعادته أو نجاحه فى الحياة .
 ٧ (- هو غير سعيد لكن إذا اخلص فى عمله فسوف يكون ناجح فى حياته .

٨ - الشرط الضروري لكي يكون سعيد وناجح في حياته هو أن يكون مخلص في عمله .

٩ - الشرط الكافي لكي يكون سعيد أو ناجح في حياته هو أن يكون مخلص في عمله .

١٠ - الشرط الضروري والكافي لكي يكون سعيد وناجح في حياته هو أن يكون مخلص في عمله .

٩ - كون جدول الحقيقة لكل من التقارير الآتية :

(1) - $\sim (p \wedge q)$

(6) - $p \wedge (q \vee r)$

(2) - $\sim p \wedge \sim q$

(7) - $(p \wedge q) \vee r$

(3) - $\sim p \rightarrow q$

(8) - $\sim p \vee r \rightarrow \sim q$

(4) - $p \rightarrow \sim q$

(9) - $r \leftrightarrow \sim p \vee q$

(5) - $p \vee q \rightarrow \sim p$

(10) - $\sim r \vee p \leftrightarrow p \wedge q \rightarrow \sim q$

١٠ - اكتب كل من التقارير الآتية في صورة رمزية ثم كون جدول الحقيقة لكل منها :

١) من الخطأ القول أن الشباب يجدون فرص عمل جديدة والصحراء من حولنا لا يتم تعميمها .

٢) المنطق الرياضى لغة علمية ولا غنى عنها في الرياضيات .

٣) من الخطأ أن نقول ما لا نعبه أو لا نعبى بما نقوله .

٤) المنطق الرياضى هو علم التفكير الدقيق ومن الخطأ أن نقول انه يوجد له قواعد غير واضحة أو لغة علمية غير مفهومة .

٥) إذا لم تلتزم بالنظام داخل قاعة الدراسة فإننى سوف أخرجك من القاعة .

٦) يتوازي المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وكانت إما زاويتان متبادلتان متساويتان في القياس أو زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس .

- ٧ (إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتين وكل زاويتين متناظرتين متساويتين.
- ٨ (يتشابه المثلثان إذا تطابقت زواياهما المتناظرة أو تناسب أطوال أضلعهما المتناظرة.
- ٩ (الشكل الرباعى يكون متوازى أضلاع إذا كان فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين أو كل من قطريه ينصف الآخر.
- ١٠ (يتطابق المثلثان إذا كانت أضلعهما المتناظرة متساوية وكذلك زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس.