

الأسباب المنطقية Logical Reasoning

كثير من الحجج (القضايا) التي نتعامل معها في حياتنا تكون بحاجة إلى إثبات وبدون تقديم الإثبات تبقى مثل هذه الحجج مجرد ادعاءات معلقة إلى أن يتم إثبات صحتها أو إثبات عدم صحتها، ومن الأهداف الأساسية للمنطق هو الاهتمام بإثبات صحة الحجج وكذلك الاهتمام بوضع الإثبات في خطوات منظمة دون غموض أو إهمام، فأحيانا نتعامل مع حجة (قضية) صحيحة ولكن الإثبات الذي وضع لها مبهم ولا يفى بالفرض. وأحيانا نسمع بعض الكلمات مثل "التفكير المنطقي - الإثبات المنطقي" أو نسمع من يصف شخصا بقوله

- انه يتحدث بطريقة منطقية

- انه يفكر بطريقة غير منطقية

- انه يفكر بطريقة منطقية

وربما يتساءل البعض " ما المقصود بالطريقة المنطقية ؟ " وهذا ما سنجيب ونركز عليه في دراستنا بهذا الفصل .

١ - الحجة (الإثبات) (Argument (Proof)

تعريف ١ : الحجة Argument (أو الإثبات Proof) تتكون من جزئين أساسيين، الجزء الأول يمثل مجموعة من التقارير المعطاة S_1, S_2, \dots, S_n تسمى معطيات الحجة أو مقدمات منطقية **premises** وهذه المقدمات تؤدي إلى الجزء الثاني وهو تقرير آخر يسمى النتيجة أو الاستنتاج **conclusion** ، ومثل هذه الحجة سيرمز لها بالصورة $S \alpha S_1, S_2, \dots, S_n$ حيث الرمز α يعني " يؤدي إلى " .

ونلاحظ من التعريف أن الحججة تمثل تقرير، ولذلك فإن الحججة لها قيمة حقيقة وإذا كانت قيمة الحقيقة صواب فإن الحججة تسمى حجة ملزمة **valid** وبمعنى آخر نقول ان الإثبات منطقي، وإذا كانت قيمة الحقيقة خطأ فإن الحججة تسمى حجة غير ملزمة **invalid** وبمعنى آخر نقول ان الإثبات غير منطقي، أى إن

الحججة تكون ملزمة إذا كانت المقدمات تؤدي إلى الاستنتاج بشكل منطقي .

ولتحديد أن الحججة ملزمة

نربط المقدمات المنطقية للحجة معا بواسطة أداة الوصل **conjunction** والتقرير المركب الناتج يستخدم كمقدمة **antecedent** لتقرير من نوع الشرطية **conditional** "إذا كان . . . فإن . . ." واستنتاج الحججة يمثل النتيجة **consequent** للشرطية، وإذا كانت الشرطية صائبة منطقيا **tautology** فهذا يعنى أن الحججة ملزمة إما إذا كانت الشرطية غير صائبة منطقيا فهذا يعنى أن الحججة غير ملزمة.

وعند تكوين التقرير الشرطى يراعى استخدام الأقواس فى التقارير التى تحتوى على أكثر من رمز وذلك منعا لحدوث أى أخطاء فى فهم التقرير الشرطى .

تعريف ٢ : الحججة (أو الإثبات) $S \alpha S_1, S_2, \dots, S_n$ تكون ملزمة إذا كان التقرير المركب $(S_1 \wedge S_2 \wedge \dots \wedge S_n) \rightarrow S$ صائب منطقيا **tautology** وفى هذه الحالة نقول ان الإثبات منطقي.

ويمكن تحديد إلزامية الحججة بأكثر من طريقة كما سنوضح بالأمثلة الآتية :

مثال ١ : حدد ما إذا كانت الحججة الآتية ملزمة أو غير ملزمة :

إذا كان الشكل المعطى مربع فإنه يكون مستطيل .

الشكل المعطى مربع .

أذن الشكل المعطى يكون مستطيل .

الحل : نفرض التقارير

الشكل المعطى مربع : p

الشكل المعطى مستطيل : q

أذن يمكن كتابة الحججة بالصورة

$$S_1 : p \rightarrow q$$

$$S_2 : p$$

$$S : q$$

التقريران S_1 , S_2 اعلى الخط يرمزان إلى المقدمات المنطقية والتقرير S الموجود اسفل الخط يرمز إلى الاستنتاج.

الطريقة الأولى :

يربط المقدمات المنطقية معا بأداة الوصل فإن الشرطية تصبح

$$(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$$

المقدمات المنطقية

الاستنتاج

ويتكوين جدول الحقيقة للتقرير الشرطى $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T



نلاحظ من العمود الأخير بالجدول ان التقرير الشرطى $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ صائب منطقيا وبالتالي فإن الحججة تكون ملزمة. ومن جدول الحقيقة نلاحظ ما يأتى:

١ - الحجة الملزمة يمكن أن يكون لها استنتاج صواب أو خطأ ، أى إن

"صواب أو خطأ الاستنتاج للحجة لا يحدد إلزامية الحجة"

وأيضا

" إلزامية الحجة لا تضمن أن يكون استنتاجها صواب"

وهذا واضح من الجدول حيث نجد ان الاستنتاج q خطأ فى حالات (الصفوف ٢ ، ٤) بينما الحجة ملزمة .

٢ - إذا كانت المقدمات المنطقية للحجة صواب فإنه لكى تكون الحجة ملزمة يجب أن يكون الاستنتاج صواب، واعتمادا على هذا فإنه يمكن حل المثال (١) بطريقة ثانية كآلاتى:

الطريقة الثانية :

نكون جدول الحقيقة لكل من المقدمات المنطقية والاستنتاج

المقدمات المنطقية		
p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

الاستنتاج

وفى الجدول نبحث عن جميع الحالات التى يكون فيها المقدمات المنطقية صواب معدهم ننظر إلى النتيجة فى هذه الحالات فإذا كانت النتيجة صواب فإن الحجة تكون ملزمة. وفى هذا المثال نلاحظ من الجدول أن المقدمات المنطقية p ، $(p \rightarrow q)$ صواب معا فى حالة واحدة فقط بالصف الأول ويكون عندها الاستنتاج q صواب أيضا فى الصف الأول وبالتالي فإن الحجة تكون ملزمة، ومن ذلك يمكننا القول

إذا كان لدينا حجة جميع مقدماتها المنطقية صواب بينما

الاستنتاج خطأ فإن الحجة تكون غير ملزمة

تعريف ٣: الحجة $S \alpha S_1, S_2, \dots, S_n$ تكون غير ملزمة إذا استطعنا إيجاد حالة واحدة على الأقل تأخذ فيها جميع المقدمات المنطقية القيمة صواب بينما يأخذ الاستنتاج القيمة خطأ.

مثال ٢: حدد بطريقتين مختلفتين ما إذا كانت الحجة الآتية ملزمة أو غير ملزمة:

إذا فهم الطالب الرياضيات فإنه سوف ينجح في الامتحان .

الطالب نجح في الامتحان .

أذن الطالب فهم الرياضيات .

الحل : نفرض التقارير

p : الطالب فهم الرياضيات

q : الطالب نجح في الامتحان

أذن يمكن كتابة الحجة بالصورة

$$S_1 : p \rightarrow q$$

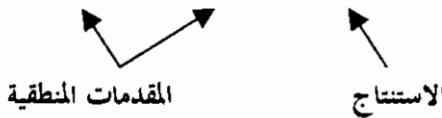
$$S_2 : q$$

$$S : p$$

الطريقة الأولى :

ربط المقدمات المنطقية معا بأداة الوصل فإن الشرطية تصبح

$$(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$$



ويتكوّن جدول الحقيقة

p	q	$(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$			
T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	T	F	F
1	2	1	3	2	4

ومن الجدول بالخطوة رقم 5 يتضح أن التقرير الشرطي $(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$ غير صائب منطقيا وبالتالي فإن الحجة تكون غير ملزمة.

الطريقة الثانية :

نكون جدول الحقيقة لكل من المقدمات المنطقية والاستنتاج

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

الاستنتاج

وفي الجدول نبحث عن جميع الحالات التي يكون فيها المقدمات المنطقية صواب معا ثم ننظر إلى النتيجة في هذه الحالات فإذا استطعنا إيجاد حالة واحدة على الأقل تأخذ فيها جميع المقدمات المنطقية القيمة صواب بينما يأخذ الاستنتاج القيمة خطأ فإن الحجة تكون غير ملزمة. ومن الجدول نلاحظ أن المقدمات المنطقية لا تؤدي إلى الاستنتاج في جميع الحالات، فمثلا في الصف الأول المقدمات المنطقية $p \rightarrow q$ ، صواب والاستنتاج p صواب أيضا، ولكن في الصف الثالث المقدمات المنطقية $p \rightarrow q$ ، صواب بينما الاستنتاج p خطأ وبالتالي فإن الحجة تكون غير ملزمة.

مثال ٣ : حدد ما إذا كانت الحجة الآتية ملزمة أو غير ملزمة :
 إذا فهم الطالب الرياضيات فإنه سوف ينجح في الامتحان .
 الطالب لم ينجح في الامتحان .
 إذن الطالب لم يفهم الرياضيات .

الحل : نفرض التقارير

p : الطالب فهم الرياضيات

q : الطالب نجح في الامتحان

أذن يمكن كتابة الحجة بالصورة

$$S_1 : p \rightarrow q$$

$$S_2 : \sim q$$

$$S : \sim p$$

ويربط المقدمات المنطقية معا بأداة الوصل فإن الشرطية تصبح

$$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$$

المقدمات المنطقية

الاستنتاج

ويتكوّن جدول الحقيقة

p	q	$(p \rightarrow q)$	\wedge	$\sim q$	\rightarrow	$\sim p$
T	T	T	T	F	T	F
T	F	F	F	T	F	T
F	T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	F	T
1	2	1	3	2	5	4
						2
						7
						6
						1

↑

ومن الجدول نلاحظ من العمود في الخطوة رقم 7 أن التقرير الشرطي $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$ صائب منطقياً وبالتالي فإن الحجة تكون ملزمة.

ونأتى الآن إلى السؤال التالى :

إذا كان واحد أو اكثر من المقدمات المنطقية خطأ وكذلك الاستنتاج خطأ فهل يمكن أن تكون الحججة ملزمة ؟

وللتعرف على إجابة لهذا السؤال نناقش المثال الآتى :

مثال ٤ : حدد ما إذا كانت الحججة الآتية ملزمة أو غير ملزمة :

إذا كان مجموع زوايا المثلث 300 درجة فإن $2 = 1$.

مجموع زوايا المثلث 300 درجة .

أذن $2 = 1$.

الحل : نفرض التقارير

p : مجموع زوايا المثلث 300 درجة

q : $2 = 1$

أذن يمكن كتابة الحججة بالصورة

$S_1 : p \rightarrow q$

$S_2 : p$

$S : q$

وبربط المقدمات المنطقية معا بأداة الوصل فإن الشرطية تصبح

$(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$

المقدمات المنطقية الاستنتاج

وبتكوين جدول الحقيقة

p	q	$(p \rightarrow q) \wedge p$				$\rightarrow q$		
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	F	T	T	F
F	T	F	T	T	F	F	T	T
F	F	F	T	F	F	F	T	F
1	2	1	3	2	4	2	5	1



ومن الجدول نلاحظ من العمود في الخطوة رقم 5 أن التقرير الشرطي $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ صائب منطقياً وبالتالي فإن الحججة تكون ملزمة. والحجة المعطاة في مثال (٤) توضح لنا قاعدة أساسية في المنطق تسمى قانون الانفصال law of detachment حيث نجد في هذا المثال حججة ملزمة على الرغم من أن أجزاء من المقدمات المنطقية خطأ، فالتقرير "مجموع زوايا المثلث 300 درجة" خطأ وكذلك الاستنتاج والذي يمثل التقرير " $2 = 1$ " هو خطأ أيضاً وبالرغم من ذلك الحججة ملزمة، وهنا نؤكد على قاعدة هامة في المنطق وهي

يوجد فرق بين إلزامية الحججة وحقيقتها ، فالحجة تكون ملزمة بسبب الطريقة المنطقية التي نحصل بها على الاستنتاج من المقدمات المنطقية وليس بسبب صحة أو معنى التقارير الموجودة بالحجة.

مثال ٥ : حدد ما إذا كانت الحججة الآتية ملزمة أو غير ملزمة :

المدرسة مغلقة أو الطلاب غير حاضرون .

الطلاب غير حاضرون .

أذن المدرسة ليست مغلقة .

الحل : نفرض p يرمز إلى التقرير "المدرسة مغلقة"، q يرمز إلى التقرير "الطلاب حاضرون"
أذن يمكن كتابة الحججة بالصورة

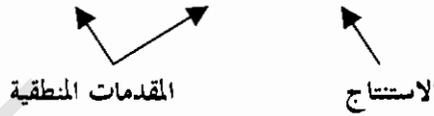
$$S_1 : p \vee \sim q$$

$$S_2 : \sim q$$

$$S : \sim p$$

ويربط المقدمات المنطقية معا بأداة الوصل فإن الشرطية تصبح

$$(p \vee \sim q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$$



ويتكوين جدول الحقيقة

p	q	$(p \vee \sim q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$									
T	T	T	T	F	T	F	F	T	T	F	T
T	F	T	T	T	F	T	T	F	F	F	T
F	T	F	F	F	T	F	F	T	T	T	F
F	F	F	T	T	F	T	T	F	T	T	F
1	2	1	4	3	2	5	3	2	7	6	1

ومن الجدول نلاحظ من العمود في الخطوة رقم 7 أن التقرير الشرطي

$$(p \vee \sim q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$$

غير صائب منطقيًا وبالتالي فإن الحججة تكون غير ملزمة .

مثال ٦ : حدد ما إذا كانت الحججة الآتية ملزمة أو غير ملزمة :

سقوط المطر شرط ضروري وكافي لتعمير الصحراء .

إذا تم تعمير الصحراء فإن الشباب سوف يجدون فرص عمل جديدة .

المطر يسقط .

أذن الصحراء يتم تعميرها والشباب يجدون فرص عمل جديدة .

الحل : نفرض التقارير

المطر يسقط : p

الصحراء يتم تعميمها : q

الشباب سوف يجدون فرص عمل جديدة : r

أذن يمكن كتابة الحججة بالصورة

$$S_1 : p \leftrightarrow q$$

$$S_2 : q \rightarrow r$$

$$S_3 : p$$

$$S : q \wedge r$$

وبربط المقدمات المنطقية معا بأداة الوصل فإن الشرطية تصبح

$$(p \leftrightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge p \rightarrow (q \wedge r)$$

المقدمات المنطقية

الاستنتاج

ويتكوّن جدول الحقيقة

p	q	r	$(p \leftrightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge p \rightarrow (q \wedge r)$												
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	F	T	F	F	F	T	T	T	F	F
T	F	T	T	F	F	F	F	T	T	F	T	T	F	F	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T	F	F	T	T	F	F	F
F	T	T	F	F	T	F	T	T	T	F	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	F	T	F	F	F	F	T	T	F	F
F	F	T	F	T	F	T	F	T	F	F	F	T	F	F	T
F	F	F	F	T	F	T	F	T	F	F	F	T	F	F	F
1	2	3	1	4	2	6	2	5	3	7	1	9	2	8	3

ومن الجدول بالعمود في الخطوة 9 يتضح أن التقرير صائب منطقيا وبالتالي الحججة تكون ملزمة.

مثال ٧ : أثبت بطريقتين مختلفتين أن الحجة الآتية ملزمة $(p \rightarrow \sim q), (r \rightarrow q), r \alpha \sim p$

الحل :

الطريقة الأولى : بربط المقدمات المنطقية معا بأداة الوصل فإن الشرطية تصبح

$$(p \rightarrow \sim q) \wedge (r \rightarrow q) \wedge r \rightarrow \sim p$$

المقدمات المنطقية

الاستنتاج

p	q	r	$(p \rightarrow \sim q) \wedge (r \rightarrow q) \wedge r \rightarrow \sim p$												
T	T	T	T	F	F	T	F	T	T	T	F	T	T	F	T
T	T	F	T	F	F	T	F	F	T	T	F	F	T	F	T
T	F	T	T	T	T	F	F	T	F	F	F	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T	F	T	F	T	F	F	F	T	F	T
F	T	T	F	T	F	T	T	T	T	T	T	T	T	T	F
F	T	F	F	T	F	T	T	F	T	T	F	F	T	T	F
F	F	T	F	T	T	F	F	T	F	F	F	T	T	T	F
F	F	F	F	T	T	F	T	F	T	F	F	F	T	T	F
1	2	3	1	5	4	2	7	3	6	2	8	3	10	9	1

ومن جدول الحقيقة بالعمود في الخطوة 10 يتضح أن التقرير صائب منطقيا وبالتالي الحجة تكون ملزمة .

الطريقة الثانية : نكون جدول الحقيقة لكل من المقدمات المنطقية والاستنتاج

المقدمات المنطقية

الاستنتاج

p	q	r	$p \rightarrow \sim q$	$r \rightarrow q$	$\sim p$
T	T	T	F	T	F
T	T	F	F	T	F
T	F	T	T	F	F
T	F	F	T	T	F
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T

وفي الجدول نبحث عن جميع الحالات التي يكون فيها المقدمات المنطقية صواب معا ثم ننظر إلى النتيجة في هذه الحالات فإذا كانت النتيجة صواب فإن الحججة تكون ملزمة. وفي هذا المثال نلاحظ من الجدول أن المقدمات المنطقية r ، $(r \rightarrow q)$ ، $(p \rightarrow \sim q)$ صواب معدي حالة واحدة فقط بالصف الخامس ويكون عندها الاستنتاج $p \sim$ صواب أيضا في الصف الخامس وبالتالي فإن الحججة تكون ملزمة.

٢ - الحجج والافتراضات Arguments and Propositions

نفرض الافتراضات

$$P(p, q, \dots), P_1(p, q, \dots), P_2(p, q, \dots), \dots, P_n(p, q, \dots)$$

ومن تعريف الحججة الملزمة يمكننا القول أن الحججة

$$P_1(p, q, \dots), P_2(p, q, \dots), \dots, P_n(p, q, \dots) \alpha P(p, q, \dots)$$

تكون ملزمة إذا كانت

$$P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \Rightarrow P$$

أي إذا كان التقرير الشرطي $P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \rightarrow P$ صائب منطقيا.

ووفقا لمفهوم الإحلال يمكن صياغة النظرية الآتية :

نظرية ١ : (المفهوم الأساسي للحجج)

إذا كانت الحججة

$$P_1(p, q, \dots), P_2(p, q, \dots), \dots, P_n(p, q, \dots) \alpha P(p, q, \dots)$$

ملزمة ، إذن لأي تقارير p', q', \dots فإن الحججة

$$P_1(p', q', \dots), P_2(p', q', \dots), \dots, P_n(p', q', \dots) \alpha P(p', q', \dots)$$

تكون أيضا ملزمة .

مثال ٨ : (قانون الانفصال)

الحجة $p \alpha q$, $(p \rightarrow q)$ ملزمة ويمكن التحقق من ذلك بأكثر من طريقة

الطريقة الأولى :

بتكوين جدول الحقيقة للتقرير $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ وقد أثبتنا في مثال (١) أن هذا التقرير صائب منطقيا وبالتالي فإن الحجة تكون ملزمة.

الطريقة الثانية :

صواب	p	من المعطيات
صواب	$p \rightarrow q$	

ومن تعريف الشرطية وحيث أن p صواب إذن q صواب، وهذه الطريقة تعرف باسم البرهان المباشر، وسوف نتعرف عليها بالتفصيل في طرق البرهان بالفصل السادس .

ومن هذا المثال ووفقا للمفهوم الأساسى للحجج يمكننا القول انه لأى حجة مقدماتها المنطقية صواب وتكون على الصورة p , $p \rightarrow q$ فإن الاستنتاج q يكون صواب، فمثلا الحجة

إذا كانت الدالة f قابلة للتفاضل فإنها تكون متصلة.

الدالة f قابلة للتفاضل.

أذن الدالة f متصلة.

تكون على الصورة $p \alpha q$, $(p \rightarrow q)$ وبالتالي هي حجة ملزمة.

مثال ٩ : الحجة $\sim p \alpha \sim q$, $(p \rightarrow q)$ ملزمة ويمكن التحقق من ذلك

بتكوين جدول الحقيقة للتقرير $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$ وقد أثبتنا في

مثال (٣) أن هذا التقرير صائب منطقيا وبالتالي فإن الحجة تكون ملزمة، ووفقا

للمفهوم الأساسى للحجج يمكننا القول انه لأى حجة مقدماتها

المنطقية $\sim q$, $p \rightarrow q$ صواب فإن الاستنتاج $\sim p$ يكون صواب، فمثلا

الحجة

إذا كانت الدالة f قابلة للتفاضل فإنها تكون متصلة.

الدالة f غير متصلة.

أذن الدالة f غير قابلة للتفاضل.

تكون على الصورة $\sim p \alpha \sim q$, $(p \rightarrow q)$ وبالتالي هي حجة ملزمة.

مثال ١٠ : (قانون القياس المنطقي)

الحجة $(p \rightarrow r) \alpha (q \rightarrow r)$, $(p \rightarrow q)$ ملزمة ويمكن التحقق

من ذلك بتكوين جدول الحقيقة للتقرير $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$										
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	F	T	F	F	T	T	F	F
T	F	T	T	F	F	F	F	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F	F	T	F	T	T	F	F
F	T	T	F	T	T	T	T	T	T	T	F	T	T
F	T	F	F	T	F	T	F	F	F	T	F	T	F
F	F	T	F	T	F	T	F	T	T	T	F	T	T
F	F	F	F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F
1	2	3	1	4	2	7	2	5	3	8	1	6	3

ومن الجدول بالعمود في الخطوة 8 يتضح أن التقرير صائب منطقيًا وبالتالي الحجة تكون ملزمة.

مثال ١١ : حدد ما إذا كانت الحجة الآتية ملزمة أو غير ملزمة :

إذا واطب الطالب على حضور محاضرات الرياضيات فإنه سوف يفهم الرياضيات .

إذا فهم الطالب الرياضيات فإنه سوف ينجح في الامتحان .

أذن المواظبة على حضور المحاضرات شرط كافي للنجاح في الامتحان .

الحل : نفرض التقارير

p : الطالب يواظب على حضور محاضرات الرياضيات

q : الطالب يفهم الرياضيات

r : الطالب ينجح في الامتحان

أذن يمكن كتابة الحجمة بالصورة

$$S_1 : p \rightarrow q$$

$$S_2 : q \rightarrow r$$

$$S : p \rightarrow r$$

أى إن الحجمة S_1 , $S_2 \alpha S$ تكون بالصورة $(p \rightarrow q), (q \rightarrow r) \alpha (p \rightarrow r)$ وهذه حجة ملزمة وفقا لقانون القياس المنطقى، أذن الحجمة المعطاة تكون ملزمة.

مثال ١٢ : بطريقتين مختلفتين حدد ما إذا كانت الحجمة الآتية ملزمة أو غير ملزمة

$$(p \rightarrow q), \sim p \alpha \sim q$$

الحل :

الطريقة الأولى : بتكوين جدول الحقيقة للتقرير $(p \rightarrow q) \wedge \sim p \rightarrow \sim q$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim p$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim p \rightarrow \sim q$
T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	T	T	T	T

من الجدول نلاحظ أن التقرير الشرطى $(p \rightarrow q) \wedge \sim p \rightarrow \sim q$ غير صائب منطقيا وبالتالي فإن الحجمة تكون غير ملزمة.

الطريقة الثانية : من المعطيات $\sim p$ صواب، $p \rightarrow q$ صواب، أذن p خطأ، ومن

تعريف الشرطية $p \rightarrow q$ وحيث أن p خطأ أذن q يمكن أن تكون

صواب أو خطأ وبالتالي لا نستطيع معرفة قيمة حقيقة q ، أى إن الحجمة

تكون غير ملزمة .

٣ - الحجج والمقاييس Arguments and Quantifiers

نفرض أن $p(x)$ دالة افتراضية على المجموعة A . إذا كان التقرير $\forall x \in A, p(x)$ صواب فإنه بصفة خاصة يكون $p(x_0)$ صواب للعنصر $x_0 \in A$ ، وبالمثل إذا كان $p(x_0)$ صواب لعنصر معين $x_0 \in A$ أذن التقرير " $\exists x \in A : p(x)$ " يكون صواب.

نظرية ٢ : الحجج الآتية تكون ملزمة :

$$1 - (\forall x \in A, p(x)), x_0 \in A \alpha p(x_0)$$

$$2 - x_0 \in A, p(x_0) \alpha (\exists x \in A : p(x))$$

مثال ١٣ : حدد ما إذا كانت الحججة الآتية ملزمة أو غير ملزمة:

كل طلاب قسم الرياضيات أذكىاء .

حسين طالب بقسم الرياضيات .

أذن حسين طالب ذكى .

الحل : نفرض أن M هي مجموعة طلاب قسم الرياضيات

$p(x)$ ترمز إلى " x طالب ذكى "

x_0 ترمز إلى " حسين "

أذن يمكن صياغة الحججة بالصورة

$$S_1 : \forall x \in M, p(x)$$

$$S_2 : x_0 \in M$$

$$S : p(x_0)$$

أى إن الحججة هي

$$(\forall x \in M, p(x)), x_0 \in M \alpha p(x_0)$$

وهذه حجة ملزمة (نظرية (٢))، أذن الحججة المعطاة تكون ملزمة.

مثال ١٤ : حدد ما إذا كانت الحججة الآتية ملزمة أو غير ملزمة :

حسين طالب بقسم الرياضيات .

حسين طالب ذكي .

أذن يوجد على الأقل طالب ذكي بقسم الرياضيات .

الحل :

نفرض أن

M ترمز إلى مجموعة طلاب قسم الرياضيات

$p(x)$ ترمز إلى " x طالب ذكي "

x_0 ترمز إلى " حسين "

أذن يمكن صياغة الحججة بالصورة

$$S_1 : x_0 \in M$$

$$S_2 : p(x_0)$$

$$S : \exists x \in M : p(x)$$

أي إن الحججة هي

$$x_0 \in M , p(x_0) \alpha (\exists x \in M : p(x))$$

وهذه حججة ملزمة (نظرية (٢)) ، أذن الحججة المعطاة تكون ملزمة .

٤ - التقارير المصورة بأشكال فن

Picturing Statements with Venn Diagrams

أشكال فن يمكن استخدامها لتحديد إلزامية أو عدم إلزامية بعض الأنواع من الحجج، ومن أمثلة هذه الأنواع ما يسمى بالقياسات المنطقية **Syllogisms**.

تعريف ٤ : القياس المنطقى **Syllogism** هى حجة تحتوى على ثلاث تقارير

major premise	المقدمة الكبرى
minor premise	المقدمة الصغرى
conclusion	الاستنتاج

وكما نعلم فإن الحجة الملزمة هى حجة نحصل فيها على الاستنتاج بطريقة منطقية من المقدمات وفقا لقوانين المنطق. والمثال الآتى يمثل قياس منطقى **Syllogism** وهى حجة ملزمة:

كل طلاب قسم الرياضيات أذكىاء .

لا يوجد إنسان ذكى ويكون ضعيف .

أذن لا يوجد طالب بقسم الرياضيات ضعيف .

نلاحظ فى هذا المثال أن كل تقرير يحتوى على مقياس مثل " كل " أو " لا يوجد ". والقياس المنطقى **Syllogism** التى سنتعامل معها هنا هى تقارير تحتوى على مقاييس ، وسوف نتعامل مع أربعة أنواع :

النوع الأول : التقرير الكلى الموجب **universal affirmative**

" لكل A يكون B "

وكمثال على ذلك التقرير " كل الطلاب أذكىاء "

النوع الثانى : التقرير الكلى السالب **universal negative**

" لا يوجد A يكون B "

وكمثال على ذلك التقرير " لا يوجد طلاب أذكىاء "

النوع الثالث : التقرير الخاص الموجب **particular affirmative**

" بعض A يكون B "

وكمثال على ذلك التقرير " بعض الطلاب أذكاء "

النوع الرابع : التقرير الخاص السالب **particular negative**

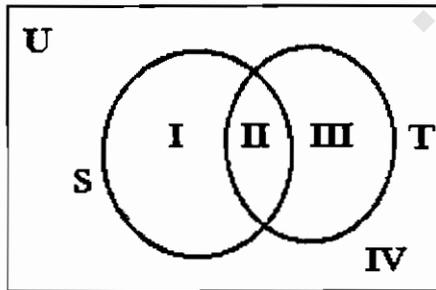
" بعض A لا يكون B "

وكمثال على ذلك التقرير " بعض الطلاب غير أذكاء "

وسوف نناقش الآن كيفية تمثيل كل من هذه الأنواع باستخدام أشكال فن .

النوع الأول : التقرير الكلي الموجب **universal affirmative**

نفرض التقرير " كل الطلاب أذكاء"، في هذه الحالة لدينا مجموعتان ، المجموعة الأولى هي مجموعة الطلاب ونرمز لها بالرمز S والمجموعة الثانية هي مجموعة الناس الأذكاء ونرمز لها بالرمز T، والمجموعتان تقعان داخل المجموعة الشاملة وسوف نرمز لها دائما بالرمز U وهي تمثل هنا مجموعة كل الناس، ويتم تمثيل كل مجموعة على صورة دائرة ويفضل رسم الدائرتان متقاطعتان وذلك لدراسة جميع الاحتمالات الممكنة كما يفضل البدء برسم المجموعة S من اليسار يليها المجموعة T وفقا لترتيبهم في التقرير كذلك نعطي ترقيم للمناطق المختلفة بالرسم وفي هذه الحالة (مجموعتان) تكون أربعة مناطق I, II, III, IV كما موضح بالشكل (١).



شكل (١)

S = مجموعة الطلاب ، T = مجموعة الناس الأذكاء

والتقرير "كل الطلاب أذكىاء" يعنى أن مجموعة الطلاب تكون مجموعة جزئية من مجموعة الناس الأذكىاء ، أى إن مجموعة الطلاب تكون موجودة بالكامل فى المنطقة II بينما المنطقة I تكون فارغة، وإذا استخدمنا أسلوب التظليل فقد يكون الانطباع الأول للقارئ هو القيام بتظليل المنطقة II والتي تمثل $S \cap T$ لان جميع عناصر S موجودة فى T ، ولكن أسلوب التظليل هذا لن يكون مناسب لبعض التقارير خاصة إذا كان التقرير يحتوى على مجموعة خالية لا يوجد بها أى عنصر فمثلا التقرير

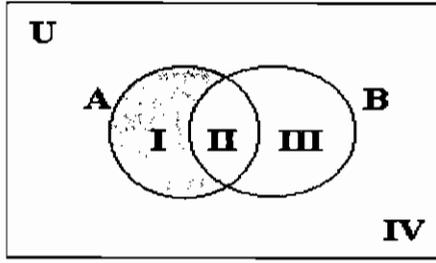
" كل الأعداد الصحيحة التى تحقق $2x = 1$ تكون أعداد زوجية "

من النوع الأول ولتمثيله بأشكال فن نفرض A مجموعة الأعداد الصحيحة التى تحقق $2x = 1$ ، ونفرض B مجموعة الأعداد الزوجية. نلاحظ أن المجموعة A مجموعة خالية حيث لا يوجد عدد صحيح يحقق $2x = 1$ وفى هذه الحالة إذا استخدمنا أسلوب التظليل فإن تظليل المنطقة II يعنى أن المجموعة A تحتوى على عناصر وهذا ليس صحيح ولذلك لابد أن نستخدم أسلوب آخر لرسم التقارير بأشكال فن بحث يكون مناسب لجميع الحالات، والأسلوب الذى يصلح لذلك هو أن نميز المجموعات أو المناطق الخالية التى لا تحتوى على أى عنصر وفقا للتقرير المعطى ويتم ذلك عن طريق استبعاد أو حذف هذه المناطق الخالية وهذا الأسلوب يسمى أسلوب الحذف **elimination technique** وتطبيق هذا الأسلوب على التقرير

" كل الأعداد الصحيحة التى تحقق $2x = 1$ تكون أعداد زوجية "

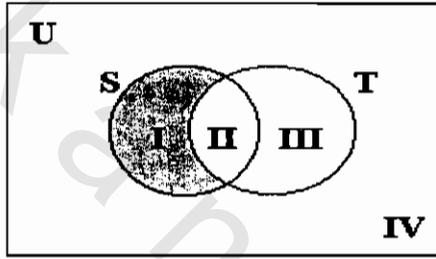
نلاحظ انه إذا كان يوجد أعداد صحيحة تحقق $2x = 1$ فإنها لابد أن تكون جميعها داخل مجموعة الأعداد الزوجية ولكن سواء كانت موجودة أو غير موجودة فإن المنطقة I لابد أن تكون خالية ، ووفقا للتقرير المعطى فإنه لا يوجد عنصر فى A غير موجود فى B ولذلك يمكننا حذف المنطقة I ، ويتم ذلك بتظليل المنطقة I لنعنى إنها مستبعدة كما موضح بشكل

(٢)



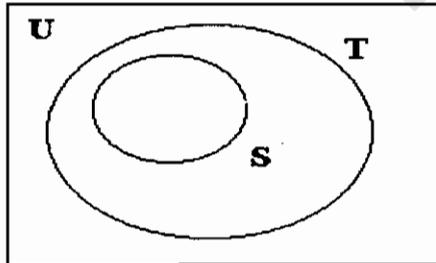
شكل (٢)

والآن نعود إلى التقرير الأصلي "كل الطلاب أذكاء"، ولرسمه بأشكال فن نلاحظ انه لا يوجد طالب في المجموعة S غير موجود في المجموعة T، وبالتالي المنطقة I تكون خالية ويتم حذفها عن طريق التظليل كما موضح بشكل (٣)



شكل (٣)

وقد يتساءل البعض "لماذا لا يتم رسم المجموعتان S , T على صورة دائرة داخل دائرة بدلاً من الدائرتان المتقاطعتان طالما أن $S \subset T$ كما موضح بالشكل (٤)؟"



شكل (٤)

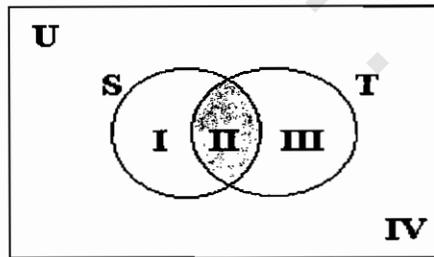
والإجابة بالطبع هى أن هذا التمثيل يكون أيضا صحيح، ولكن دعنا نتذكر أننا فى تعاملنا مع الحجج سوف نقوم برسم أكثر من تقرير فى شكل واحد ولذلك يكون التعامل بأسلوب الحذف افضل كثيرا من أسلوب دائرة داخل دائرة.

والآن وبعد هذه المناقشة يمكننا القول أن استخدام أسلوب الدوائر المتقاطعة فى أشكال فن وأسلوب الحذف سوف يمكننا من تحديد ما إذا كانت الحجة ملزمة أو غير ملزمة بمجرد النظر إلى الشكل بعد رسم المقدمات المنطقية للحجة.

النوع الثانى : التقرير الكلى السالب universal negative

نفرض التقرير "لا يوجد طلاب أذكىاء " مرة ثانية لدينا مجموعتان هما مجموعة الطلاب S ومجموعة الناس الأذكىاء T والسؤال الآن "أى المناطق سوف تحذف فى هذه الحالة؟"

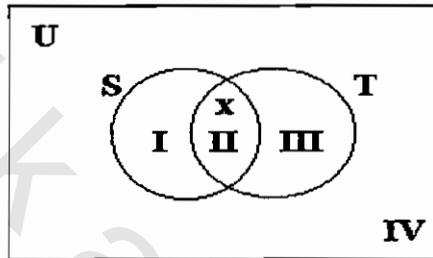
نلاحظ انه لا يوجد عناصر فى مجموعة الطلاب S بحيث تكون أيضا فى مجموعة الناس الأذكىاء T، إذن المنطقة II تكون خالية ولذلك يمكننا حذفها بالتظليل، والشكل (٥) يوضح رسم التقرير المعطى



شكل (٥)

النوع الثالث : التقرير الخاص الموجب particular affirmative

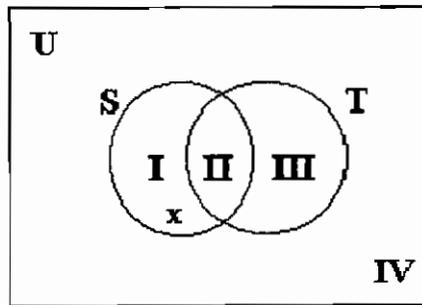
نفرض التقرير "بعض الطلاب أذكاء". لدينا مجموعة الطلاب S ومجموعة الناس الأذكاء T، ومن التقرير المعطى نلاحظ انه يوجد بعض الطلاب في المجموعة S بحيث انهم أذكاء أى في المجموعة T، أذن توجد بعض العناصر مشتركة بين المجموعتان S، T، وحيث أن كلمة (بعض) تعنى يوجد واحد على الأقل أذن يوجد طالب واحد على الأقل مشترك بين المجموعتان S، T وبالتالي المنطقة II تكون غير خالية ونوضح ذلك على الرسم بوضع العنصر x في المنطقة II والشكل (٦) يوضح رسم التقرير المعطى



شكل (٦)

النوع الرابع : التقرير الخاص السالب particular negative

نفرض التقرير "بعض الطلاب غير أذكاء". أى انه يوجد على الأقل طالب واحد في مجموعة الطلاب S ليس ذكياً، أى غير موجود بالمجموعة T. أذن تقاطع المجموعتان S، T غير خالى وبالتالي المنطقة II غير خالية وكذلك المنطقة I غير خالية حيث يوجد على الأقل عنصر واحد فيها وسوف نرمز لهذا العنصر بالرمز x والشكل (٧) يوضح رسم التقرير المعطى.

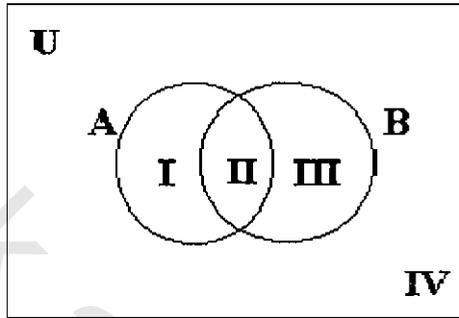


شكل (٧)

ملاحظة :

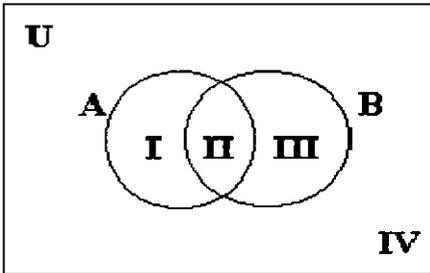
التقارير المتكافئة يكون لها نفس المناطق المحذوفة ونفس شكل فن .

فمثلا التقرير "لا يوجد A يكون B" يكافئ التقرير "لا يوجد B يكون A" ولهما نفس شكل فن الموضح بشكل (٨)



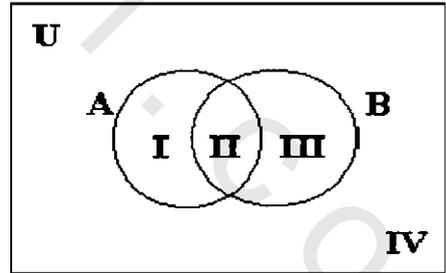
شكل (٨)

بينما التقرير "لكل A يكون B" لا يكافئ التقرير "لكل B يكون A" وهذا يتضح من شكل فن لكل تقرير بشكل (٩) ، (١٠).



شكل (١٠)

"لكل B يكون A"



شكل (٩)

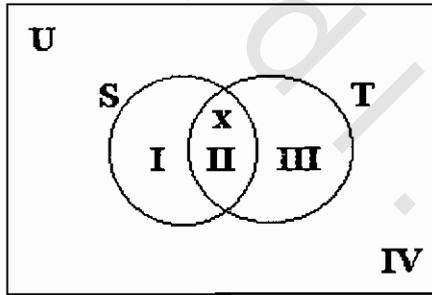
"لكل A يكون B"

مثال ١٥ : حدد نوع كل من التقارير الآتية ثم ارسم كل منها باستخدام أشكال فن:

- ١ - بعض مواد الرياضيات مشوقة .
- ٢ - جميع الامتحانات سهلة .
- ٣ - لا يوجد طالب يفهم الرياضيات ويرسب فيها .
- ٤ - بعض الطلاب يذاكرون ولكنهم لا يفهمون .
- ٥ - كل العمال يتفانون في عملهم .

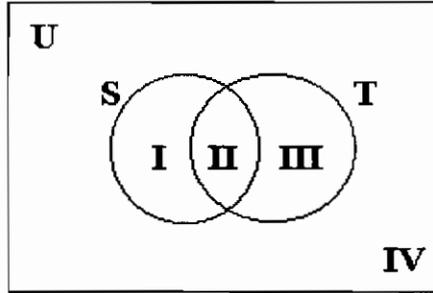
الحل :

١ - التقرير "بعض مواد الرياضيات مشوقة" نوعه تقرير خاص موجب ولرسم التقرير بأشكال فن ، نفرض المجموعة الأولى S ترمز إلى مجموعة مواد الرياضيات والمجموعة الثانية T ترمز إلى مجموعة مواد الرياضيات المشوقة ، ومن التقرير المعطى نلاحظ انه يوجد بعض مواد الرياضيات في المجموعة S بحيث أنها مشوقة، أى في المجموعة T، أذن يوجد مادة رياضيات واحدة على الأقل مشتركة بين المجموعتين S , T ، وبالتالي المنطقة II تكون غير خالية ونوضح ذلك على الرسم بوضع العنصر x في المنطقة II ، والشكل الآتى يوضح رسم التقرير المعطى.

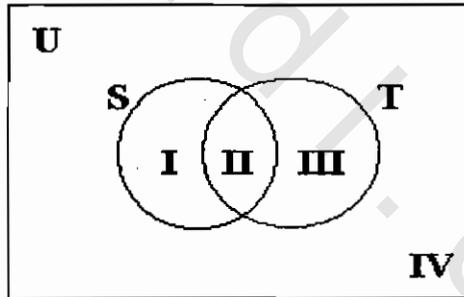


٢ - التقرير "جميع الامتحانات سهلة" نوعه تقرير كلى موجب ولرسم التقرير بأشكال فن، نفرض المجموعة الأولى S ترمز إلى مجموعة الامتحانات والمجموعة الثانية T ترمز إلى مجموعة الامتحانات السهلة ومن التقرير المعطى نلاحظ أن جميع عناصر المجموعة S

موجودة في المجموعة T وبالتالي المنطقة I تكون خالية ويتم حذفها عن طريق التظليل، والشكل الآتى يوضح رسم التقرير المعطى.

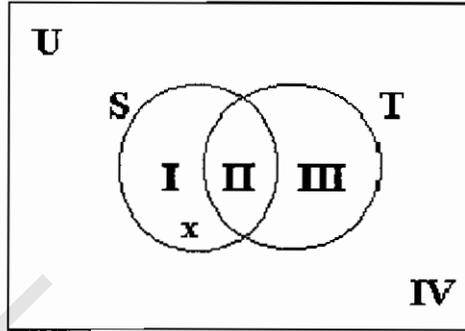


٣ - التقرير "لا يوجد طالب يفهم الرياضيات ويرسب فيها" نوعه تقرير كلى سالب ولرسم التقرير بأشكال فن، نفرض المجموعة الأولى S ترمز إلى مجموعة الطلاب الذين يفهمون الرياضيات والمجموعة الثانية T ترمز إلى مجموعة الطلاب الراسبون في الرياضيات ومن التقرير المعطى نلاحظ انه لا يوجد عناصر في مجموعة الطلاب S الذين يفهمون الرياضيات بحيث تكون أيضا في مجموعة الطلاب T الراسبون، إذن المنطقة II تكون خالية ولذلك يمكننا حذفها بالتظليل، والشكل الآتى يوضح رسم التقرير المعطى.

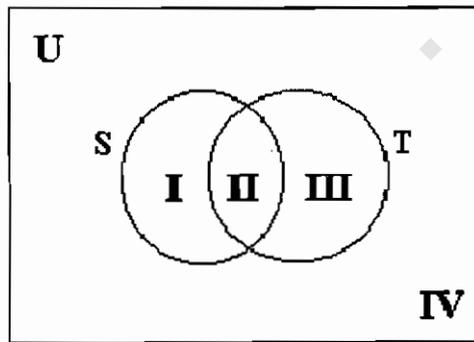


٤ - التقرير "بعض الطلاب يذاكرون ولكنهم لا يفهمون" نوعه تقرير خاص سالب ولرسم التقرير بأشكال فن، نفرض المجموعة الأولى S ترمز إلى مجموعة الطلاب الذين يذاكرون والمجموعة الثانية T ترمز إلى الطلاب الذين يفهمون، ومن التقرير المعطى نلاحظ انه يوجد عناصر في مجموعة الطلاب S الذين يذاكرون ولكنها تكون غير موجودة في

مجموعة الطلاب T الذين يفهمون ، أذن المنطقة I غير خالية حيث يوجد على الأقل عنصر واحد فيها وسوف نرمز لهذا العنصر بالرمز x، والشكل الآتى يوضح رسم التقرير المعطى.



٥ - التقرير "كل العمال يتفانون في عملهم" نوعه تقرير كلى موجب ولرسم التقرير بأشكال فن، نفرض المجموعة الأولى S ترمز إلى مجموعة جميع العمال والمجموعة الثانية T ترمز إلى مجموعة العمال الذين يتفانون في عملهم ومن التقرير المعطى نلاحظ أن جميع عناصر المجموعة S موجودة في المجموعة T وبالتالي المنطقة I تكون خالية ويتم حذفها عن طريق التظليل، والشكل الآتى يوضح رسم التقرير المعطى.



تعريف ٥: التقارير المترابطة **Consistent**

التقارير التى تكون متحققة معا، أى أنها لا تناقض بعضها البعض، تسمى تقارير مترابطة **consistent** والتقارير التى لا يمكن أن تتحقق معا، أى أنها تناقض بعضها البعض، تسمى تقارير غير مترابطة **inconsistent**.

ويمكن استخدام أشكال فن لتحديد ما إذا كانت التقارير مترابطة أو غير مترابطة .

مثال ١٦ : استخدم أشكال فن لتحديد ما إذا كان التقريران الإتيان مترابطان أو غير مترابطان

١ - بعض الطلاب راسبون .

٢ - لا يوجد طالب راسب .

الحل :

نفرض S مجموعة الطلاب، T مجموعة الطلاب الراسبون، والآن نحاول رسم شكل فن للتقريرين معا.

التقرير

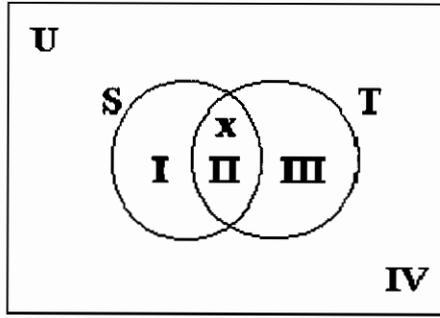
" بعض الطلاب راسبون "

أى انه يوجد على الأقل طالب واحد فى مجموعة الطلاب S ويكون راسب وبالتالي يكون موجود بالمجموعة T ورسم هذا التقرير يتم بوضع الرمز x فى المنطقة II .

والتقرير

" لا يوجد طالب راسب "

يعنى أنه لا يوجد أى عنصر مشترك بين المجموعتين T , S وبالتالي فإن المنطقة II تكون خالية لذلك نحذفها عن طريق التظليل كما بشكل (١١)



شكل (١١)

ونلاحظ أننا عند رسم التقرير الثاني حذفنا المنطقة II ولكن في نفس الوقت عند رسم التقرير الأول وضعنا العنصر x في المنطقة II لتعني وجود عنصر على الأقل في المنطقة II بينما هي منطقة محذوفة وهذا يمثل تناقض، إذن لا يمكن رسم التقريران في نفس الشكل، أى لا يمكن أن يتحققا معا في نفس الوقت وبالتالي التقريران غير مترابطان.

مثال ١٧: استخدم أشكال فن لتحديد ما إذا كان التقريران الإتيان مترابطان أو غير مترابطان

١ - لا يوجد مادة صعبة في الرياضيات

٢ - بعض مواد الرياضيات ليست صعبة

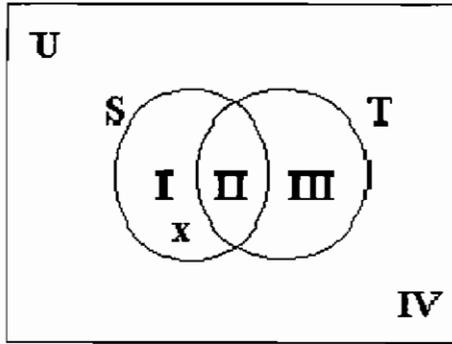
الحل :

نفرض S مجموعة مواد الرياضيات، T مجموعة مواد الرياضيات الصعبة والآن نحاول رسم شكل فن للتقريرين معا.

التقرير

"لا يوجد مادة صعبة في الرياضيات"

يعنى أنه لا يوجد أى عنصر مشترك بين المجموعتين S , T وبالتالي فإن المنطقة II تكون خالية لذلك نحذفها عن طريق التظليل كما بشكل (١٢)



والتقرير

"بعض مواد الرياضيات ليست صعبة"

أى انه يوجد على الأقل مادة في الرياضيات أى في المجموعة S وليست ضمن المواد الصعبة، وبالتالي تكون غير موجودة بالمجموعة T ورسم هذا التقرير يتم بوضع الرمز x في المنطقة I وحيث انه يمكننا رسم التقريران معا في نفس الشكل بدون أى تعارض أذن التقريران مترابطان.

٥ - الحجج الملزمة وأشكال فن

Diagrams Valid Arguments and Venn

كما نعلم فإن الحججة تتكون من مقدمات منطقية واستنتاج، والحجة الملزمة نحصل فيها على الاستنتاج بطريقة منطقية من المقدمات ويمكن لمقدمات الحججة أن تحتوى على تقريرين أو أكثر، ولكننا سوف نتعامل فقط مع الحجج من نوع القياسات المنطقية Syllogisms والتي تحتوى على

major premise

المقدمة الكبرى

minor premise

المقدمة الصغرى

conclusion

الاستنتاج

وتعتبر أشكال فن من الوسائل المفيدة في تحديد إلزامية الحجج من هذا النوع ونؤكد هنا أيضا على الفرق بين إلزامية الحججة وحقيقتها ، فيمكن للحجة أن تكون ملزمة على الرغم من أن الاستنتاج خطأ ومن جهة أخرى يمكن أن يكون الاستنتاج صواب ولكن الحججة غير ملزمة.

والسؤال الآن

كيف نحدد إلزامية الحججة بواسطة أشكال فن ؟

ويتم ذلك بان نقوم برسم المقدمات المنطقية في شكل فن، وإذا كان الاستنتاج واضح ويمكن الوصول إليه من شكل فن بدون أى غموض فهذا يعنى أن الحججة تكون ملزمة، أما إذا رسمنا المقدمات المنطقية بدون أن نتمكن من توضيح الاستنتاج فإن الحججة تكون غير ملزمة. والآن نعطي بعض الأمثلة لتوضيح كيفية استخدام أشكال فن في تحديد إلزامية الحججة.

مثال ١٨ : استخدم أشكال فن في تحديد ما إذا كانت الحججة الآتية ملزمة أو غير ملزمة :

كل الطلاب أذكاء

لا يوجد فاشل ويكون ذكى

أذن لا يوجد فاشل بين الطلاب

الحل :

أولا : نرسم شكل فن وذلك برسم ثلاث دوائر متقاطعة كما بالشكل

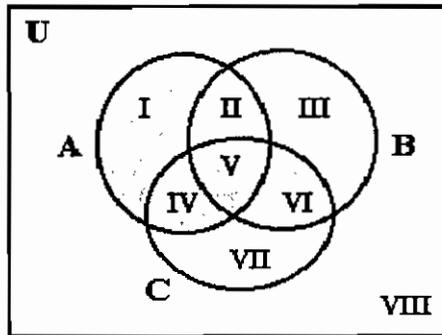
الدائرة الأولى A تمثل مجموعة الطلاب

الدائرة الثانية B تمثل مجموعة الناس الأذكاء

الدائرة الثالثة C تمثل مجموعة الناس الفاشلون

ونقوم بتقييم المناطق بالرسم وعددها في هذه الحالة 8 مناطق .

ثانيا : نقوم برسم المقدمات المنطقية



رسم المقدمة الكبرى "كل الطلاب أذكىاء" يتم باستبعاد المناطق IV , I ورسم المقدمة الصغرى "لا يوجد فاشل ويكون ذكى" يتم باستبعاد المناطق VI , V . والآن نلاحظ أن الاستنتاج "لا يوجد فاشل بين الطلاب" يعنى انه لا يوجد عنصر مشترك بين المجموعتين A , C وهذا واضح من الرسم حيث نجد أن المنطقة المشتركة بين المجموعتين A , C يمثلها المناطق IV , V وهى ضمن المناطق المستبعدة عند رسم المقدمات المنطقية ، وهذا يعنى أن الاستنتاج واضح ويمكن الوصول إليه من شكل فن بدون أى غموض وبالتالى الحجة تكون ملزمة.

مثال ١٩ : استخدم أشكال فن فى تحديد ما إذا كانت الحجة الآتية ملزمة أو غير ملزمة:

لا يوجد من المغامرين خاسر

لا يوجد من الخاسرين ذكى

أذن لا يوجد من المغامرين ذكى

الحل :

أولا : نرسم شكل فن وذلك برسم ثلاث دوائر متقاطعة كما بالشكل

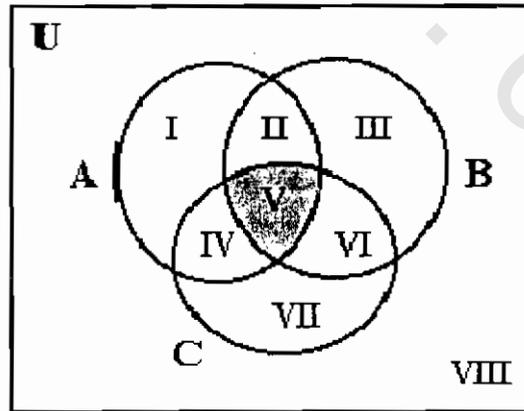
الدائرة الأولى A تمثل مجموعة الناس المغامرين

الدائرة الثانية B تمثل مجموعة الناس الخاسرين

الدائرة الثالثة C تمثل مجموعة الناس الأذكىاء

ونقوم بتقييم المناطق بالرسم وعددها فى هذه الحالة 8 مناطق.

ثانيا : نقوم برسم المقدمات المنطقية



رسم المقدمة الكبرى "لا يوجد من المغامرين خاسر" يتم باستبعاد المناطق V , II ورسم المقدمة الصغرى "لا يوجد من الخاسرين ذكي" يتم باستبعاد المناطق VI , V. والآن نلاحظ أن الاستنتاج "لا يوجد من المغامرين ذكي" يعني انه لا يوجد عنصر مشترك بين المجموعتين A,C ولكن واضح من الرسم أن المنطقة IV مشتركة بين المجموعتين A , C أى أنها تمثل مغامرين أذكياء وهي ليست ضمن المناطق المستبعدة عند رسم المقدمات المنطقية، وبالتالي يمكن أن يتواجد بها عناصر، وهذا يعني أن الاستنتاج لا يمكن الوصول إليه من المقدمات وبالتالي الحجة تكون غير ملزمة.

مثال ٢٠: استخدم أشكال فن في تحديد ما إذا كانت الحجة الآتية ملزمة أو غير ملزمة :

- كل المغامرون فائزون
- بعض المغامرون أذكياء
- أذن بعض الفائزون أذكياء

الحل :

أولا : نرسم شكل فن وذلك برسم ثلاث دوائر متقاطعة كما بالشكل

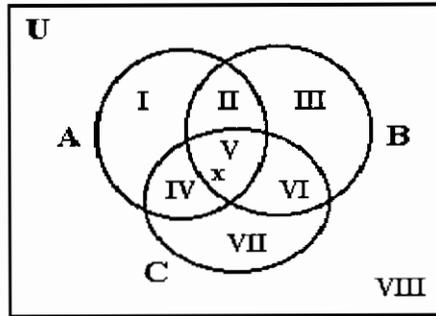
الدائرة الأولى A تمثل مجموعة الناس المغامرون

الدائرة الثانية B تمثل مجموعة الناس الفائزون

الدائرة الثالثة C تمثل مجموعة الناس الأذكياء

ونقوم بترقيم المناطق بالرسم وعددها في هذه الحالة 8 مناطق .

ثانيا : نقوم برسم المقدمات المنطقية



رسم المقدمة الكبرى "كل المغامرون فائزون" يتم باستبعاد المناطق IV , I ورسم المقدمة الصغرى "بعض المغامرون أذكاء" نخبنا بوجود بعض العناصر في A I C لذلك نضع العنصر x في المنطقة IV أو المنطقة V ، وحيث أن المنطقة IV مستبعدة لذلك فإن رسم المقدمة الصغرى يتم بوضع العنصر x في المنطقة V. والآن نلاحظ أن الاستنتاج "بعض الفائزون أذكاء" يعني انه يوجد عنصر مشترك بين المجموعتين B , C وهذا واضح من الرسم لان العنصر x ينتمي في المنطقة V الواقعة ضمن المجموعتين B , C وفي هذه الحالة العنصر x يمثل أحد الفائزون الأذكاء، وهذا يعني أن الاستنتاج يمكن الوصول إليه من المقدمات وبالتالي الحجة تكون ملزمة.

مثال ٢١ : استخدم أشكال فن في تحديد ما إذا كانت الحجة الآتية ملزمة أو غير ملزمة:

كل المغامرون فائزون

بعض المغامرون ليسوا أذكاء

أذن بعض الأذكاء ليسوا مغامرون

الحل :

أولا : نرسم شكل فن وذلك برسم ثلاث دوائر متقاطعة كما بالشكل

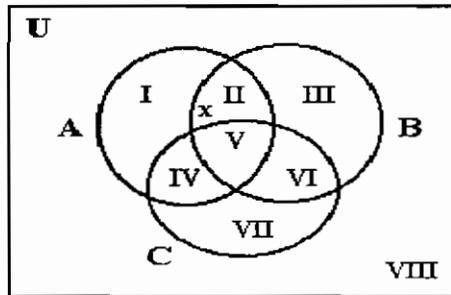
الدائرة الأولى A تمثل مجموعة الناس المغامرون

الدائرة الثانية B تمثل مجموعة الناس الفائزون

الدائرة الثالثة C تمثل مجموعة الناس الأذكاء

ونقوم بتقييم المناطق بالرسم وعددها في هذه الحالة 8 مناطق .

ثانيا : نقوم برسم المقدمات المنطقية



رسم المقدمة الكبرى "كل المغامرون فائزون" يتم باستبعاد المناطق IV , I ورسم المقدمة الصغرى "بعض المغامرون ليسوا أذكاء" نخبرنا بوجود بعض العناصر في مجموعة المغامرون A وفي نفس الوقت غير موجودة في مجموعة الأذكاء C لذلك نضع العنصر x في المنطقة I أو المنطقة II وحيث أن المنطقة I مستبعدة لذلك فإن رسم المقدمة الصغرى يتم بوضع العنصر x في المنطقة II. والآن نلاحظ أن الاستنتاج "بعض الأذكاء ليسوا مغامرون" يعني انه يوجد عنصر في مجموعة الأذكاء C وفي نفس الوقت غير موجود في مجموعة المغامرون A وهذا ليس واضح من الرسم لان العنصر x الموجود على الرسم ينتمي في المنطقة II وفي هذه الحالة العنصر x يمثل أحد المغامرون الغير أذكاء، وهذا يعني أن الاستنتاج لا يمكن الوصول إليه من المقدمات وبالتالي الحجة تكون غير ملزمة.

مثال ٢٢ : استخدم أشكال فن في تحديد ما إذا كانت الحجة الآتية ملزمة أو غير ملزمة :

كل المربعات مستطيلات

بعض المستطيلات تكون متوازيات أضلاع

أذن بعض المربعات تكون متوازيات أضلاع

الحل :

أولا : نرسم شكل فن وذلك برسم ثلاث دوائر متقاطعة كما بالشكل

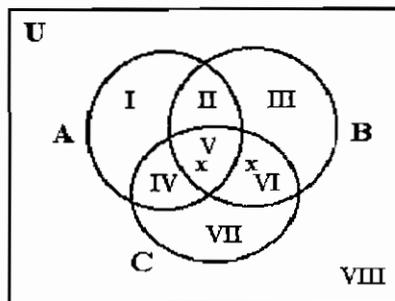
الدائرة الأولى A تمثل مجموعة المربعات

الدائرة الثانية B تمثل مجموعة المستطيلات

الدائرة الثالثة C تمثل مجموعة متوازيات أضلاع

ونقوم بتقييم المناطق بالرسم وعددها في هذه الحالة 8 مناطق .

ثانيا : نقوم برسم المقدمات المنطقية



رسم المقدمة الكبرى "كل المربعات مستطيلات" يتم باستبعاد المناطق I, IV ورسم المقدمة الصغرى "بعض المستطيلات تكون متوازيات أضلاع" نختبرنا بوجود بعض العناصر فى مجموعة المستطيلات B وفى نفس الوقت موجودة فى مجموعة متوازيات الأضلاع C لذلك نضع العنصر x فى المنطقة V أو فى المنطقة VI وهنا يحدث الغموض لأنه إذا أخذنا العنصر x فى المنطقة V فإن الاستنتاج "بعض المربعات تكون متوازيات أضلاع" يتحقق، بينما إذا أخذنا العنصر x فى المنطقة VI فإن الاستنتاج لا يتحقق، وهذا يعنى أن الاستنتاج لا يمكن الوصول إليه من المقدمات وبالتالي الحجة تكون غير ملزمة.

تمارين الفصل الخامس

١ - حدد إلزامية كل من الحجج الآتية :

<p>٦ - إذا سقطت الأمطار فلن أتمكن من السفر . سوف أتمكن من السفر . أذن لم تسقط أمطار .</p>	<p>١ - إذا كنت بصحة جيدة فإنك سوف تكون سعيد . أنت سعيد . أذن أنت بصحة جيدة .</p>
<p>٧ - إذا كان $2 = 1$ فإن $8 = 4$. العدد 4 لا يساوى 8 . أذن العدد 2 لا يساوى 1 .</p>	<p>٢ - عادل وحسين سوف يذهبان إلى الحديقة . عادل ذهب إلى الحديقة . أذن حسين سوف يذهب إلى الحديقة .</p>
<p>٨ - إذا كان 5 عدد زوجي فإن 8 عدد فردي . العدد 5 عدد زوجي . أذن العدد 8 عدد فردي .</p>	<p>٣ - عادل وحسين سوف يذهبان إلى الحديقة . عادل لم يذهب إلى الحديقة . أذن حسين لن يذهب إلى الحديقة .</p>
<p>٩ - إذا كان المستقيمان متعامدين فإنهما يصنعان زاوية قائمة . المستقيمان l_1 , l_2 لا يصنعان زاوية قائمة . أذن المستقيمان l_1 , l_2 غير متعامدان .</p>	<p>٤ - سقوط المطر شرط كافي لنمو المزروعات . المطر لم يسقط . أذن المزروعات لن تنمو .</p>

- ١٠	- ٥
إذا حضرت فى الموعد فإن ساعتك تكون مضبوطة . ساعتك غير مضبوطة . أذن أنت لن تحضر فى الموعد .	إذا سقطت الأمطار فلن أتمكن من السفر . أفها لم تمطر . أذن سوف أتمكن من السفر .

٢ - حدد إلزامية كل من الحجج الآتية :

- (١) تساوى أضلاع المثلث شرط ضرورى وكافى لتساوى زوايا المثلث .
المثلث زواياه مختلفة .
أذن المثلث أضلاعه مختلفة .
- (٢) إذا كان المثلث متساوى الأضلاع فإنه يكون متساوى الساقين .
المثلث متساوى الساقين .
أذن المثلث متساوى الأضلاع .
- (٣) إذا كانت الدالة f غير متصلة فإنها تكون غير قابلة للتفاضل .
الدالة f قابلة للتفاضل .
أذن الدالة f متصلة .
- (٤) إذا درس الطالب منهج الرياضيات بفهم فإنه سوف يجتاز الامتحان بتفوق .
الطالب لم يجتاز الامتحان بتفوق .
أذن الطالب لم يدرس منهج الرياضيات بفهم .
- (٥) الطالب لم يستذكر دروسه أو هو غائب عن المحاضرة .
إذا غاب الطالب عن حضور المحاضرة فإنه لن يفهم الدرس .
أذن ليس صحيحا أن الطالب فهم الدرس واستذكر دروسه .
- (٦) سقوط المطر شرط ضرورى وكافى لتعمير الصحراء .

إذا تم تعمير الصحراء فإن الشباب سوف يجدون فرص عمل جديدة .
المطر يسقط والشباب يجدون فرص عمل جديدة .
أذن الصحراء يتم تعميرها .

(٧) سقوط المطر شرط ضروري وكافي لتعمير الصحراء .
إذا تم تعمير الصحراء فإن الشباب سوف يجدون فرص عمل جديدة .
الشباب يجدون فرص عمل جديدة .
أذن المطر يسقط والصحراء يتم تعميرها .

٣ - حدد بطريقتين مختلفتين إلزامية كل من الحجج الآتية :

- 1 - $(p \rightarrow \sim q), \sim p \alpha \sim q$
- 2 - $(p \leftrightarrow q), q \alpha p$
- 3 - $(p \rightarrow \sim q), (r \rightarrow q), r \alpha \sim p$
- 4 - $(p \rightarrow \sim q), (\sim r \rightarrow \sim q) \alpha (p \rightarrow \sim r)$
- 5 - $(p \rightarrow q), (r \rightarrow \sim q) \alpha (r \rightarrow \sim p)$

٤ - بالنسبة للمقدمات المنطقية التالية ، أوجد الاستنتاج المناسب بحيث تكون الحججة ملزمة :

- 1 - $(p \rightarrow \sim q), q$
- 2 - $(p \leftrightarrow q), (r \rightarrow \sim p)$
- 3 - $(p \rightarrow \sim q), (\sim p \rightarrow r)$
- 4 - $(r \rightarrow p) \wedge (q \rightarrow \sim p), r$
- 5 - $(p \rightarrow q), (\sim r \rightarrow \sim q), (r \rightarrow \sim s)$

٥ - صنف كل من التقارير الآتية من حيث كونها

(كلّي موجب - كلّي سالب - خاص موجب - خاص سالب)

ثم ارسم التقرير باستخدام أشكال فن .

- ١ - كل الجيران طيبون .
- ٢ - بعض الأولاد أشقياء .
- ٣ - لا يوجد مدرس لا يجيد استخدام الكمبيوتر .

- ٤ - بعض السيارات تعمل بالغاز الطبيعى .
 - ٥ - المدن الجديدة التى تم إنشائها فى الصحراء جميعها مدن منظمة .
 - ٦ - بعض الأعداد الأولية ليست أعداد فردية .
 - ٧ - الدوال القابلة للتفاضل يكون جميعها دوال متصلة .
 - ٨ - يوجد دوال متصلة وتكون غير قابلة للتفاضل .
 - ٩ - فأقد الشىء لا يعطيه .
 - ١٠ - لكل مجتهد نصيب .
- ٦ - استخدم أشكال فن لتحديد ما إذا كان زوج التقارير مترابط أو غير مترابط فى كل مما يأتى :

- (١) بعض الناس الطيبون شجعان .
- لا يوجد إنسان شجاع ويكون غير طيب .
- (٢) كل عدد حقيقى يكون عدد نسبى .
- كل عدد نسبى يكون عدد حقيقى .
- (٣) بعض المواد الدراسية تكون مشوقة .
- لا يوجد مادة دراسية غير مشوقة .
- (٤) كل الدوال القابلة للتفاضل تكون متصلة .
- بعض الدوال المتصلة تكون قابلة للتفاضل .
- (٥) بعض المواد الدراسية تكون غير مشوقة .
- المنطق الرياضى مادة مشوقة .
- (٦) كل الدوال القابلة للتفاضل تكون متصلة .
- بعض الدوال القابلة للتفاضل تكون غير متصلة .
- (٧) كل عدد صحيح يكون عدد حقيقى .
- بعض الأعداد الحقيقية تكون أعداد غير صحيحة .
- (٨) بعض الأعداد الحقيقية تكون أعداد نسبية .
- بعض الأعداد النسبية تكون أعداد حقيقية .

٧ - في كل من الحجج الآتية استخدم أشكال فن لتحديد ما إذا كانت الحجة ملزمة أو غير ملزمة :

- ١ - كل الطلاب الدارسون للرياضيات يستخدمون الكمبيوتر .
بعض الطلاب الدارسون للتاريخ يستخدمون الكمبيوتر .
أذن بعض الطلاب الدارسون للرياضيات يدرسون التاريخ .
- ٢ - كل الدوال القابلة للتفاضل تكون دوال متصلة .
بعض الدوال المتصلة تكون دوال زوجية .
أذن لا يوجد دالة زوجية غير قابلة للتفاضل .
- ٣ - كل الأعداد الصحيحة تكون أعداد حقيقية .
بعض الأعداد الحقيقية تكون أعداد مركبة .
أذن لا يوجد من بين الأعداد مركبة أعداد صحيحة .

٨ - في كل من الحجج الآتية استخدم أشكال فن لتحديد ما إذا كانت الحجة ملزمة أو غير ملزمة :

٢ - كل مجتهد له نصيب في النجاح . لا يوجد فاشل بين المجتهدين . أذن لا يوجد مجتهد بين الفاشلون .	١ - كل الفائزون مغامرون . لا يوجد مغامر غير ذكي . أذن بعض الأذكاء مغامرون .
٤ - كل الدوال المثلثية تكون دوال زوجية . بعض الدوال المثلثية تكون دوال متصلة . أذن بعض الدوال الزوجية تكون دوال متصلة .	٣ - بعض الطلاب شجعان . كل الرجال شجعان . أذن بعض الطلاب رجال .

<p>٦ - بعض الدوال المثلية تكون دوال زوجية . لا يوجد دوال مثلية غير متصلة . أذن لا يوجد من الدوال الزوجية دوال متصلة .</p>	<p>٥ - كل المهندسون أذكىاء . بعض المؤلفون أذكىاء . أذن بعض المؤلفون مهندسون .</p>
<p>٨ - كل الأعداد الصحيحة أعداد حقيقية . كل الأعداد الحقيقية أعداد مركبة . أذن كل الأعداد الصحيحة أعداد مركبة .</p>	<p>٧ - كل الصيادون يحبون البحر . كل الصيادون لا يكذبون . أذن من يحب البحر لا يكذب .</p>
<p>١٠ - كل عدد نسبي يكون عدد حقيقى . كل الأعداد الحقيقية غير تخيلية . أذن لا يوجد عدد نسبي يكون تخيلي .</p>	<p>٩ - لا يوجد بائع ويكون حاقداً . لا يوجد من الحاقدين إنسان يكذب . أذن لا يوجد من البائعين كذاب .</p>