١٥ تصميم التجارب

Design of Experiments

١- مقدمة

٢- المتغيرات

٣- كفاءة التصميم التجريبى

٤- تحديد حجم العينة

٥- التصميمات التجريبية

٦- التصميم تام التعشية

٧- تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

٨- تصميم القطاعات العشوائية مع تكرار الوحدات التجريبية

٩- تصميم المربع اللاتينى

١٠- تصميم القطاعات المنشقة

١١- تحليل المشاهدات المتكررة على نفس الوحدة التجريبية

١٢- تحليل التغاير

١٥-١ مقدمة

يعتبر تصميم التجارب أحد الخطوات الرئيسية التى تتبع عند إجراء أى بحث علمى حيث إنه يُمكن الباحث من الحصول على المعلومات اللازمة للإجابة على السؤال أو الأسئلة محل الدراسة بطريقة منطقية. و يتناول التصميم التجريبى experimental design هذا الأمر بدءاً بوضع المعلومات المرغوب الحصول عليها فى صورة أسئلة حتى يمكن الحصول فعليا على هذه المعلومات واتخاذ قرارات بشأنها بعبارات احتمالية. وأسلوب التصميم التجريبى أساساً هو مقارنة واختبار الاختلافات (التباين) بين الوحدات التجريبية. وعندما تكون هذه الاختلافات صغيرة بالنسبة لمجموعة معينة فإنه نادراً ما يكون هناك حاجة إلى تصميم تجريبى معقد والعكس صحيح.

ويمكن القول إن الاصطلاح "تصميم التجارب" يقصد به أنه الخطة المعينة والمحددة لتوزيع ووضع الوحدات التجريبية experimental units بالنسبة للمعاملات والمؤثرات المختلفة.

ويتناول تصميم التجارب أنشطة رئيسية متطلبة فى البحث العلمى وهى بالترتيب حسب أسبقية استخدامها:

١- تحديد أهداف التجربة وهذه الخطوة تؤدى إلى صياغة أسئلة محددة يلزم الإجابة عليها وهذه الأسئلة سوف تحدد اتخاذ القرارات فيما يتعلق بالخطوات التالية.

٢- تكوين الفروض (النظريات) الإحصائية statistical hypotheses (فرض العدم null والفرض البديل alternative). فرض العدم null hypothesis هو مقولة عن واحد أو أكثر من معالم العشيرة population parameters، ونادراً ما تكون الفروض الإحصائية هى نفسها الفروض البحثية ولكن يمكن وضع الثانية فى صورة الأولى حتى يمكن اختبارها. فقد يكون السؤال البحثى مثلا هو: هل يؤثر مستوى الطاقة فى عليقة الحملان على معدل نموها؟. وعند الرغبة فى اختبار ذلك إحصائياً فإنه يتم وضع السؤال فى صورة نظرية إحصائية فرضية يطلق عليها فرض العدم H_o وهذه قد تكون متوسط المستوى الأول = متوسط المستوى الثانى = ... = متوسط المستوى الأخير. ثم يتم اختبار هذا الفرض، والنتيجة ستكون إما رفض هذا الفرض (أى أنه يوجد فرق بين متوسطات هذه المستويات سواء جميعها أو بعضها) أو عدم القدرة على رفضه (أى لا يوجد فروق بين المتوسطات) وذلك باحتمالات معينة فى وجود فروض بديلة معينة.

٣- تحديد قواعد اتخاذ القرارات مثل احتمال خطأ النوع الأول واحتمال خطأ النوع الثانى والفروق المرغوب إعلانها معنوية.

٤- تحديد جميع مصادر الاختلاف sources of variation وهذه تتضمن:

أ- تحديد المعاملات ومستويات كل معاملة (وقد سبق الحديث فى الباب التاسع عن المتغير والعامل والمعاملة والمستوى).

ب- تحديد الوحدات التجريبية experimental units، والوحدة التجريبية يقصد بها أصغر وحدة يتم وضعها تحت نفس مستوى المعاملة محل الدراسة. وبالتالى قد تكون الوحدة التجريبية عبارة عن حيوان واحد أو مجموعة حيوانات في حظيرة واحدة أو دجاجة واحدة أو مجموعة دجاج داخل قفص واحد أو بطارية واحدة أو مجموعة أسماك فى حوض واحد أو حوض plot واحد فى أرض زراعية. وتحديد نوعية الوحدة التجريبية يكون مهم جدا لتحديد نوعية المكررات replicates. والمكررات هى عبارة عن مجموعة من الوحدات التجريبية تقع تحت نفس مستوى المعاملة. فإذا كانت الوحدة التجريبية هى حيوان واحد فإن المكررات عبارة عن مجموعة الحيوانات التى تخضع لنفس مستوى المعاملة. أما إذا كانت الوحدة التجريبية هى مجموعة دجاج فى قفص واحد أو مجموعة أسماك فى حوض واحد أو حوض فى أرض زراعية فإنه يلزم تكرار أقفاص الطيور أو أحواض السمك أو أحواض الزراعة التى تخضع لنفس مستوى المعاملة. ولابد هنا من التفرقة بين المكررات replicates والقياسات المتكررة repeated measurements حيث أن الأخيرة عبارة عن تكرار نفس القياس على نفس الوحدة التجريبية مثل أخذ أكثر من عينة دم على نفس الحيوان فى نفس الوقت أو فى أوقات مختلفة.

ج- تحديد عوامل القطاعات blocking factors، العوامل المزعجة noise factors، والمتغايرات covariates إن وجدت.

٥- اختيار طريقة التوزيع العشوائى للوحدات التجريبية على مستويات المعاملة أو ما يسمى بطريقة التعشية randomization.

٦- تحديد القياسات المطلوب أخذها على الوحدات التجريبية وطريقة قياسها.

٧- توصيف نموذج model التحليل.

٨- حساب عدد المشاهدات observations المطلوب أخذها.

٩- جمع البيانات طبقاً للخطة الموضوعة مسبقا.

١٠- تحليل البيانات طبقاً للخطة الموضوعة مسبقا.

١١- اتخاذ القرارات الخاصة بالفروض الإحصائية (صحتها من عدمه) طبقاً للقواعد الموضوعة مع استنباط احتمالات أن تكون هذه العبارات خاطئة.

ومما سبق يتضح وجود مبدأين أساسيين فى تصميم التجارب (Fisher, 1960) هما:

١- التعشية randomization

٢- التكرار replication

وهما الأساس الذى يختلف فيه تصميم تجريبى عن آخر، كما سيتضح فيما بعد، وهذان المبدآن لازمان أيضاً للحصول على تقدير سليم لخطأ التباين (أو الخطأ التجريبى) اللازم لاختبار الفروض واتخاذ قرارات باحتمالات خطأ محسوبة كما سبق التنويه إليه فى الباب السادس.

وعادة ما يتم إجراء التجارب لسبب أو أكثر من الأسباب التالية والتى سوف يختلف فى كل منها طريقة صياغة فرض العدم null hypothesis والفرض البديل alternative hypothesis:

١- تحديد الأسباب الرئيسية لوجود اختلافات فى متغير الاستجابة response variable الذى تم قياسه تحت ظروف تجريبية معينة.

٢- تحديد الظروف التى تؤدى إلى الحصول على أعلى maximum أو أقل minimum قيمة لمتغير الاستجابة.

٣- مقارنة ما تحقق فى متغير الاستجابة عند مستويات مختلفة للعوامل التى يتحكم فيها الباحث.

٤- الحصول على نموذج رياضى mathematical model بغرض التنبؤ prediction بسلوك متغير الاستجابة مستقبلا.

١٥-٢ المتغيرات Variables

المتغير variable عبارة عن الشيء الذى يتم قياسه أو التحكم فيه أو التعامل معه بطريقة معينة أثناء إجراء التجارب. وعادة ما يطلق عليه المتغير العشوائى random variable. ويوجد عدة أنواع من المتغيرات وهى المتغير المستقل independent variable والمتغير التابع dependent variable والمتغير المضايق (المزعج) nuisance variable.

المتغير المستقل هو المتغير الذى يقع تحت سيطرة الباحث والذى سوف يؤثر على متغير آخر. أما المتغير التابع (يسمى أحيانا متغير الاستجابة response variable) فهو المتغير الذى يتم قياسه أثناء إجراء التجربة ويتأثر بالمتغير المستقل ويعكس أثره. فمثلا عند الرغبة فى دراسة أثر العمر على الوزن، فالعمر متغير مستقل والوزن متغير تابع، أو عند دراسة أثر معاملة معينة على العمر عند النضج الجنسى فتكون المعاملة هى المتغير المستقل والعمر هو المتغير التابع، أو دراسة الاختلاف فى درجات الإجهاد الحرارى على مستوى هرمون معين فى الدم فتكون درجات الإجهاد الحرارى هى المتغير المستقل ومستوى الهرمون فى الدم هو المتغير التابع ... وهكذا. وعلى المجرب أن يتحرى الدقة فى اختيار متغيراته. فالمتغير التابع الذى عادة ما يريد المجرب دراسته وكيفية تأثره بالعوامل الأخرى يجب أن يختار بحيث يكون حساساً بالدرجة التى يريدها المجرب وسهل القياس بقدر الإمكان. أما اختيار مستويات المتغير المستقل فقد تعتمد على نتائج تجارب سابقة أو اعتبارات نظرية. وأحيانا يكون من المفيد عمل تجربة استطلاعية لتحديد مستويات العامل المستقل (بمعنى مستويات المعاملة) وذلك قبل إجراء التجربة الفعلية.

المتغيرات المضايقة (المزعجة) nuisance variables هى متغيرات عادة تمثل مصادر للتباين غير مرغوب فيها ولا تمثل أى رغبة مباشرة لدى المجرب لقياس واختبار تأثيرها ولكنها موجودة فى التجربة ولها تأثير على المتغير المستقل. لذلك لابد من أخذها فى الاعتبار حتى يتم تجنب أثرها على احتمال طمس أو إخفاء أثر المتغير المستقل المرغوب قياسه أصلا. فإذا أراد مجرب مثلا أن يدرس أثر مستوى التغذية على التسمين فى الحملان وأن المجرب هذا اشترى حملانه من الأسواق، هذه الحملان غالباً ما تختلف فى أوزانها عند الشراء وهذا الاختلاف فى الوزن قد يؤثر على أدائها فى التسمين لذلك لابد من أخذ هذه الاختلافات فى الوزن عند بداية التسمين حتى لا يخفى أثر الاختلاف فى مستويات التغذية. وفى تجارب الإنتاج الحيوانى كثيراً ما تكون المتغيرات المضايقة هذه ممثلة فى جنس الحيوان، عمر الحيوان ووزنه، عمر أم الحيوان فى حالات الحيوانات صغيرة السن، مكان شراء وتنشئة هذا الحيوان ... الخ. وفى التجارب الزراعية الأخرى قد يكون المتغير المضايق عبارة عن السنة، درجة الحرارة أو الرطوبة ... الخ. ويجب التعامل مع المتغيرات المضايقة بطريقة تسمح بأن ينجلى الأثر الرئيسى للمتغير أو المتغيرات المستقلة المرغوب دراستها. ويمكن التعامل مع المتغيرات المضايقة بالطرق التالية:

١- تحكم تجريبى experimental control وذلك من خلال:

أ- تثبيت الوحدات التجريبية عضوياً physical control إن أمكن كأن تؤخذ كل الحيوانات من نفس الجنس أو نفس الوزن أو مشتراة من نفس المنطقة ... الخ.

ب- توزيع الوحدات التجريبية عشوائيا على كل مستويات المعاملات المختلفة وبالتالى يتم توزيع المصادر المعلومة وغير المعلومة أو التحيز bias بطريقة عشوائية على كل التجربة وبالتالى لا يكون التأثير موزع على مستوى واحد أو عدد محدود من مستويات المعاملة بمعنى أن لا يكون أثرها متحيزاً عند تقدير المتوسطات وتباين الخطأ.

ج- وضع مستوى يمثل المتغير المضايق ضمن مستويات المعاملة عند تصميم التجربة.

٢- تحكم إحصائى statistical control وذلك عن طريق وضع المتغير المضايق عند التحليل كمغاير covariate أو يطلق عليه متغير ملازم concomitant variable إذا كان مستمراً.

١٥-٣ كفاءة التصميم التجريبى Efficiency of experimental design

من أوائل الأسئلة التى تواجه الباحث فى مجال معين هو أى من التصميمات الإحصائية يؤدى إلى الحصول على خلاصة للبحث محل الدراسة بأكبر قدر من الكفاءة الممكنة. ويمكن تعريف الكفاءة فى هذه الحالة بعدة طرق، فقد تعرف الكفاءة بمدى الوقت اللازم لتجميع بيانات التجربة، أو تكاليف تجميع هذه البيانات، أو نسبة بين المعلومات المتحصل عليها إلى تكلفة جمع هذه البيانات ... الخ. وعادة ما يصعب الحصول على قيمة رقمية لكفاءة تصميم تجريبى معين بصورة مطلقة ولكن يمكن الحصول على الكفاءة النسبية لتصميم بالإشارة إلى تصميم أخر. وهذا هو الأكثر واقعية فكفاءة التصميم التجريبى ١ إلى التصميم التجريبى ٢ يمكن حسابها من المعادلة التالية (Kirk, 1968)

$$\text{Relative efficiency of design 1 to design 2} = \frac{\left(\dfrac{n_2C_1}{\sigma_1^2}\right)\left(\dfrac{df_1+1}{df_1+3}\right)}{\left(\dfrac{n_1C_2}{\sigma_2^2}\right)\left(\dfrac{df_2+1}{df_2+3}\right)}$$

حيث:

n : عدد الوحدات التجريبية فى كل من التصميمين،

σ^2 : تباين الخطأ المقدر فى كل من التصميمينن،

df : درجات حرية الخطأ فى كل من التصميمين،

C : تكلفة الوحدة التجريبية فى كل من التصميمين.

ومن هذه المعادلة يتضح بصورة أساسية أنه كلما زاد تباين الخطأ لتصميم ما كلما قت كفاءته النسبية وكذلك كلما زادت تكلفة الوحدة التجريبية فيه قلت كفاءته النسبية.

١٥-٤ تحديد حجم العينة Determination of sample size

بمجرد أن يتم توصيف المتغيرات المستقلة والمعتمدة فإنه لابد من تحديد حجم العينة. والسؤال عن حجم العينة مهم ومتكرر، وقد تم تناول هذا الموضوع بإسهاب فى البابين الخامس والسادس.

١٥-٥ التصميمات التجريبية Experimental designs

التصميمات التجريبية عديدة جداً ومتشعبة بقدر تشعب المواقف التجريبية ذاتها ولا قبل لهذا المؤلف أن يتناولها جميعاً بالتفصيل فقد أصبح لكل فرع من العلوم تصميماته الأكثر استخداماً فيه بجانب أن هذا المؤلف لم يقصد به أصلا أن يكون شاملا فى تصميم التجارب. ففى هذا الكتاب سيتم تناول بعض التصميمات الإحصائية الأكثر شيوعاً والتى تعتبر مقدمة لهؤلاء المتخصصين فى هذا الفرع ولمن أراد مزيداً من المعلومات فعليه الرجوع إلى المراجع الأكثر تخصصاً.

والقاعدة العامة التى يجب أن تتبع هى أن أفضل التصميمات التجريبية لوضع ما هو أسهلها. فهى سهلة التخطيط سهلة التنفيذ وأيضاً نتائجها أسهل فى التفسير وتعقيداتها الرياضية أقل. ويجب ألا يلجأ إلى التصميم الأكثر تعقيداً إلا لحاجة محددة وليس لتعود أو هواية. وعند إلقاء نظرة عامة على التصميمات التجريبية المتاحة للمجرب فإن أبسطها على الإطلاق هو عندما تكون المادة التجريبية متجانسة تماماً. وهنا يستخدم المجرب تصميم تام التعشية completely randomized design، وفيه تقسم الوحدات التجريبية على عدد المعاملات (أو ما يراد دراسته) وتوزع الوحدات التجريبية على هذه المعاملات عشوائياً. وعندما لا تتوافر الوحدات التجريبية المتجانسة تماماً يبدأ التعقيد تدريجياً.

وهناك عدة نقاط يجب أن تؤخذ فى الاعتبار عند المفاضلة بين أنواع التصميمات التجريبية المختلفة لاختيار أفضل تصميم منها:

١- نوعية البيانات اللازمة لاختبار فرض العدم:

أ- عدد مستويات المعاملة اللازم استخدامها

ب- كيفية اختيار مستويات المعاملة هل بناء على معلومات مسبقة apriori basis أم يتم الاختيار عشوائيا لمستويات المعاملة من ضمن عدد من المستويات يمثل عشيرة مستويات المعاملة.

ج- هل يلزم استخدام التجارب العاملية factorial experiments والتى من خلالها يمكن تقدير أثار التداخل؟

د- مدى أهمية المستويات المختلفة للمعاملات المختلفة بالنسبة للباحث، فإنه يتم فى بعض التصميمات التضحية بقوة اختبار أثر معين فى مقابل زيادة قوة اختبار أثر أخر.

٢- مدى كفاية عدد الوحدات التجريبية لاختبار فرض العدم:

أ- مدى عشوائية اختيار الوحدات التجريبية من عشيرة تمثل الوحدات التجريبية والتى يرغب الباحث فى دراستها.

ب- مدى إمكانية تقسيم الوحدات التجريبية إلى قطاعات blocks.

ج- مدى ملائمة الوحدة التجريبية للوضع تحت أكثر من مستوى للمعاملة.

د- مدى المخاطرة التى يمكن أن تتعرض لها الوحدات التجريبية من حيث الإصابة أو الموت وبالتالى محدودية استخدام نوعيات معينة من الوحدات التجريبية.

٣- مدى قوة التصميم التجريبى لاختبار فرض العدم:

أ- حجم أثر المعاملة والذى يرغب المجرب فى قياسه عمليا.

ب- النتائج التى قد تترتب على إهمال كل من خطأ النوع الأول والنوع الثانى.

٤- مدى كفاءة التصميم التجريبى فى اختبار فروض العدم:

أ- مدى التحسين فى كفاءة التصميم عند استخدام قطاعات من الوحدات التجريبية المتجانسة فى كل قطاع مقارنة بالتوزيع العشوائى لعدد أكبر من الوحدات التجريبية على المستويات المختلفة للمعاملة.

ب- مدى إمكانية زيادة كفاءة التصميم التجريبى عن طريق استخدام عدد أكبر من الوحدات التجريبية أو عن طريق التحكم التجريبى experimental control.

ج- مدى إمكانية زيادة كفاءة التصميم التجريبى عن طريق أخذ مقياس أو أكثر على علاقة بالمتغير التابع وبالتالى إمكانية استخدام طريقة تحليل الانحدار regression analysis.

د- مدى إمكانية زيادة كفاءة التصميم التجريبى عن طريق استخدام تصميم أكثر تعقيدا وما يتطلبه ذلك من زيادة فى الوقت اللازم لتصميم وتنفيذ وتحليل التجربة.

١٥-٦ التصميم تام التعشية Completely Randomized Design

هذا التصميم هو أبسط التصميمات الإحصائية على الإطلاق من حيث توزيع الوحدات التجريبية على مستويات المعاملة وكذلك من حيث تحليل نتائج التجربة. ويتطلب هذا التصميم:

١- معاملة واحدة لها مستويين أو أكثر.

٢- أن تكون الوحدات التجريبية متجانسة، كأن تكون قطعة أرض متجانسة فى خصوبتها أو أن تكون مجموعة الحيوانات التى ستجرى عليها التجربة جميعها من نفس السلالة ونفس الجنس ونفس العمر تقريبا ... وهكذا. ويتم توزيع الوحدات التجريبية عشوائيا على مستويات المعاملة بحيث أن كل وحدة تجريبية تقع تحت مستوى واحد فقط من مستويات المعاملة.

١٥-٦-١ التعشية Randomization

إذا كان هناك عدد k من مستويات المعاملة المرغوب دراستها، فتقسم الوحدات التجريبية عشوائياً إلى k من الأقسام ثم يعطى كل قسم أحد المستويات. وعادة ما تكون هذه الأقسام متساوية فى عدد الوحدات التجريبية.

فإذا فرض أن مجرب يود تجريب 4 مستويات لمعاملة معينة (أى $k = 4$) على 32 حيواناً. جميع هذه الحيوانات متجانسة فى كل ما يمكن أن يدركه المجرب، وفيما قد يؤثر على استجابة الحيوانات لمستويات المعاملة. وبالتالى يمكن استخدام التصميم تام التعشية بأن يقسم المجرب الحيوانات بطريقة عشوائية تماماً إلى أربعة أقسام كل منها به 8 حيوانات (أى $n = 8$) ثم يحدد مستوى معين من الأربع مستويات لكل قسم. ويمكن تمثيل ذلك بشكل ١٥-١.

المستويات levels			
١	٢	٣	٤
Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}	Y_{41}
Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}	Y_{42}
Y_{13}	Y_{23}	Y_{33}	Y_{43}
Y_{14}	Y_{24}	Y_{34}	Y_{44}
Y_{15}	Y_{25}	Y_{35}	Y_{45}
Y_{16}	Y_{26}	Y_{36}	Y_{46}
Y_{17}	Y_{27}	Y_{37}	Y_{47}
Y_{18}	Y_{28}	Y_{38}	Y_{48}

شكل ١٥-١ التصميم تام التعشية

١٥-٦-٢ النموذج الإحصائى Statistical Model

النموذج الإحصائى هو عبارة عن تعبير رياضى عن العوامل التى تؤثر فى المشاهدة Y طبقاً لافتراضات التجربة ولابد أن يعكس النموذج العلاقة بين متغير الاستجابة (المعتمد) والمتغير الرئيسى (المستقل) والمسئول عن إحداث تغير فى معامل الاستجابة. وقد سبق شرح كيفية كتابة النموذج الإحصائى أو الرياضى فى الباب التاسع.

ويمكن كتابة النموذج الرياضى لهذا التصميم كما يلى:

متغير الاستجابة = ثابت + أثر المعاملة + خطأ

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

حيث: $i = 1, 2, 3, 4$ أى $k = 4$ ، $j = 1, 2, \cdots, 8$ أى $n = 8$

فالقيمة Y_{11} تعنى أنها المشاهدة الأولى فى المستوى الأول للمعاملة (أى الحيوان الأول فى المستوى الأول)، Y_{12} تمثل الحيوان الثانى فى المستوى الأول، بينما Y_{43} تمثل الحيوان الثالث فى المستوى الرابع للمعاملة ... وهكذا. ومن الواضح أن هذا التصميم لا يخرج عن كونه بيانات منظمة فى اتجاه واحد، كتلك التى تم مناقشتها وتحليل مثلها فى الباب التاسع. وكل قيمة من قيم Y هى محصلة لمتوسط عام μ

يضاف إليه أثر المعاملة τ_i بجانب خطأ عشوائى ممثل فى ε_{ij} وهو الخاص بكل مشاهدة منفردة. والمثال التالى يوضح كيفية تحليل هذا النوع من التصميمات.

مثال ١٥-١

فى تجربة لدراسة أثر إضافة فيتامين ب على النمو فى الدجاج، جربت ثلاث مستويات من الفيتامين: 0, 10, 20 مجم لكل كج من وزن الجسم، وجرب كل مستوى على 4 طيور. ويوضح جدول ١٥-١ أوزان الطيور عند عمر ٩ أسابيع.

جدول ١٥-١ وزن الطيور (كج) عند ٩ أسابيع من العمر بعد معاملتها بفيتامين ب

مستوى المعاملة مجم/كج من وزن الجسم	الوزن	المجموع	المتوسط
0	1.43, 1.22, 1.24, 1.00	4.89	1.2225
10	1.60, 2.00, 1.83, 1.88	7.31	1.8275
20	2.18, 1.92, 1.89, 1.80	7.79	1.9475
	الكلى	**19.99**	**1.66**

وطبقاً للنموذج الإحصائى فإن التباين بين هذه القيم يمكن إرجاعه إلى المتوسط (أى معامل التصحيح) بالإضافة إلى تباين راجع إلى المعاملة t بالإضافة إلى تباين راجع إلى الخطأ أو الصدفة e وهو الشئ الذى لا يمكن للتجربة أن تفسره أكثر من هذا، كأن تكون الطيور مختلفة وراثياً إلى حد ما أو أى عوامل أخرى. وعلى هذا فيكون:

مجموع مربعات الانحرافات الكلية عن المتوسط:

$$= \sum\sum Y_{ij}^2 - \frac{(\sum\sum Y_{ij})^2}{nk}$$

$$= 1.43^2 + 1.22^2 + \cdots + 1.89^2 + 1.80^2 - \frac{(19.99)^2}{12} = 1.465$$

والمكون الأخير فى المعادلة يطلق عليه معامل التصحيح كما سبق ذكره من قبل.

مجموع المربعات بين المعاملات:

$$= \sum_{i.} \frac{Y_{i.}^2}{n} - CF = \frac{4.89^2 + 7.31^2 + 7.79^2}{4} - \frac{(19.99)^2}{12} = 1.208$$

مجموع المربعات الراجعة للخطأ أو المتبقى فى هذه الحالة:

$$= 1.465 - 1.208 = 0.257$$

وهذه القيمة الأخيرة هى نفسها الممكن الحصول عليها بحساب مجموع مربعات الانحرافات داخل كل معاملة (كل له 3 درجات حرية) ثم جمعها أى:

$$= \sum_{i} [(\sum_{j} Y_{ij}^2 - \frac{Y_{i.}^2}{n})]$$

$$= \left(1.43^2 + \cdots + 1.00^2 - \frac{4.89^2}{4}\right) + \left(1.60^2 + \cdots + 1.88^2 - \frac{7.31^2}{4}\right)$$

$$+ \left(2.18^2 + \ldots + 1.80^2 - \frac{7.79^2}{4}\right) = 0.257$$

ويمكن وضع النتائج فى جدول تحليل التباين analysis of variance (ANOVA) كما فى جدول ١٥-٢.

جدول ١٥-٢ تحليل التباين (ANOVA) لتجربة دراسة أثر إضافة فيتامين ب إلى العليقة على تسمين الدجاج.

SOV	df	SS	MS	EMS
بين المعاملات	$k-1$ $3-1=2$	1.208	0.604**	$\sigma_e^2 + 4\sigma_t^2$
داخل المعاملات أو الخطأ أو المتبقى	$k(n-1)$ $3(4-1)=9$	0.257	0.029	σ_e^2
الكلى عن المتوسط	$kn-1$ $(3)(4)-1=11$	1.465		

١٥-٦-٣ الافتراضات اللازمة لإجراء تحليل التباين

لا يمكن إجراء تحليل التباين رياضياً إلا إذا فرضت افتراضات معينة على التقديرات للمعالم المنصوص عليها فى النموذج الإحصائى. وهناك العديد من هذه الافتراضات التى يمكن وضعها، ولكن على المجرب أن يختار أنسبها وأكثرها سهولة فى التفسير عند الحصول على النتائج. ففى المثال السابق ١٥-١ يمكن القول إن المجرب يريد فقط تقدير الفروق بين مستويات المعاملة وبعضها البعض، أو بين كل مستوى ومستوى معاملة معينة أخرى، وهذا هو الأهم من الناحية التجريبية. ومن الناحية النظرية فإن المراد الأول غير قابل للتحقيق لأسباب قد تبدو فيما بعد لبعض القراء، وقد يتطلب شرحها تفصيلاً لأساليب أبعد من مجال هذا المؤلف. بينما يمكن تقدير المطلب الثانى كما سيتضح فيما بعد. وإذا وضعت كل المعالم المراد تقديرها فى معادلات آنية لمحاولة حلها يمكن الحصول على ما يسمى بالمعادلات الاعتيادية normal equations. ففى المثال السابق وطبقا للنموذج فإن المجرب يود تقدير المتوسط μ وأثر كل من المستويات الثلاثة للمعاملة حيث يعرف أثر مستوى المعاملة بأنه متوسط مستوى المعاملة مطروحا منه المتوسط العام. فالمجموع الكلى 19.99 وطبقاً للنموذج محصلة لجمع 12 متوسط μ وأربعة أثار لكل مستوى. بينما يكون مجموع الأربعة طيور فى مستوى المعاملة محصلة لجمع أربعة متوسطات بالإضافة إلى أربعة أثار من المستوى الأول ... وهكذا. ويمكن وضع ذلك فى المعادلات الاعتيادية كما يلى:

$$14\hat{\mu} + 4t_1 + 4t_2 + 4t_3 = 19.99 \qquad (١)$$

$$4\hat{\mu} + 4t_1 = 4.89 \qquad (٢)$$

$$4\hat{\mu} + 4t_2 = 7.31 \qquad (٣)$$

$$4\hat{\mu} + 4t_3 = 7.79 \qquad (٤)$$

وتسمى المعادلة (١) بمعادلة المتوسط والمعادلة (٢) بمعادلة المستوى الأول والمعادلة (٣) بمعادلة المستوى الثانى والمعادلة (٤) بمعادلة المستوى الثالث. وواضح أنه، طبقا للنموذج، فإن لكل معلومة فيه يراد تقديرها يوجد معادلة اعتيادية. ويمكن النظر إلى هذه المعادلات على إنها معادلات آنية أى أن هناك أربعة مجاهيل (μ، t_1، t_2، t_3) ويراد تقديرها من أربعة معادلات. ولكن بالتدقيق فى المعادلات يتضح أنها غير مستقلة عن بعضها non-orthogonal linearly، بمعنى أن أحد المعادلات محصلة للثلاثة الباقية فمثلا (١) = (٢) + (٣) + (٤) أو (٢) = (١) − (٣) − (٤) ... وهكذا. ولذا فهذه المعادلات لا يمكن حلها آنيا بالطرق العادية. ولكن مثلاً إذا وضع المجرب شرط أو افتراض constraint أن مجموع آثار المعاملات مساوى

للصفر أى $\sum \hat{t}_i = 0$ فتصبح هذه المعادلات ممكنة الحل. ومثل هذا الافتراض لن يعقد من إمكانية المجرب فى تفسير نتائجه لأن الفروق بين المعاملات ستظل كما هى لا تتغير بالرغم من هذا الافتراض.

وبتطبيق هذا الفرض على المعادلة (١) يصبح:

$$12\,\hat{\mu} + 4(t_1 + t_2 + t_3) = 12\hat{\mu} = 12.99$$

ومنها:

$$\hat{\mu} = \frac{19.99}{12} = 1.66\,\text{kg}$$

وبالتالى يمكن حساب أثر المستوى الأول للمعاملة باستخدام المعادلة (٢) كالتالى:

$$t_1 = \frac{4.89}{4} - 1.66 = -0.44\,\text{kg}$$

وأثر المستوى الثانى للمعاملة من المعادلة (٣):

$$t_2 = \frac{7.31}{4} - 1.66 = 0.16\,\text{kg}$$

وأثر المستوى الثالث للمعاملة من المعادلة (٤):

$$t_3 = \frac{7.79}{4} - 1.66 = 0.29\,\text{kg}$$

ويلاحظ أن $t_1 + t_2 + t_3 = 0$ (فيما عدا فروق التقريب). وبدون هذا الشرط وشرط أخر أن $\sum e_{ij} = 0$ حيث e_{ij} هى تقدير ε_{ij} لما أمكن الحصول على هذه التقديرات.

ويمكن القول بأن كل فرض كهذا يفقد من أجله درجة حرية واحدة. ففى المثال السابق كان مجموع المربعات حول المتوسط له 11 درجة حرية لأنه يشترط أن مجموع الانحرافات حول المتوسط يساوى صفراً بمعنى أن $\sum (Y_{ij} - \mu) = 0$. وبين المعاملات يفقد درجة حرية نتيجة للشرط أن $\sum t_i = 0$ ... وهكذا.

عموماً فإن الافتراضات الخاصة بهذا التصميم هى $\sum t_i = \sum e_{ij} = 0$. ويمكن للمجرب أن يضع افتراضات أخرى مثل إن أحد المعاملات = صفر ... الخ.

١٥-٦-٤ اختبارات الفروض الإحصائية

قبل إجراء اختبارات الفروض الإحصائية يجب على المجرب:

١- تقدير ما إذا كانت المعاملات فى التجربة عشوائية أم ثابتة، وهذا مهم فى كيفية صياغة الفرض، وأيضاً فى استخدام النتائج المتحصل عليها. فالافتراض بأن المعاملة ثابتة يعنى أن المجرب يحصر اهتمامه الأساسى فى هذه المعاملات بعينها دون غيرها ولا يمكن بذلك تعميم النتائج على معاملات أخرى لم تدخل في نطاق التجربة. فإذا كان المجرب يدرس الفروق بين سلالات مثلاً، واختار السلالات أ، ج، د بعينها، فالنتائج المتحصل عليها تنحصر فقط على هذه السلالات الثلاثة دون غيرها، ويمكن للمجرب أن يرتبها طبقا لقيم متوسطاتها. بينما إذا كان لدى المجرب العديد من السلالات ويود دراسة الفروق بين هذه السلالات واختار عشوائياً ثلاثة منها وكانت بينها فروق فهذا ينطبق على العشيرة الأصلية التي أخذت منها السلالات عشوائياً، أى أن هذه السلالات مختلفة. بينما إذا لم يجد فرقاً فيمكن التعميم بأن هذه السلالات لا تختلف عن بعضها البعض.

وفى حالة الافتراض بأن المعاملات ثابتة فإن فرض العدم يكون:

$$H_\circ : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3$$

وهو نفسه:

$$H_\circ : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

حيث μ_1، μ_2، μ_3 تمثل متوسطات مستويات المعاملة.

والفرض البديل H_1 هو أن بعض أوكل متوسطات مستويات المعاملة غير متساوية.

وفى حالة ما إذا كانت المعاملات عشوائية فإن:

$$H_\circ : \sigma_t^2 = 0$$

$$H_1 : \sigma_t^2 \neq 0$$

أى أنه فى حالة عشوائية المعاملات فإن المجرب يكون أكثر اهتماماً بالتباين بين المعاملات عن الفرق بين المتوسطات، حيث إن هذه المتوسطات تعنى قليلاً لأنها لأقسام مأخوذة عشوائيا. وإن كانت طريقة اختبار الفروض الإحصائية واحدة فى الإثنين بالنسبة لهذا التصميم.

وتوقع متوسطات مربعات الانحرافات (EMS) فى جدول ١٥-٢ وهى للمعاملات العشوائية. أما فى حالة المعاملات الثابتة فإنها تكون نفس الشئ ماعدا استبدال القيمة σ_t^2 بالقيمة K_t^2 حيث إن:

$$K_t^2 = \frac{\sum t_i^2}{k-1}$$

٢- قبل الإجراء الفعلى لاختبارات الفروض يجب على المجرب مراجعة الافتراضات اللازمة لذلك مثل أن تتوزع e_{ij} فى النموذج حسب التوزيع الطبيعى، وتجانس التباين واستقلالية الخطأ كما سبق إيضاحه فى الباب الثانى عشر. وبعد توافر هذه الافتراضات فإن الفروض الإحصائية يمكن اختبارها باختبار F.

ومن جدول ١٥-٢ فإن F المحسوبة $F = 0.604 \div 0.029 = 20.83$ بدرجات حرية البسط والمقام أى 2، 9 أما F الجدولية $F_{(2,9,0.01)} = 8.02$ وبالتالى يرفض فرض العدم. فإذا كانت المعاملات ثابتة يستنتج المجرب أن هناك فروقاً بين متوسطات المعاملات. أما إذا كانت المعاملات عشوائية فيكون الاستنتاج أن هناك تبايناً بين عشيرة المعاملات التى أخذت منها هذه العينة من المعاملات الثلاث.

١٥-٦-٥ طرق فصل المتوسطات Mean Separation Procedures

عادة ما يرغب المجرب، كما سبق الإشارة فى الباب التاسع، أن يذهب بتحليل تجربته إلى تفاصيل أكثر من مجرد الانتهاء عند المقولة أن متوسطات المعاملات تختلف عن بعضها وذلك في حالة المعاملات الثابتة. فغالباً ما يهتم المجرب بأن يقارن أى من هذه المعاملات أفضل أو أسوأ من معاملة أخرى بعينها، وهذا ما يطلق عليه فصل المتوسطات. وقد يستخدم اختبار t المستقل أو اختبار F المستقل أو LSD أو أى من الاختبارات السابق الإشارة إليها فى الباب التاسع.

١٥-٦-٥-١ اختبار t المستقل Orthogonal t Test

كما سبق بيانه أن بين كل عدد (t) من المعاملات يوجد فقط عدد $(t-1)$ من المقارنات المستقلة بين هذه المعاملات. ففى المثال ١٥-١ حيث هناك ٣ معاملات فإن عدد المقارنات المستقلة هو اثنين فقط. فالمقارنات كلها هى:

أ- المعاملة (١) - المعاملة (٢) أى: $1.22 - 1.83 = -0.61$ kg

ب- المعاملة (١) - المعاملة (٣) أى: $1.22-1.95=-0.73\ kg$

ج- المعاملة (٢) - المعاملة (٣) أى: $1.83-1.95=-0.12\ kg$

وأن هناك مقارنتين مستقلتين فقط بمعنى أن أى مقارنة من الثلاث مقارنات السابقة يمكن حسابها من المقارنتين الأخريين:

المقارنة أ : ب - ج، أى: $-0.73-(-0.12)=-0.61\ kg$

المقارنة ب: أ + ج، أى: $-0.61+(-0.12)=-0.73\ kg$

المقارنة ج : ب - أ، أى: $-0.73-(-0.61)=-0.12\ kg$

ويمكن للمجرب أن يصمم مقارناته المستقلة بين المعاملات بحيث تعكس ما يريده، ففى المثال السابق إذا أراد المجرب مقارنتين مستقلتين فيجرى ما يلى:

١- توضع معاملات coefficients ولتكن λ_i لكل معاملة لتعكس ما يريده.

٢- يختبر إذا كانت مجموع المعاملات يساوى صفر، أى $\sum\lambda_i=0$ لكل مقارنة.

٣- يختبر إذا كان مجموع حاصل ضرب معاملات المقارنتين يساوى صفر أيضا، أى $\sum\lambda_i\lambda_{i'}=0$ حيث i إحدى المقارنات، 'i مقارنة أخرى.

فمثلا:

المعاملة		(١)	(٢)	(٣)
المتوسط		1.22	1.83	1.95
مجموعة مقارنات أولى	λ_i	1	-0.5	-0.5
	$\lambda_{i'}$	0	1	-1
مجموعة مقارنات ثانية	λ_i	1	0	-1
	$\lambda_{i'}$	1	-2	1
مجموعة مقارنات ثالثة	λ_i	1	-1	0
	$\lambda_{i'}$	1	0	-1

ففى مجموعة المقارنات الأولى يعنى المجرب أن يحسب الفرق بين المعاملة (١) ومتوسط المعاملتين (٢)، (٣) فى المقارنة الأولى وأن يحسب الفرق بين المعاملة (٢) والمعاملة (٣) في المقارنة الثانية. وبالتالى فإن:

مجموع معاملات المقارنة الأولى: $\sum \lambda_i = 1 + (-0.5) + (-0.5) = 0$

مجموع معاملات المقارنة الثانية: $\sum \lambda_{i'} = 0 + 1 + (-1) = 0$

مجموع حاصل ضرب معاملات المقارنتين:

$$\sum \lambda_i \lambda_{i'} = (1)(0) + (-0.5)(1) + (-0.5)(-1) = 0$$

إذن هاتان المقارنتان مستقلتان عن بعضهما. أما مجموعة المقارنات الثانية فإن المجرب يعنى مقارنة المعاملة (١) بالمعاملة (٣) فى المقارنة الأولى ويعنى مقارنة متوسط المعاملتين (١)، (٣) بالمعاملة (٢) وبالتالى فإن:

مجموع معاملات المقارنة الأولى: $\sum \lambda_i = 1 + 0 + (-1) = 0$

مجموع معاملات المقارنة الثانية: $\sum \lambda_{i'} = 1 + (-2) + 1 = 0$

مجموع حاصل ضرب معاملات المقارنتين:

$$\sum \lambda_i \lambda_{i'} = (1)(1) + (0)(-2) + (-1)(1) = 0$$

وبالتالى فإن مقارنتى هذه المجموعة، أيضا، مستقلتان. أما مجموعة المقارنات الثالثة فإن المجرب يرغب فى مقارنة المعاملة (١) بالمعاملة (٢) ومقارنة المعاملة (١) بالمعاملة (٣) وبالتالى فإن:

مجموع معاملات المقارنة الأولى: $\sum \lambda_i = 1 + (-1) + 0 = 0$

مجموع معاملات المقارنة الثانية: $\sum \lambda_{i'} = 1 + (0) + (-1) = 0$

مجموع حاصل ضرب معاملات المقارنتين:

$$\sum \lambda_i \lambda_{i'} = (1)(1) + (-1)(0) + (0)(1) \neq 0$$

وبهذا لم يتحقق شرطا استقلال المقارنات. ولذا فإن مقارنتى المجموعة الثالثة غير مستقلتين non-orthogonal comparisons or contrasts.

وفى اختبار t المستقل يختار المجرب مجموعة مقارنات مستقلة واحدة فقط والتي تعكس ما يريده. فمثلا بالنظر إلى مجموعة المقارنات الأولى فإن هناك منطقاً واضحاً فى تصميم هذه المقارنة، ففى المقارنة الأولى يحسب المجرب الفرق بين الطيور التى أعطيت الفيتامين (أى العليقتين ٢، ٣) وتلك التى لم تعط أى فيتامين (أى المعاملة ١، والتى تسمى كنترول فى هذه الحالة). بينما فى المقارنة الثانية فإن المجرب يحسب الفرق بين المعاملتين (٢) و(٣)، بمعنى أى المستويين أدى إلى نمو أكبر، مستوى 10 مجم أو مستوى 20 مجم.

إجراء اختبار t المستقل

باستخدام المعادلة التالية:

$$t = \frac{\sum \lambda_i \overline{Y}_i}{\sqrt{\frac{\sum \lambda_i^2}{n_i} S^2}}$$

حيث S^2 من جدول ١٥-٢ هى متوسط المربعات داخل المعاملات أو الخطأ أو المتبقى (0.029)، $n = 4$ أى عدد الطيور فى كل معاملة.

وبالتالى فإن t للمقارنة الأولى:

$$t = \frac{(1)(1.2225) + (-0.5)(1.8275) + (-0.5)(1.9475)}{\sqrt{\frac{0.029}{4}\left[1^2 + (-0.5)^2 + (-0.5)^2\right]}} = \frac{0.665}{0.104} = 6.394$$

و t للمقارنة الثانية:

$$t = \frac{(0)(1.2225) + (1)(1.8275) + (-1)(1.9475)}{\sqrt{\frac{0.029}{4}\left[0^2 + 1^2 + (-1)^2\right]}} = \frac{0.12}{0.12} = 1.00$$

والمقارنة الأولى هى اختبار لفرض العدم أن متوسط المعاملة (١) – [متوسطى المعاملتين (٢)، (٣)] = صفر، والفرض البديل أن الفرق لا يساوى صفراً، بمعنى أن:

فرض العدم: $H_o : \mu_1 = (\mu_2 + \mu_3)/2$

والفرض البديل: $H_1 : \mu_1 \neq (\mu_2 + \mu_3)/2$

بينما فرض العدم للمقارنة الثانية هو أن متوسط المعاملة (٢) – متوسط المعاملة (٣) = صفر والفرض البديل أن الفرق لا يساوى صفراً، أى:

فرض العدم: $H_\circ : \mu_2 - \mu_3 = 0$

والفرض البديل: $H_1 : \mu_2 - \mu_3 \neq 0$

وتختبر قيمة t أمام درجات الحرية لـ S^2 من جدول ١٥-٢ والتى تساوى 9 تحت مستوى $\alpha = 5\%$ أى أن $t_{(9,0.05)} = 2.262$. فى الحالة الأولى t معنوية، وفى الحالة الثانية غير معنوية. أى أن هناك زيادة معنوية فى وزن الجسم نتيجة لإضافة الفيتامين، ولكن الفرق بين إضافة 10 ملجم وإضافة 20 مجم غير معنوى.

١٥-٦-٥-٢ تقسيم التباين بين المعاملات وإجراء اختبار F المستقل

من جدول ١٥-٢ مجموع المربعات بين المعاملات هو 1.208 بدرجتى حرية. وإذا كانت المقارنتان مستقلتين، فإنه يمكن تقسيم التباين بين المعاملات إلى أجزاء كل منها يقابل مقارنة، وبحيث أن مجموع هذه الأجزاء يساوى مجموع المربعات بين المعاملات

$$\text{Sum of squares due to a comparison} = \frac{n\left(\sum \lambda_i \overline{Y}_i\right)^2}{\sum \lambda_i^2} \qquad (١-١٥)$$

ومن المثال ١٥-١ فإن:

مجموع المربعات للمقارنة الأولى:

$$= \frac{4[(1)(1.225) + (-0.5)(1.8275) + (-0.5)(1.9475)]^2}{1^2 + (-0.5)^2 + (-0.5)^2} = \frac{4(0.665)^2}{1.5} = 1.179$$

مجموع المربعات للمقارنة الثانية:

$$= \frac{4[(0)(1.225) + (1)(1.8275) + (-1)(1.9475)]^2}{0^2 + (1)^2 + (-1)^2} = \frac{4(0.12)^2}{2} = 0.029$$

وواضح أن مجموع المربعات بين المعاملات هو: $= 1.179 + 0.029 = 1.208$

وعليه يمكن إعادة كتابة جدول تحليل التباين ١٥-٢ أكثر تفصيلاً كما يلى:

SOV	df	SS	MS
بين المعاملات	2	1.208	0.604**
المقارنة الأولى	1	1.179	1.179**
المقارنة الثانية	1	0.029	0.029
الخطأ	9	0.257	0.029
الكلى عن المتوسط	11	1.465	

ومن هذا الجدول يمكن اختبار معنوية المقارنة الأولى بواسطة:

$$F_9^1 = \frac{1.179}{0.029} = 40.6554$$

واختبار معنوية المقارنة الثانية بواسطة:

$$F_9^1 = \frac{0.029}{0.029} = 1.0$$

وهما يقودان لقرارات متطابقة تمام التطابق لاختبارى t المقابلين، ولأن F هنا بدرجة حرية واحدة للبسط فإن للمقارنة الأولى:

$$F = t^2 = (6.394)^2 = 40.655$$

وللمقارنة الثانية

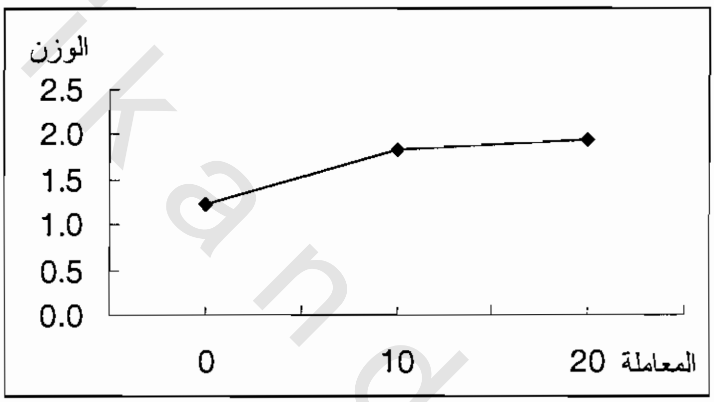
$$F = t^2 = 1$$

ما عدا أخطاء التقريب. كما يمكن إتباع طرق فصل المتوسطات الأخرى مثل LSD أو دنكن أو توكى سابقة الشرح.

١٥-٦-٦ الحدود المتعددة المستقلة (المتعامدة) Orthogonal Polynomials

يمكن التمييز بين نوعين من المعاملات هما معاملات وصفية وأخرى كمية. ففى المعاملات أو الأقسام الوصفية، كل قسم يختلف فى صفته، مثلا كالفرق بين السلالات أو المواقع أو اختلافات راجعة إلى الجنس أو الطلائق ... الخ. بينما المعاملات الكمية فإنها تختلف عن بعضها فى الدرجة كأن تكون المعاملات 20، 30، 40 درجة حرارة مئوية أو 100، 150، 200 كج سماد للفدان أو كما فى المثال ١٥-١ حيث يعطى للطيور 0، 10، 20 مجم من الفيتامين لكل كج من وزن الجسم. وفى كلا النوعين من

المعاملات فإنه يمكن إتباع طرق فصل المتوسطات السابق شرحها. إلا أنه فى حالة المعاملات الكمية هناك وسيلة إضافية لدراسة تأثير المعاملات، فكثيراً ما يود المجرب معرفة العلاقة بين مستوى المعاملة والاستجابة لها ونوع هذه العلاقة، هل هى علاقة خطية أم غير ذلك. ويمكن إجراء هذا بيسر من خلال الحدود المتعددة المستقلة orthogonal polynomial. ففى المثال ١٥-١ قد يتساءل المجرب هل العلاقة بين كمية الفيتامين ونمو الطيور خطية فقط؟ أى أنه بزيادة الفيتامين بوحدة واحدة يزداد النمو بنفس القدر بغض النظر عن مستوى الفيتامين. أم أن الزيادة فى النمو هذه تكون سريعة عند المستويات المنخفضة من الفيتامين ثم تقل سرعة النمو بعد ذلك. فواضح من شكل ١٥-٢ أن بزيادة الفيتامين من 0 إلى 10 مجم فإن معدل الزيادة فى النمو أعلى منه عند زيادة الفيتامين من 10 إلى 20 مجم.



شكل ١٥-٢ العلاقة بين إضافة الفيتامين ومتوسط وزن الجسم في الدجاج

فهناك علاقة خطية ولا شك بمعنى أن هناك زيادة فى الوزن بزيادة الفيتامين، ولكن هذه العلاقة ليست هكذا فقط، لأن معدل التغيير فى الوزن نفسه يتغير. والحدود المتعددة المستقلة orthogonal polynomial تفيد فى:

١- تحديد نوعية هذه العلاقات.

٢- فصل مجموع المربعات بين المعاملات إلى أجزاء يقابل كل منها نوع العلاقة المحددة.

٣- اختبار معنوية هذه العلاقات.

٤- حساب معامل اعتماد المتغير التابع (وهو فى مثال ١٥-١ يعبر عن الوزن) على المتغير المستقل (وهو المعاملة).

ففى حالة وجود مستويين من المعاملة يوجد بينهما درجة حرية واحدة وهى لا تقيس إلا الاتجاه الخطى linear فقط. بينما إذا كان هناك ثلاث معاملات بينهما درجتان حرية فإنه يمكن تقسيمها لتقيس أحدهما الاتجاه الخطى والأخرى لتقيس الاتجاه من الدرجة الثانية (أو التربيعى) quadratic. وفى حالة أربع معاملات بينها ثلاث درجات حرية يمكن تقسيمها إلى اتجاه خطى وآخر تربيعى وأخر من الدرجة الثالثة (أو تكعيبى) cubic ... وهكذا. ولإجراء هذا على مثال ١٥-١ تستخرج معاملات coefficients الحدود المتعددة المستقلة من جدول ١٧ ملحق أ وهى:

مستوى المعاملة	0	10	20
المتوسط	1.2225	1.8275	1.9475
Linear	-1	0	1
Quadratic	1	-2	1

ويلاحظ أنها مستقلة ويتوافر فيها الشرطان $\sum\lambda_i = 0$، $\sum\lambda_i\lambda_{i'} = 0$ كما سبق الاشارة فى ١٥-٦-٥-١، وطبقاً للمعادلة (١٥-١) فإن مجموع المربعات الراجعة للأثر الخطى linear :

$$\text{Sum of squares due to linear effect} = \frac{n\left(\sum\lambda_i\overline{Y}_i\right)^2}{\sum\lambda_i^2}$$

$$= \frac{4[(1.225)(-1)+(1.8275)(0)+(1.9475)(1)]^2}{(1)^2+(0)^2+(-1)^2} = 1.051$$

مجموع المربعات الراجعة للأثر التربيعى quadratic :

$$= \frac{4[(1.2225)(1)+(1.8275)(-2)+(1.9475)(1)]^2}{(1)^2+(-2)^2+(1)^2} = 0.157$$

ومجموع الأثرين: $= 1.051 + 0.157 = 1.208$

وهو نفس مجموع المربعات بين المعاملات فى جدول ١٥-٢، ولكنه قسم بطريقة أخرى ويمكن وضع النتائج فى الصورة التالية:

SOV	df	SS	MS
بين المعاملات	2	1.208	0.604**
خطى L	1	1.051	1.051**
الدرجة الثانية Q	1	0.157	0.157*
الخطأ	9	0.257	0.029
الكلى عن المتوسط	11	1.465	

ويمكن اختبار فرض العدم أن الاتجاه الخطى = صفر بواسطة:

$$F = \frac{1.051}{0.029} = 36.24$$

وهذه القيمة معنوية عند 0.01 .

وكذلك اختبار فرض العدم أن الاتجاه من الدرجة الثانية = صفر بواسطة:

$$F = \frac{0.157}{0.029} = 5.41$$

وهذه القيمة معنوية عند 0.05. وبهذا يستنتج أن الاتجاه الخطى موجود أى أن هناك بصفة عامة زيادة فى الوزن مصاحبة للزيادة فى الفيتامين ويستنتج أيضا أن الزيادة فى الوزن هذه تتغير معنويا بزيادة مستوى الفيتامين كما استدل على ذلك بمعنوية المستوى الثانى من العلاقة.

ويمكن حساب معامل انحدار الوزن على المعاملة كما يلى:

$$b = \frac{\sum \lambda_i \bar{Y}_i}{\sum \lambda_i^2} \qquad (١٥-٢)$$

وعليه يكون معامل الانحدار الخطى:

$$b_L = \frac{0.73}{2} = 0.365 \text{ kg/10 mg}$$

ومعامل الانحدار التربيعى:

$$b_Q = \frac{-0.49}{6} = -0.082 \text{ kg/10 mg}$$

ويمكن التعامل مع b_L، b_Q بنفس كيفية التعامل مع معامل الانحدار البسيط من حيث الخطأ القياسى واختبارات المعنوية ... الخ.

و b_L تعنى أنه فى المتوسط يزيد وزن الطيور بقدر 0.365 كج لكل 10 مجم زيادة فى الفيتامين بينما b_Q تعنى أن هذه الزيادة الخطية تنقص بقدر 0.082 كج / 10 مجم، وذلك واضح من شكل ١٥-٢، واختبار معنوية معاملى الانحدار هذين هو نفسه اختبار المعنوية لمجموع المربعات الراجع إلى الخطى وإلى الدرجة الثانية المبينة فى الجدول السابق.

والمعاملات المبينة في جدول ١٧ ملحق أ تستخدم فقط إذا كان الفرق بين المستويات متساوى أى 0، 10، 20 مثلا. أما إذا كان الفرق بين المستويات غير متساوى كأن يكون 5، 10، 30 مثلا فيمكن إتباع نفس المبادئ، ولكن بطرق حسابية أكثر تعقيداً لن يتم التطرق لها فى هذا المؤلف.

وليس معنى أن متعددة الحدود المستقلة تمكن من تجزئة درجات حرية ومجموع مربعات المعاملة أنه لابد أن يجرى هذا وبالتجزىء الكامل فى كل حالة. فمثلا إذا وجد 6 معاملات بينها 5 درجات حرية فإنه يمكن فصل المكون الخطى، ومكون الدرجة الثانية (التربيعى)، ومكون الدرجة الثالثة (التكعيبى) كل على حدة، بينما يترك مكون الدرجة الرابعة ومكون الدرجة الخامسة مع بعضهما بدرجتى حرية وكثيراً ما يصعب تسير المكونات الأعلى من الدرجة الثالثة تفسيراً بيولوجياً.

١٥-٦-٧ متوسط المربعات المتوقعة Expected Mean Squares (EMS)

كمتطلب لإجراء اختبار F، ومتطلب لتقدير ثوابت أخرى فى العشيرة سيتضح بعضها فيما بعد، عادة ما يود المجرب أن يرجع متوسط المربعات mean squares أو مجموع المربعات إلى مكوناته أو بمعنى آخر التعبير عنه بدلالة التباينات (أو القيم المربعة) التى تم ذكرها فى النموذج الإحصائى. ففى المثال ١٥-١ يمكن القول إن التباين بين الطيور التابعة لنفس المعاملة تختلف فيما بينها فى e_{ij} وبالتالى فإن التباين بين طيور نفس المعاملة يحتوى فقط على σ_e^2 طبقا للنموذج الإحصائى. أما الاختلاف بين متوسط معاملة ومتوسط معاملة أخرى (وبفرض أن المعاملة هنا عشوائية) فإن هذا الفرق جزء منه مرجعه إلى أثر المعاملة نفسها t، وجزء آخر مرجعه إلى الاختلاف فى قيمة e_{ij} (الخطأ). وعليه فإن التباين بين المعاملات مرجعه إلى σ_e^2, σ_t^2 والمطلوب هنا حساب توقع متوسط المربعات معبراً عنه بدلالة التباينات أو القيم المربعة المنصوص عليها فى النموذج.وفيما يلى قواعد تساعد على هذا الاستنباط بصفة عامة ثم مثال لأبسط الحالات حتى يمكن للقارئ المبتدئ متابعته وتركت الحالات الأكثر تشعباً إلى مجال آخر.

قواعد حساب توقع متوسط المربعات (أو توقع مجموع المربعات):

١- عبر عن مجموع المربعات sum of squares بدلالة الثوابت فى النموذج الأصلى.

٢- اتبع قواعد حساب مربع المجموع ومجموع المربعات فمثلا

$$(A+B-C)^2 = A^2+B^2+C^2+2AB-2AC-2BC$$
$$= A^2+B^2+C^2+2(AB-AC-BC)$$

ومثلاً

$$\sum_{i\neq i'}^{n} a_i a_{i'} + \sum_{i=1}^{n} a_i^2 = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right)^2$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{j=1}^{m} b_j\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 + \sum_{i\neq i'} a_i a_{i'} + \sum_{j=1}^{m} b_j^2 + \sum_{j\neq j'} b_j b_{j'} + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_i b_j$$

٣- استنبط توقعات التعبير السابق.

٤- القيمة المتوقعة لتغاير عناصر النموذج مساوية للصفر، لأنه عادة ما يفترض أن المشاهدات مستقلة عن بعضها.

٥- عند تقدير توقع متوسط المربعات EMS لمؤثر ثابت fixed effect فإن المتوقع فى الـــ EMS المتداخلة مع مؤثر عشوائى random effect آخر لا تساوى صفراً. بينما يكون توقع التداخل هذا فى المؤثر العشوائى مساوياً للصفر. لو أن العاملين (المؤثرين) ثابتين فإن القيمة المتوقعة للتداخل فى الـــ EMS تكون مساوية للصفر.

ويمكن توضيح ذلك باستخدام أبسط أنواع النماذج وبفرض أن المعاملة عشوائية:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

حيث

$$\varepsilon_{ij} \sim NID(0, \sigma_e^2) \quad ، j = 1,2,\cdots,n \quad ، i = 1,2,\cdots,k$$

وأن t عشوائية بتباين قدره σ_t^2 أى $\tau_{ij} \sim NID(0, \sigma_t^2)$

مجموع المربعات بين المعاملات

$$= n\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}}{n} - \frac{\sum_{ij} Y_{ij}}{nk}\right)^2 = n\sum_{i=1}^{k}(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2$$

حيث تعبر $\overline{Y}_{i.}$ عن متوسط المعاملة i، $\overline{Y}_{..}$ المتوسط العام.

$$= n\sum_{i=1}^{k}[(\mu + t_i + \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} e_{ij}) - (\mu + \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} t_i + \frac{1}{nk}\sum_{ij} e_{ij}]^2$$

$$= n\sum_{i=1}^{k}[(t_i - \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} t_i) + (\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} e_{ij} - \frac{1}{nk}\sum_{ij} e_{ij})]^2$$

$$= n\sum_{i=1}^{k}[(t_i^2 + \frac{1}{k^2}\sum_{i=1}^{k} t_i^2 - 2\frac{1}{k}t_i^2)$$

$$+ (\frac{1}{n^2}\sum_{j=1}^{n} e_{ij}^2 + \frac{1}{n^2k^2}\sum_{ij} e_{ij}^2 - 2\frac{1}{n^2k}\sum_{j=1}^{n} e_{ij}^2)] + \text{other products}$$

وبأخذ التوقع فإن مجموع المربعات المتوقع بين المعاملات

(expected sum of squares between treatments)

$$= n\sum_{i}[(\sigma_t^2 + \frac{\sigma_t^2}{k} - 2\frac{\sigma_t^2}{k}) + (\frac{\sigma_e^2}{n} + \frac{1}{nk} - \frac{2}{nk}\sigma_e^2)]$$

$$= nk[\sigma_t^2(1 - \frac{1}{k}) + \sigma_e^2(\frac{1}{n} - \frac{1}{nk})]$$

$$= n\sigma_t^2(k-1) + \sigma_e^2(k-1)$$

ويحسب توقع مجموع المربعات للخطأ (أو بين أفراد نفس المعاملة)

sums of squares due to error (or between individuals within treatment)

$$= \sum_{i}^{k}\sum_{j}^{n}(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.})^2 = \sum_{i}^{k}\sum_{j}^{n}(\mu + t_i + e_{ij} - \mu - t_i - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} e_{ij})^2$$

$$= \sum_{i}\sum_{j}(e_{ij} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} e_{ij})^2$$

وتكون القيمة المتوقعة:

$$E[\sum_{i}\sum_{j}(e_{ij} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} e_{ij})^2] = \sum_{i}\sum_{j}(\sigma_e^2 + \frac{n}{n^2}\sigma_e^2 - \frac{2}{n}\sigma_e^2)$$

$$= \sum_{i}\sum_{j}[\sigma_e^2(1 - \frac{1}{n})]$$

$$= \sigma_e^2 k(n-1)$$

ويمكن وضع النتائج على هيئة جدول ١٥-٣ التالى:

جدول ١٥-٣ متوسط الانحرافات المتوقعة في أبسط صورة (معاملات عشوائية)

SOV	df	مجموع المربعات المتوقعة Expected sum of squares	متوسط المربعات المتوقعة Expected mean squares (EMS)
بين المعاملات	$k-1$	$\sigma_e^2(k-1) + \sigma_t^2 n(k-1)$	$\sigma_e^2 + n\sigma_t^2$
Error الخطأ (بين الوحدات التجريبية داخل المعاملات)	$k(n-1)$	$\sigma_e^2 k(n-1)$	σ_e^2
الكلى	$kn-1$		

ويمكن الحصول على متوسط المربعات المتوقعة EMS بقسمة مجموع المربعات المتوقعة على درجات الحرية كما فى جدول ١٥-٣. وبما أنه قد افترض أن أثر المعاملات عشوائى random فإن هناك تباين حقيقى بين مستويات المعاملة المختلفة.

ولكن إذا افترض أن أثر المعاملات ثابت fixed فلن يكون هناك تباين حقيقى، ولكنه مجرد قيم مربعة، وفى الحالة البسيطة هذه يظل كل شيء على ما هو عليه إلا أنه تستبدل σ_e^2 بالرمز k_t^2 لتدل على أنها مجرد قيم مربعة.

ويمكن وصف ما تم التوصل إليه فى جدول ١٥-٣ بأن التباين بين أى طائرين فى نفس مستوى المعاملة يتوقع أن يكون σ_e^2 بينما التباين بين أى مستويين مختلفين يتوقع أن يكون $\sigma_e^2 + n\sigma_t^2$ والـــ n توضح أنه فى كل معاملة فإن الوحدة التجريبية (الطائر) تتكرر عدد n من المرات. وبتطبيق هذا الجزء على مثال ١٥-١ يمكن الحصول على تقدير لكل من σ_e^2 و σ_t^2 والتى يطلق عليها اصطلاح مكونات التباين variance components كما هو موضح بجدول ١٥-٢.

وبالتالى فإن: $\sigma_e^2 = 0.029$ ، $\sigma_t^2 = \dfrac{0.604 - 0.029}{4} = 0.144$

وجدير بالذكر أنه يمكن القول بأن جملة التباين المتوقع للقيمة Y_{ij} والتى قد يرمز لها بـــ σ_P^2 أو σ_T^2 هو: $\sigma_P^2 = \sigma_t^2 + \sigma_e^2 = 0.144 + 0.029 = 0.173$

ومن فوائد مكونات التباين variance components أنها تفيد فى معرفة الأهمية النسبية لكل مصدر من مصادر التباين المختلفة إلى المصادر الأخرى فالأهمية النسبية للاختلافات بين المعاملات عبارة عن:

$$\frac{\sigma_t^2}{\sigma_p^2} = \frac{0.144}{0.029 + 0.144} = 0.83$$

حيث أن σ_P^2 تمثل التباين الكلى. بينما الأهمية النسبية للاختلافات داخل المعاملات عبارة عن:

$$\frac{\sigma_e^2}{\sigma_p^2} = \frac{0.029}{0.029 + 0.144} = 0.17$$

ونظرية ومفهوم وتطبيق مكونات التباين لها شأن هام جداً فى مجال الوراثة الكمية وتربية الحيوان وتربية النبات.

١٥-٦-٨ استخدام برنامج SAS فى تحليل التباين للتصميم تام التعشية

يمكن استخدام برنامج SAS لتحليل البيانات المتحصل عليها من تجارب التصميمات تامة التعشية وذلك للحصول على تحليل التباين والتفرقة بين المتوسطات وحساب مكونات التباين ولكن لابد من ملاحظة الأتى:

١- يعطى برنامج SAS أربع أنواع من مجموع المربعات ويطلق عليها Type I SS، Type II SS، Type III SS، Type IV SS وذلك فى حالة تحليل التباين.

٢- يمكن إجراء تحليل التباين باستخدام طريقتين:

أ- استخدام طريقة PROC ANOVA وهذه تستخدم فقط فى حالة البيانات المتزنة والأربعة أنواع من مجموع المربعات متساوية ولا يوجد فرق بينها.

ب- استخدام طريقة PROC GLM وهى تصلح للاستخدام فى جميع أنواع البيانات سواء متزنة أو غير متزنة. فى حالة ما إذا كانت البيانات متزنة فإن الأربع أنواع من مجموع المربعات متساوية. أما إذا كانت البيانات غير متزنة مع عدم وجود خلايا مفقودة missing cells فإن Type III SS يتساوى مع Type IV SS. وهذا هو مجموع المربعات المطلوب والذى سوف يختلف عن Type I SS، Type II SS. فى حالة وجود خلايا مفقودة فإن تقدير Type III SS يختلف عن تقدير Type IV SS. وفى هذه الحالة فإن اختبارات Type III SS لها خاصية الاستقلال orthogonal property أما اختبارات Type IV SS فلها خاصية الاتزان balancing property.

٣- فى حالة البيانات غير المتزنة، سواء عدم تساوى الوحدات التجريبية أو وجود خلايا مفقودة فإنه يلزم تقدير متوسطات أقل مجموع مربعات least-squares means (وقد يسمى population marginal means) وليس المتوسطات الحسابية arithmetic means. متوسطات أقل مجموع مربعات عبارة عن القيمة المتوقعة لمتوسط الفئة class أو تحت الفئة subclass كما لو كانت البيانات متزنة مع الأخذ فى الاعتبار القيمة المتوسطة لجميع المتغايرات covariates إذا وجدت. ويستخدم اختيار LSMEAN لتقدير هذه المتوسطات مع PROC GLM.

٤- عند الرغبة فى حساب المقارنات المستقلة orthogonal comparisons يمكن عمل ذلك باستخدام اختيار CONTRAST والذى يأتى بعد النموذج model فى طريقة PROC GLM.

٥- تستخدم PROC VARCOMP عند الرغبة فى حساب مكونات التباين variance components. وفى هذه الحالة يلزم تحديد طريقة حساب هذه المكونات حيث إنه يوجد عدة طرق للحساب منها على سبيل المثال TYPE1 و MIVQUE0 و ML (maximum likelihood). وهذه الطرق خارج نطاق هذا الكتاب.

مثال ١٥-٢

حل مثال ١٥-١ باستخدام

PROC ANOVA و PROC GLM و PROC VARCOMP

```
DATA POULTRY;
INPUT VITAMIN GROWTH @@;
CARDS;
0 1.43 0 1.22 0 1.24 0 1
10 1.6 10 2 10 1.83 10 1.88
20 2.18 20 1.92 20 1.89 20 1.8
*-----  PROC ANOVA ----------;
PROC ANOVA;
CLASS VITAMIN;
MODEL GROWTH = VITAMIN;
MEANS VITAMIN/LSD;
*---- PROC GLM -----------------;
PROC GLM;
CLASS VITAMIN;
MODEL GROWTH = VITAMIN/SS3;
MEANS VITAMIN/LSD;
CONTRAST 'TRT 1 VS AV TRT 1 & 2' VITAMIN 1 - 0.5  -0.5;
CONTRAST 'TRT 2 VS 3' VITAMIN 0 1 -1;
*----- PROC VARCOMP --------;
PROC VARCOMP METHOD = TYPE1;
CLASS VITAMIN;
MODEL GROWTH = VITAMIN;
RUN;
```

لاحظ

عند استخدام اختيار MEANS فإن المتغيرات التى تأتى مع هذا الاختيار لابد أن تكون مذكورة مع أمر CLASS.

يمكن استخدام اختبار (t) أو أقل فرق معنوى LSD أو دنكن DUNCAN أو توكي Tukey للتفرقة بين المتوسطات فى حالة معنوية اختبار F. وجميع هذه الاختبارات تأتى بعد اختيار MEANS.

عند استخدام طريقة PROC VARCOMP لتقدير مكونات التباين، يأتn بعدها طريقة التقدير إما TYPE1 أو ML أو MIVQUE0.

يكتفى بكتابة الأمر RUN مره واحدة فى نهاية البرنامج.

نتائج التحليل:

The ANOVA Procedure

Class Level Information

Class	Levels	Values
VITAMIN	3	0 10 20

Number of observations 12

Dependent Variable: GROWTH

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	1.20806667	0.60403333	21.15	0.0004
Error	9	0.25702500	0.02855833		
Corrected Total	11	1.46509167			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	GROWTH Mean
0.824567	10.14460	0.168992	1.665833

Dependent Variable: GROWTH

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
VITAMIN	2	1.20806667	0.60403333	21.15	0.0004

t Tests (LSD) for GROWTH

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	9
Error Mean Square	0.028558
Critical Value of t	2.26216
Least Significant Difference	0.2703

Means with the same letter are not significantly different.

t Grouping	Mean	N	VITAMIN
A	1.9475	4	20
A	1.8275	4	10
B	1.2225	4	0

The GLM Procedure

Class Level Information

Class	Levels	Values
VITAMIN	3	0 10 20

Number of observations 12

Dependent Variable: GROWTH

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	1.20806667	0.60403333	21.15	0.0004
Error	9	0.25702500	0.02855833		
Corrected Total	11	1.46509167			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	GROWTH Mean
0.824567	10.14460	0.168992	1.665833

Dependent Variable: GROWTH

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
VITAMIN	2	1.20806667	0.60403333	21.15	0.0004

t Tests (LSD) for GROWTH

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	9
Error Mean Square	0.028558
Critical Value of t	2.26216
Least Significant Difference	0.2703

Means with the same letter are not significantly different.

t Grouping	Mean	N	VITAMIN
A	1.9475	4	20
A	1.8275	4	10
B	1.2225	4	0

Contrast	DF	Contrast SS	Mean Square	F Value	Pr > F
TRT 1 VS AV TRT 1 & 2	1	1.17926667	1.17926667	41.29	0.0001
TRT 2 VS 3	1	0.02880000	0.02880000	1.01	0.3415

Variance Components Estimation Procedure

Class Level Information

Class	Levels	Values
VITAMIN	3	0 10 20

Number of observations 12

Dependent Variable: GROWTH
Type 1 Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Expected Mean Square
VITAMIN	2	1.208067	0.604033	Var(Error) + 4 Var(VITAMIN)
Error	9	0.257025	0.028558	Var(Error)

Type 1 Estimates

Variance Component	Estimate
Var(VITAMIN)	0.14387
Var(Error)	0.02856

١٥-٦-٩ معامل الارتباط الجوانى Intra-class Correlation

ينشأ بين الأفراد أو الوحدات التجريبية التى تتبع نفس مستوى المعاملة أو القسم ارتباط بالمضاهاة بأفراد لا تنتمى لنفس مستوى المعاملة أو القسم. وإذا كانت هذه المعاملات أو الأقسام عشوائية فإن النسبة $\sigma_t^2/(\sigma_e^2+\sigma_t^2)$ والتى أطلق عليها Fisher المسمى intra-class correlation بمعنى معامل الارتباط الجوانى (الداخلى) يمكن أن تقيس شدة هذا الارتباط.

ومعامل الارتباط الجوانى بين الطيور التى تنتمى لنفس مستوى المعاملة فى مثال ١٥-١ هو

$$r_I = \frac{0.144}{0.029+0.144} = 0.83$$

١٥-٦-١٠ تحليل تصميم تام التعشية فى حالة غياب مشاهدة أو أكثر

إذا فقدت وحدة تجريبية أو أكثر فإنه يتم تعديل التحليل بدرجة طفيفة كما يلى:

١- مجموع المربعات غير المصحح كما هو.

٢- معامل التصحيح يحسب بتربيع المجموع الكلى مقسوما على عدد الوحدات التجريبية منقوصا منها عدد الوحدات التى فقدت.

٣- للحصول على مجموع المربعات بين المعاملات يربع مجموع كل معاملة ويقسم على عدد الوحدات التجريبية فى هذه المعاملة ثم تجمع ويطرح منها معامل التصحيح.

٤- يبقى تحليل التباين كم هو فيما عدا إنقاص درجات الحرية للخطأ بعدد الوحدات المفقودة.

٥- تحسب k (فى مكونات التباين) على أنها المتوسط التوافقى لعدد الوحدات داخل كل معاملة.

بينما إذا فقدت جميع الوحدات التجريبية التابعة لمعاملة معينه فتحذف هذه المعاملة تماما من التجربة ولا سبيل لاسترجاع المعلومات عنها.

صندوق ١٥-١

- يختلف تصميم إحصائى عن آخر فى الطريقة التى يتم بها تعشية الوحدات التجريبية.
- تصميم تام العشوائية هو أبسط التصميمات الإحصائية والذى يجب إتباعه فى حالة عدم وجود دواعى لاستخدام تصميمات أخرى أكثر تعقيدا.
- يشترط فى التصميم تام العشوائية تجانس الوحدات التجريبية.
- يمكن حساب المتوسطات من أى تصميم ولكن لا يجوز اختبار معنوية المتوسطات إلا فى حالة توافر شروط معينة أهمها أن الخطأ فى النموذج الإحصائى يتوزع توزيعا طبيعيا، أنه متجانس وأنه مستقل من وحدة تجريبية إلى أخرى.
- فى حالة عدم توافر شرط أو أكثر من الشروط السابقة فإنه يجب اللجوء إلى طرق إحصائية أخرى.

١٥-٧ تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

Complete Randomized Block Design

ويطلق عليه أيضاً القطاعات العشوائية Randomized Block، في التصميم السابق (تام التعشية) كان الشرط لاستخدامه هو تجانس الوحدات التجريبية. وفي كثير من الأحيان لا يتوافر هذا الشرط وبالتالي فإن عدم التجانس هذا سوف يؤدى إلى إخفاء أثر المعاملات التي يرغب المجرب في دراستها بالإضافة إلى أن هذه الاختلافات تعتبر من المتغيرات المزعجة nuisance variables والتي يمكن تقليل أثرها عن طريق استخدام تصميم القطاعات العشوائية الكاملة. وبصفة عامة فإن هذا التصميم يستخدم في حالة:

١- وجود معاملة واحدة لها مستويين تجريبيين أو أكثر.

٢- إمكانية توزيع الوحدات التجريبية على هيئة قطاعات blocks بحيث أن الاختلافات بين الوحدات التجريبية داخل كل قطاع within blocks أقل من تلك التي بين القطاعات among blocks.

٣- التوزيع العشوائي لمستويات التجربة على الوحدات التجريبية داخل كل قطاع.

ويمكن الوصل إلى تجانس الوحدات التجريبية داخل كل قطاع بعدة طرق تعتمد على نوعية الدراسة. فمثلا عندما يكون هناك عدم تجانس في اتجاه واحد فقط كما في حالة إجراء تجربة لاختبار مجموعة أصناف جديدة من محصول معين وقطعة الأرض المتاحة للتجربة تقع بجوار قناة رى الأمر الذى يسئ إلى صرف التربة المجاورة للقناة مباشرة، بينما يتحسن الوضع تدريجياً كلما تم الابتعاد عن القناة، كما هو موضح في شكل ١٥-٣. فلو أن المجرب تجاهل هذا الأمر تماماً وصمم تجربته بالتصميم كامل العشوائية فقد يتكرر صنف مرة أو أكثر في جزء سيئ التربة بالصدفة المحضة أو في جزء جيد من التربة، ويعزى الأداء في هذه الحالة إلي أداء الصنف نفسه مع العلم بأن التربة كانت عاملاً مؤثرا في التجربة. لذا يلجأ المجرب إلى تقسيم قطعة الأرض (أو مادته التجريبية) إلى قطاعات blocks، كل منها متجانس بقدر الإمكان. ثم توزع الأصناف عشوائيا في كل قطاع على حدة، وبذلك يضمن المجرب أنه في كل مستوى من المستويات جودة التربة ممثلة في القطاعات المختلفة وأن كل صنف أو معاملة سوف يمثل. لذا فإن تقسيم المادة التجريبية إلى قطاعات يكون عمودياً على اتجاه الاختلاف كما في الشكل ١٥-٣. وفي هذه الحالة فإن العامل الأساسي الذى يحدد عدد القطاعات هو الحجم الذى يعتبر متجانساً بقدر الإمكان. وقد لا يكون الاتجاه ثابتاً في كل المادة التجريبية كأن تزيد خصوبة التربة ثم تقل ثم تزيد مثلاً. وفي هذه الحالة

أيضاً يمكن تقسيم المادة التجريبية إلى قطاعات بحيث فى النهاية يكون كل قطاع متجانساً بقدر الإمكان.

تزداد جودة التربة فى هذا الاتجاه ←

قناة رى		قطاع ١	قطاع ٢	قطاع ٣	قطاع ٤

شكل ١٥-٣ تكوين القطاعات عمودياً على اتجاه عدم التجانس

وفى التجارب الحيوانية قد يختلف العمر فى الحيوانات الأمر الذى قد ينعكس على أداء الحيوانات فى تجارب التسمين وبالتالى فإنه يمكن ترتيب الحيوانات حسب أعمارها وتقسيمها إلى قطاعات (أعمار) بحيث تكون كل مجموعة متجانسة فى العمر إلى حد ما وداخل كل مجموعة توزع مستويات المعاملة عشوائياً. أو قد يكون هناك عدة سلالات مثلا ويراد تجربة علائق تسمين فتعتبر كل سلالة بمثابة قطاع توزع داخله مستويات المعاملة عشوائياً.

وهذا التصميم شائع الاستعمال جداً، وإن كان أصعب درجة من التصميم تام العشوائية إلا أنه ما زال سهل التنفيذ والتحليل والاستنباط.

أما سبب وصف هذا التصميم "بالكاملة complete" لأنه فى بعض الأحيان يكون عدد المعاملات كبير بحيث لا يسمح بوضعها كلها فى قطاع واحد لضمان التجانس. وفى هذه الحالة تقسم المعاملات بطريقة معينة بحيث يحتوى القطاع على جزء فقط من المعاملات وفى هذه الحالة يسمى التصميم "بغير الكاملة incomplete".

١٥-٧-١ التعشية Randomization

بعد تحديد عدد القطاعات يقسم كل قطاع إلى أجزاء متساوية بعدد مستويات المعاملة ثم توزع مستويات المعاملة عشوائياً فى كل قطاع على حدة. ويجب التنويه بوجوب استقلالية عملية التعشية من قطاع إلى آخر. فلو فرض أن هناك 5 مستويات من معاملة معينة (أ – ب – ج – د – هـ) وحدد عدد القطاعات بثلاثة فإنه من الممكن أن تكون " خريطة الواقعية للتعشية كما يلى:

	القطاعات	
III	II	I
أ	ب	د
ج	أ	ب
هـ	ج	أ
د	هـ	ج
ب	د	هـ

١٥-٧-٢ النموذج الإحصائى

$$Y_{ij} = \mu + b_i + t_j + e_{ij}$$

حيث Y_{ij} هى المشاهدة التابعة للمعاملة j فى القطاع i، b_i أثر القطاع i، t_j أثر المعاملة j ، e_{ij} الخطأ لهذه المشاهدة. والتحليل فى هذه الحالة شبيه للتحليل ذى الاتجاهين والذى تمثل فيه المعاملة كاتجاه والقطاع كاتجاه آخر (الباب الحادى عشر).

١٥-٧-٣ تحليل القطاعات العشوائية

ليس فى التحليل مبادئ جديدة أكثر من تلك التى تم تناولها عند مناقشة تحليل التباين ذى الاتجاهين (الباب الحادى عشر) وعليه فيكون:

مجموع المربعات الكلية عن المتوسط:

$$\sum y^2 = \sum_{ij} Y_{ij}^2 - \frac{(\sum Y_{ij})^2}{nk}$$

مجموع المربعات بين القطاعات:

$$\sum_i (\sum_j Y_{ij})^2 / k - \frac{(\sum Y_{ij})^2}{nk}$$

مجموع المربعات بين المعاملات:

$$\sum_j (\sum_i Y_{ij}^2) / n - \frac{(\sum Y_{ij})^2}{nk}$$

مثال ١٥-٣

مجرب يود دراسة تأثير أربعة إضافات غذائية كمنشطات نمو على التسمين فى الدجاج بالمقارنة بعدم إضافة أى منشطات. أى أن المجرب لدية معاملة لها خمسة

مستويات هي A، B، C (بدون إضافات للمقارنة)، D، E. وكان لدى المجرب ثلاث بيوت تسمين هذه البيوت قد تختلف فيما بينها من حيث الموقع وتيارات الهواء ... الخ.

قسم المجرب كل بيت إلى خمسة أجزاء متساوية ووزع الخمسة معاملات على لخمسة أجزاء عشوائياً فى كل بيت. ووضع فى كل قطاع عدد متساوى من دجاج للحم المتشابه بحيث كان كل قطاع به 1000 طائر. وفى نهاية فترة التسمين تم وزن لدجاج فى كل جزء جملة واحدة، أى أن الوحدة التجريبية هى مجموعة الطيور فى لجزء الواحد. ويبين جدول ١٥-٤ البيانات التى حصل عليها المجرب.

جدول ١٥-٤ نتائج تجربة أثر منشطات النمو على التسمين في الدجاج والمصممة كقطاعات عشوائية، وزن الدجاج بالكيلوجرام.

المعاملة	القطاع ١	القطاع ٢	القطاع ٣	المجموع	المتوسط
A	2540	1905	2275	6720	2240
B	2792	2227	2712	7731	2577
C (المقارنة)	1965	1910	1990	5865	1955
D	2498	2388	2533	7419	2473
E	2480	1920	1960	6090	2030
المجموع	**12275**	**10350**	**11200**	**33825**	
المتوسط	**2455**	**2070**	**2240**		**2255**

مجموع المربعات الكلية غير المصحح

$$\sum_{ij} Y_{ij} = (2540)^2 + (2792)^2 + \ldots + (1960)^2 = 77886949$$

معامل التصحيح

$$CF = \frac{(\sum_{ij} Y_{ij})^2}{nk} = \frac{(33825)^2}{15} = 76275375$$

مجموع المربعات الكلية (عن المتوسط) $= 77886949 - 76275375 = 1611574$

مجموع مربعات القطاعات

$$= \frac{(12275)^2 + (10350)^2 + (11200)^2}{5} - CF = 372250$$

مجموع مربعات المعاملات

$$= \frac{(6720)^2 + (7731)^2 + (5865)^2 + (7419)^2 + (6090)^2}{3} - CF = 876174$$

مجموع مربعات الخطأ $= 1611574 - (372250 + 876174) = 363150$

ويمكن تلخيص نتائج التحليل فى جدول التباين ١٥-٥ التالى:

جدول ١٥-٥ تحليل التباين لتجربة دراسة أثر منشطات النمو على التسمين فى الدجاج والمصممة كقطاعات عشوائية

SOV	df	SS	MS
بين القطاعات Between Blocks	$(n-1) = 2$	372250	186125.0
بين المعاملات Between treatments	$(k-1) = 4$	876174	219043.5*
الخطأ Error	$2 \times 4 = 8$	363150	45393.8
المربعات الكلية عن المتوسط		1611574	

F للقطاعات $F = 186152/45393.8 = 4.1$،

F للمعاملات $F = 219043.5/45393.8 = 4.8$

ولاختبار الفرض أنه لا يوجد فروق معنوية بين المعاملات فإن $F = 4.8$ معنوية عند مستوى $\alpha = 0.05$ أى أن فرض العدم يرفض بينما الفروق بين القطاعات غير معنوية.

١٥-٧-٤ طرق فصل المتوسطات

يمكن فصل متوسطات المعاملات بواسطة أى من اختبار LSD أو اختبار HSD (توكى) أو اختبار دنكن Duncan.

١٥-٧-٤-١ اختبار LSD

يتم حساب قيمة LSD عند مستوى معنوية 0.05 و 8 درجات حرية (وهي درجات حرية الخطأ) حيث $t = 2.036$ وبالتالى فإن:

$$LSD = 2.306\sqrt{\frac{2(45393.8)}{3}} = 401.2$$

ترتب قيم متوسطات مستويات المعاملة تنازليا حيث الأكبر فالأصغر فتكون B، D، A، E، C

يتم حساب الفروق بين أزواج المتوسطات ثم مقارنة الفرق الناتج بالقيمة المحسوبة لـــ LSD وهى 401.2 مع وضع علامة (*) للدلالة على معنوية الفرق بين المتوسطين من عدمه كالتالى:

$B - C = 2577 - 1955 = 622\ kg\ *$

$B - E = 2577 - 2030 = 547\ kg\ *$

$B - A = 2577 - 2240 = 337\ kg$

$B - D = 2577 - 2473 = 104\ kg$

$D - C = 2473 - 1955 = 518\ kg\ *$

$D - E = 2473 - 2030 = 443\ kg\ *$

$D - A = 2473 - 2240 = 133\ kg$

$A - C = 2240 - 1955 = 285\ kg$

$A - E = 2240 - 2030 = 210\ kg$

$E - C = 2030 - 1955 = 75\ kg$

١٥-٧-٤-٢ اختبار توكى (HSD)

الانحراف القياسى

$$= \sqrt{\frac{45393.8}{3}} = \sqrt{15131.25} = 123\,kg$$

$$HSD = 4.89\sqrt{\frac{45393.8}{3}} = 601.5\ kg$$

وطبقاً للـــ HDS فإن الفرق بين المعاملة B والمعاملة C وهو 622 كج معنوياً وبقية الفروق غير معنوية عند مستوى 0.05 .

١٥-٧-٤-٣ اختبار دنكن Duncan

الفرق المشاهد	الفرق المعنوى	المعاملتين
622*	3.52 x 123 = 433 kg	B – C
547*	3.47 x 123 = 433 kg	B – E
337	3.39 x 123 = 433 kg	B – A
104	3.26 x 123 = 433 kg	B – D
518*	3.47 x 123 = 433 kg	D – C
443	3.39 x 123 = 433 kg	D – E
133	3.26 x 123 = 433 kg	D – A
285	3.39 x 123 = 433 kg	A – C
210	3.26 x 123 = 433 kg	A – E
75	3.26 x 123 = 433 kg	E – C

وجدير بالذكر أنه كثيراً ما يراد معرفة إذا كانت المعاملة ككل قد أثرت فى أداء هذه الطيور من عدمه، ويمكن اختبار هذا بمضاهاة متوسط الأربعة منشطات ضد المقارنة (C) كما يلى:

فرض العدم: متوسط المعاملات = متوسط المقارنة

متوسط المعاملات A، B، D، E عبارة عن

$$\overline{Y}_t = (\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_D + \overline{Y}_E)/4$$
$$= (22440 + 2577 + 2473 + 2030)/4 = 2330 \text{ kg}$$

ولاختبار فرض العدم يلزم حساب تباين هذا المتوسط

$$V(\overline{Y}_t) = V[(\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_D + \overline{Y}_E)/4]$$
$$= (1/16)V(\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_D + \overline{Y}_E)$$
$$= (1/16)[V(\overline{Y}_A) + V(\overline{Y}_B) + V(\overline{Y}_D) + V(\overline{Y}_E)]$$

وحيث إن التباين بكل متجانس (فرضاً) فإن:

$$S^2_{\overline{Y}_t} = \frac{1}{16}\left(\frac{4S^2}{3}\right) = \frac{S^2}{12} = \frac{\text{Error MS}}{12}$$

وهذه القيمة فى المثال ١٥-٣ عبارة عن:

$$S^2_{\overline{Y}_t} = 45393.8/12 = 3782.8$$

وبالتالى:

$$t = \frac{\overline{Y}_c - \overline{Y}_t}{\sqrt{S^2_{\overline{Y}_t} + S^2_{\overline{Y}_c}}} = \frac{2330 - 1955}{\sqrt{3782.8 + 15131.25}} = \frac{375}{137.53} = 2.73*$$

وهذه القيمة معنوية عند مستوى 0.01 وعليه يرفض فرض العدم ويستخلص أن إضافة المنشط بصفة عامة يزيد من النمو.

وللحصول على تقديرات للمتوسطات وإمكانية تحليل التباين يلزم الافتراض أن

$$\sum_{i=1}^{3} b_i = \sum_{j=1}^{5} t_j = \sum_{ij} e_{ij} = 0$$

وذلك فى المعادلات الاعتيادية NE's المذكورة فى جدول ١٥-٦.

وبتطبيق هذه الافتراضات يمكن تقدير كل من:

المتوسط العام $\hat{\mu} = 233825/15 = 2255$ kg

أثر القطاع الأول $\hat{b}_1 = \frac{12275}{5} - 2255 = 200$ kg

أثر القطاع الثانى $\hat{b}_2 = \frac{10350}{5} - 2255 = -185$ kg

أثر القطاع الثالث $\hat{b}_3 = \frac{11200}{5} - 2255 = -15$ kg

أثر المعاملة A $\hat{t}_1 = \frac{6720}{3} - 2255 = -15$ kg

أثر المعاملة B $\hat{t}_2 = \frac{7731}{3} - 2255 = 322$ kg

أثر المعاملة C $\hat{t}_3 = \frac{5865}{3} - 2255 = -300$ kg

أثر المعاملة D $\hat{t}_4 = \frac{7419}{3} - 2255 = 218$ kg

أثر المعاملة E $\hat{t}_5 = \frac{6090}{3} - 2255 = -225$ kg

جدول ١٥-١٠ متوسط المربعات المتوقعة واختبارات المعنوية عند تكرار الوحدة التجريبية فى القطاعات العشوائية

SOV	متوسط المربعات المتوقعة وطريقة الاختبار مبينة بالأسهم			
	كلاهما عشوائى	كلاهما ثابت	B ثابتة، t عشوائية	B عشوائية، t ثابتة
السلالات b	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2 + 12\sigma_b^2$	$\sigma_e^2 + 12K_b^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2 + 12K_b^2$	$\sigma_e^2 + 12\sigma_b^2$
المعاملات t	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2 + 16\sigma_t^2$	$\sigma_e^2 + 16K_t^2$	$\sigma_e^2 + 16\sigma_t^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2 + 16K_t^2$
الخطأ التجريبى	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2$	$\sigma_e^2 + 4K_{bt}^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2$
الخطأ العينى	σ_e^2	σ_e^2	σ_e^2	σ_e^2

١٥-٧-٥ حساب الكفاءة النسبية لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة

يسمح تصميم القطاعات العشوائية الكاملة للمجرب بتقليل الاختلافات بين الوحدات التجريبية عن طريق فصل جزء من التباينات الكلية والراجع إلى القطاعات وبالتالى خفض قيمة الخطأ التجريبى. ولقد سبق ذكر أن كفاءة أى تصميم تتناسب أساسا تناسبا عكسياً مع قيمة الخطأ التجريبى، وإلى درجة أقل تتناسب طردياً مع درجات الحرية للخطأ. وبعد إجراء وتنفيذ تصميم إحصائى معين قد يتساءل المجرب: هل استفادت التجربة فعلا من التصميم المتبع بالنسبة إلى تصميم آخر كان يمكن إتباعه؟. ففى المثال ١٥-٣ ما الذى استفادته التجربة من كونها صممت على هيئة قطاعات عشوائية كاملة بالنسبة مثلا إلى ما لو اتبع التصميم تام التعشية. ويمكن حساب هذه الكفاءة النسبية relative efficiency (RE) كما يلى:

$$RE = \frac{(n - 1)M_B - n(k - 1)M_E}{(nk - 1)M_E} \qquad (١٥-٣)$$

حيث

MB = متوسط مربعات القطاعات،

ME = متوسط مربعات الخطأ،

n = عدد القطاعات،

k = عدد مستويات المعاملة

وبالتعويض عن هذه الرموز بقيمها فى مثال ١٥-٣ فإن كفاءة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة إلى التصميم تام العشوائية:

$$RE = \frac{(3 - 1)(186125) - 3(5 - 1)(45393.8)}{(3 \times 5 - 1)(45393.8)} = 1.44$$

ومعنى هذا أن كفاءة التجربة زادت بمقدار 44% عما إذا كانت أجريت باستخدام التصميم التام العشوائية.

١٥-٧-٦ تقدير القيم الغائبة missing values في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

فى بعض الأحيان تفقد واحدة أو أكثر من الوحدات التجريبية لسبب أو آخر خارجاً عن إرادة المجرب ومن غير أن تكون المعاملات سببا فى هذا الفقد. ففى المحاصيل

الحقلية مثلا قد تأكل الحيوانات أحد الوحدات التجريبية أو قد تروى بالخطأ مما يجعلها غير صالحة لغرض التجربة ... الخ. وفى التجارب الحيوانية قد يموت الحيوان لسبب غير وارد فى التجربة أو قد تقتل الحيوانات البرية بعض حيوانات التجربة ... الخ. فلو فرض فى المثال ١٥-٣ أن المعاملة D فى القطاع (٢) قد فقدت لسبب ما ويود المجرب أن يحلل النتائج بعد تقدير هذه القيمة المفقودة، فعلية إتباع الخطوات التالية:

١- تقدر قيمة للوحدة التجريبية الغائبة من المعادلة التالية:

$$\hat{Y}_m = \frac{k(t_m) - n(b_m) - Y_{..}}{(k-1)(n-1)}$$

حيث

$\hat{Y}_m$ = تقدير القيمة الغائبة،

k = عدد المعاملات،

n = عدد القطاعات،

t_m = مجموع المعاملة التي بها الوحدة التجريبية الغائبة،

b_m = مجموع القطاع الذي به الوحدة التجريبية الغائبة،

$Y_{..}$ = المجموع الكلى.

وفى المثال الحالى فإن القيمة المفقودة للمعاملة D فى القطاع (٢) والتى تأخذ القيمة 2388 فى جدول ١٥-٤ سيتسبب عن فقدها أن مجموع المعاملة D يصبح $t_m = 7419 - 2385 = 5031$، وإن القطاع (٢) سيكون مجموعة $b_m = 7962$ وإن المجموع الكلى سيصبح 31436، وعليه تكون القيمة المفقودة

$$\hat{Y}_m = \frac{(5)(5031) - (3)(7962) - 31437}{(5-1)(3-1)} = 2200.5$$

٢- توضع القيمة المقدرة هذه مكان الوحدة التجريبية المفقودة ويجرى تحليل التباين عادياً تماماً وكأن شيئاً لم يحدث.

٣- توضع النتائج فى جدول تحليل التباين العادى مثل جدول ١٥- ٥ تماماً غير إن درجات حرية كل من التباين الكلى والخطأ تنقص درجة حرية واحدة هى عدد الوحدات الغائبة ويصبح الجدول كالتالى:

SOV	df	SS	MS
بين القطاعات	2	463312.5	231656.2*
بين المعاملات	4	803799	200949.8*
الخطأ	7	327400	46771.4
الكلى	13	1594511.5	

٤- تجرى اختبارات المعنوية كالمعتاد إلا أنه عند مقارنة معاملة وحداتها التجريبية ناقصة فإن التباين بين متوسطيهما هو:

$$M_E\left(\frac{2}{n}+\frac{k}{n(n-1)(k-1)}\right)=46771.4\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{3(3-1)(5-1)}\right)=40924.95$$

وإذا فقدت وحدتان تجريبيتان أ ، ب مثلا فتفرض قيمة وسطى لإحداهما ولتكن أ مثلا ثم على أساسها تقدر ب ثم تقدر أ من ب ثم جولة ثانية لتقدير ب من أ ... وهكذا حتى يتقارب تقديرين متتاليين لكل من أ، ب. ويتبع نفس الإجراء فى تحليل التباين إلا أنه ينقص درجتان حرية من كل من الخطأ والتباين الكلى هذا ويجب مراعاة ألا يكون الفقد مركز فى معاملة معينة أو فى قطاع معين مما قد يجعل المعلومات المتحصل عليها من الوحدات المتبقية قليلة القيمة. وفى حالة توافر حاسب إليكترونى فإن تقدير القيم المفقودة، يصبح سهلا ولاسيما فى حالة فقد أكثر من وحدتين تجريبيتين حيث تتعقد فيها طريقة التقدير نسبيا.

١٥-٧-٧ اختبار توكى للتجمعية Tukey's Test for additivity

كما سبق شرحه فى الباب الثانى عشر فإن هناك شروطاً معينة يجب توافرها حتى يتمكن المجرب من إجراء اختبارات الفروض وأن أحد هذه الشروط هى أن تكون العوامل فى النموذج الإحصائى تجمعيه. ففى تصميم القطاعات العشوائية والذي وصف نموذجه بأنه:

$$Y_{ij}=\mu - b_i - t_j - e_{ij}$$

بمعنى أن كل من μ، b، t، e تحدث أثرها بأن يجمع كل أثر على الأخر فلا تكون العلاقة مثلا μbt أو μb^t ... وهكذا.

ويمكن باستخدام اختبار Tukey (1949) لإجراء اختبار ما إذا كانت الآثار تجمعيه من عدمه. ومن فوائد هذا الاختبار أنه:

١- يساعد فى معرفة إذا كانت هناك حاجة إلى تحوير transformation البيانات.

٢- قد يساعد فى اقتراح تحوير معين.

٣- يختبر ما إذا كان التحوير أدى الهدف المرجو منه.

ولن يتم التطرق إلى نظرية هذا الاختبار ولكن سيتم تطبيق الطريقة على مثال ١٥-٣ فى جدول ١٥-٧.

جدول ١٥-٧ اختبار توكى لتجمعية العوامل فى النموذج الإحصائى لتجربة أثر منشطات النمو على الزيادة فى وزن الدجاج.

المعاملة	القطاع ١	٢	٣	المجموع $Y_{\cdot j}$	المتوسط $\overline{Y}_{\cdot j}$	d_j	$w_j = Y_{ij}d_i$
A	2540	1905	2275	6720	2240	-15	**121450**
B	2792	2227	2712	7731	2577	322	**105725**
C	1965	1910	1990	5865	1955	-300	**9800**
D	2498	2388	2533	7419	2473	218	**19825**
E	2480	1920	1960	6090	2030	-225	**115450**
المجموع $Y_{i\cdot}$	**12275**	**10350**	**11200**	**33825**		**0.0**	**372250**
المتوسط $\overline{Y}_{i\cdot}$	**2455**	**2070**	**2240**		**2255**		
d_i	**200**	**-185**	**-15**	**0.0**			

لاحظ فى جدول ١٥-٧ أن $d_i = \overline{Y}_{i\cdot} - \overline{Y}_{\cdot\cdot}$ ، $d_j = \overline{Y}_{\cdot j} - \overline{Y}_{\cdot\cdot}$ ، (لاحظ أن: $\left(\sum d_i = \sum d_j = 0\right)$ ، $w_j = \sum Y_{ij} d_i$

فمثلا

$$d_{(i=1)} = 2455 - 2255 = 200 \text{ ، } d_{(j=1)} = 2240 - 2255 = -15 \text{ ،}$$

$$w_1 = (2540)(200) - (1905)(-185) - (2275)((-15) = 121450$$ ... الخ.

لاحظ أن $\sum w_j = 372250$ وهذه القيمة تساوى أيضا

$$\sum w_j = (12275)(200) - (10350)(-185) - (11200)(-15)$$

$$N = \sum w_j d_j = (121450)(-15) - (1055725)(322) - (9800)(-300)$$
$$+ (19825)(218) + (115450)(-225) = 7627300$$

$$\sum d_i^2 = (200)^2 + (-185)^2 + (-15)^2 = 74450$$

$$\sum d_j^2 = (-15)^2 + (322)^2 + (-300)^2 + (218)^2 + (-225)^2 = 292058$$

حساب مجموع المربعات الناجم عن عدم التجمعية

$$\frac{N^2}{\sum d_i^2 \sum d_j^2} = \frac{(7627300)^2}{(74450)(292058)} = 2676$$

ويمكن تطوير جدول تحليل التباين ١٥-٦ كما يلى فى جدول ١٥-٨.

جدول ١٥-٨ تحليل التباين لإجراء اختبار التجمعية.

SOV	df	SS	MS
بين القطاعات	2	372250	186125
بين المعاملات	4	876174	219043.5
الخطأ	8	363150	
الغير تجمعية	1	2676	2676
المتبقى	7	360474	51496
الكلى	14	1611574	

ويختبر فرض أنه لا يوجد هناك تجمعية بواسطة اختبار F حيث البسط هو متوسط المربعات للغير تجمعية والمقام هو متوسط المربعات للمتبقى والذى له 7 درجات حرية. وبالتالى $F = 2676/51496 = 0.052$ وهى غير معنوية، ومن هذا لا يمكن رفض هذا الفرض أى أن الآثار فى النموذج الإحصائى تحدث آثارها بصفة تجمعية.

١٥-٨ تصميم القطاعات العشوائية مع تكرار الوحدات التجريبية

وإن كان تصميم القطاعات العشوائية السابق وصفه، والذى فيه تمثل كل وحدة تجريبية مرة واحدة فقط فى كل قطاع، هو الأكثر شيوعاً فى التجارب الحقلية وبعض التجارب الحيوانية إلا أنه فى كثير من التجارب الحيوانية فإن الوحدة التجريبية تتكرر أكثر من مرة فى نفس المعاملة والقطاع. فمثلا قد تتمثل القطاعات فى الأعمار وداخل كل من الأعمار توزع المعاملات عشوائية بحيث أن كل منها يمثل بحيوانين أو أكثر. فى هذه الحالة وإن كان التصميم أساسا كالذى سبق وصفه إلا أنه جد عنصر جديد هنا هو الفرق بين وحدتين فى نفس القطاع ولهما نفس المعاملة. هذا النوع من الخطأ يطلق عليه خطأ عينى (أى من العينة) sampling error مقارنة بالخطأ الآخر الذى ذكر فى مثال ١٥-١ حيث يطلق عليه خطأ تجريبى experimental error. ويصبح النموذج الإحصائى:

$$Y_{ijk} = \mu - b_i - t_j - e_{ij} - E_{ijk}$$

حيث تمثل μ، b_i، t_j، e_{ij} كما سبق، بينما تمثل E_{ijk} الخطأ العينى.

مثال ١٥-٤

أجريت تجربة لدراسة أثر نسبة العليقة الخشنة إلى العليقة المركزة على وزن الحملان بالكيلوجرام عند عمر ١٠ أسابيع، وكان هناك أربع سلالات، والتى اعتبرها المجرب كقطاعات، وثلاث نسب (المعاملات) كما فى جدول ١٥-٩.

فى النموذج $i = 4$، $j = 3$، $k = 4$

مجموع المربعات الكلية $= 31^2 + 35^2 + \cdots + 11^2 - (960)^2 / 48 = 3302$

مجموع المربعات بين السلالات (أى بين القطاعات)

$$= \frac{(300)^2 + (216)^2 + (216)^2 + (228)^2}{12} - \frac{(960)^2}{48} = 408$$

مجموع المربعات بين المعاملات

$$= \frac{(480)^2 + (256)^2 + (224)^2}{16} - \frac{(960)^2}{48} = 2432$$

جدول ١٥-٩ بيانات مثال ١٥-٤ لدراسة أثر نسبة العليقة الخشنة إلى المركزة على نمو حملان أربع سلالات من الأغنام

المعاملة خشنة : مركزة	السلالة أ	ب	ج	د	المجموع
٣٠ : ٧٠	31	33	24	34	
	35	27	27	29	
	35	28	28	29	
	35	28	29	28	
المجموع	**136**	**116**	**108**	**120**	**480**
٤٥ : ٥٥	19	17	9	16	
	22	16	16	12	
	28	12	14	12	
	27	11	13	12	
المجموع	**96**	**56**	**52**	**52**	**256**
٦٠ : ٤٠	23	15	17	20	
	15	7	16	12	
	16	11	13	13	
	14	11	10	11	
المجموع	**68**	**44**	**56**	**56**	**224**
الإجمالى	**300**	**216**	**216**	**228**	**960**

وحسابياً مجموع مربعات الخطأ التجريبى عبارة عن التداخل interaction بين القطاعات (أى السلالات) والمعاملات وكما سبق فى الباب الحادى عشر فإن الخطأ التجريبى:

$$= \frac{(136)^2 + (116)^2 + \cdots + (56)^2}{4} - \frac{(960)^2}{48} - 408 - 2432 = 112$$

أما الخطأ العينى sampling error فإنه يحسب إما بطرح كل شئ من مجموع المربعات الكلية أى

$$= 3302 - 408 - 2432 - 112 = 350$$

وتكون درجات الحرية له

$$= 47 - 3 - 2 - 6 = 36$$

أو أنه يحسب بجمع مجموعات المربعات الكلية بين كل أربعة حيوانات تابعة لنفس السلالة ونفس المعاملة أي:

$$= [31^2 + \cdots + 35^2 - \frac{(136)^2}{4}] + [33^2 + \cdots + 28^2 - \frac{(116)^2}{4}] + \cdots$$

$$+ [20^2 + \cdots + 11^2 - \frac{(56)^2}{4}] = 350$$

ودرجات الحرية له $36 = (1 - 4)(12)$

ويمكن تلخيص نتائج تحليل التباين لمثال ١٥-٤ (حالة تكرار الوحدة التجريبية) كالتالي:

SOV	df	SS	MS
القطاعات	3	408	136
المعاملات	2	2432	1216
الخطأ التجريبي	6	112	18.7
الخطأ العيني	36	350	9.7
الكلي	**47**	**3302**	

ويبقى السؤال أي الخطأين يستخدم في اختبارات المعنوية؟ وللإجابة يلزم الأخذ في الاعتبار ما قيل سالفاً في الباب الحادي عشر من حيث أن العوامل المختبرة هل هي عشوائية random أو ثابتة fixed، فإذا كان العاملان عشوائيين فيختبر معنويتهما بقسمة كل من متوسط المربعات للعامل على متوسط المربعات للخطأ التجريبي. بينما إذا كانا ثابتين فيقسم كل من متوسط مربعات العامل على متوسط المربعات للخطأ العيني. ويلخص جدول ١٥-١٠ متوسط المربعات المتوقعة EMS واختبارات المعنوية تحت الافتراضات المختلفة.

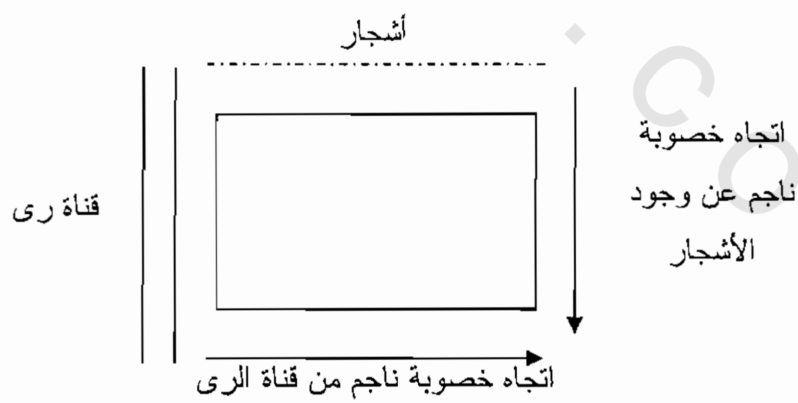
وفي محاولة لجعل اختبار المعنوية أكثر قوة قد يلجأ بعض المجربين إلى اختبار معنوية الخطأ التجريبي أولاً وذلك بقسمة متوسط المربعات التابعة له على تلك التابعة للخطأ العيني فإذا لم تكن F معنوية استدل من هذا على أنهما لا يختلفان عن بعضهما باحتمال خطأ معين وعليه فيقوم المجرب بضم مجموع مربعاتهما سوياً وكذلك درجات حريتهما ويعتبرهما كأنهما خطأ واحد. وفي المثال المذكور سيكون حاصل جمع

مجموعى مربعات الخطأين 462 = 350 - 112 بدرجات حرية 42 = 36 - 6 وهذا يعطى متوسط مربعات قدره 11 .

ولا ينصح بمثل هذا الإجراء إلا إذا كانت درجات الحرية للخطأ التجريبى فعلا مخفضة وإن المجرب فى حاجة حقيقية إلى درجات حرية أكبر حتى تزيد من قوة اختبار المعنوية. وحتى عند إتباع هذا الإجراء فيجب على المجرب أن يكون واعيا إلى أن مستوى المعنوية الذى يجرى عنده الاختبارات قد تغير. ذلك لأنه أصبح مشروطاً بعدم معنوية الفرق بين الخطأين. حيث أنه عندما لا يرفض الفرض بأن الخطأين متساويين فإنه يفعل ذلك عند درجة احتمال معين أى أنه ليس رفضاً مطلقاً وهذا من شأنه أن يزيد من قيمة α عند استخدام الخطأ (بعد ضمهما) لاختبارات المعنوية فى التجربة. وطبقاً للخطأ الذى سيتقرر فإنه هو الذى يستخدم فى فصل المتوسطات ... الخ.

١٥–٩ تصميم المربع اللاتينى Latin Square Design

تم التطرق فى ١٥–٧ إلى تصميم القطاعات العشوائية حيث أن هناك اتجاها واحدا للاختلاف بين الوحدات التجريبية والذى تكون فيه القطاعات عمودية على هذا الاتجاه. وطبيعى أن يفكر المجرب أنه ربما يكون هناك أكثر من اتجاه لهذه الاختلافات. فمثلا إذا فرض أن هناك قطعة أرض ويراد إجراء التجربة عليها وأحد حوانب هذه الأرض محدود بقناة رى مما سينجم عنه اختلاف فى الخصوبة فى اتجاه معين. ويمكن أيضاً تصور أن الجانب العمودى على هذا الجانب ملاصق لصف من الأشجار العالية التى تؤثر على نمو النباتات بحجبها لضوء الشمس والعناصر الغذائية بدرجات متفاوتة تتوقف على بعد النبات عن الأشجار. كما فى شكل ١٥–٤.



شكل ١٥–٤ الاختلاف فى المادة التجريبية الناجم عن مؤثرين فى اتجاهين مختلفين.

جدول ١٥-١٠ متوسط المربعات المتوقعة واختبارات المعنوية عند تكرار الوحدة التجريبية فى القطاعات العشوائية

SOV	متوسط المربعات المتوقعة وطريقة الاختبار مبينة بالأسهم			
	كلاهما عشوائى	كلاهما ثابت	B ثابتة، t عشوائية	B عشوائية، t ثابتة
السلالات b	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2 + 12\sigma_b^2$	$\sigma_e^2 + 12K_b^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2 + 12K_b^2$	$\sigma_e^2 + 12\sigma_b^2$
المعاملات t	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2 + 16\sigma_t^2$	$\sigma_e^2 + 16K_t^2$	$\sigma_e^2 + 16\sigma_t^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2 + 16K_t^2$
الخطأ التجريبى	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2$	$\sigma_e^2 + 4K_{bt}^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2$	$\sigma_e^2 + 4\sigma_{bt}^2$
الخطأ العينى	σ_e^2	σ_e^2	σ_e^2	σ_e^2

وعليه فلو أن المجرب استخدم التصميم العشوائى التام لكانت هناك فرصة أن تتوزع المعاملات بصورة غير متوازنة بالنسبة لمستويات الخصوبة الناجمة عن القناة أو عن الأشجار وإذا استخدم تصميم القطاعات العشوائية معتبراً الأشجار فقط فإن المعاملات تتوزع بصورة غير متزنة بالنسبة لعدم تجانس الخصوبة الناتج عن قناة الرى ... وهكذا. لذا فإن المجرب حريص على أن تمثل معاملاته بدرجة متوازنة بالنسبة لعدم تجانس الخصوبة الناتج عن وجود الأشجار وأيضاً الناتج عن قناة الرى. وتصميم المربع اللاتينى يوفر للمجرب هذا الشرط . وبصفة عامة فإن هذا التصميم يستخدم فى حالة:

١- وجود معاملة واحدة لها مستويين تجريبيين أو أكثر.

٢- لابد من عدم وجود تداخل بين الصفوف والأعمدة ومستويات المعاملة للمربع.

٣- تساوى عدد الصفوف والأعمدة مع عدد مستويات المعاملة. وهذا الاتزان من الصعب الوصول إليه فى المربعات التى تكون أكبر من ٨ x ٨ حيث تزداد المساحة كثيرا مما يهدد بزيادة عدم التجانس لعوامل أخرى غير تلك المعتبرة فى الدراسة.

٤- التوزيع العشوائى لمستويات المعاملة على الصفوف والأعمدة بشرط أن كل مستوى من مستويات المعاملة يظهر مرة واحدة فى الصف ومرة واحدة فى العمود.

١٥-٩-١ التعشية Randomization

إذا استخدم شكل ١٥-٤ للشرح فإنه يمكن تقسيم قطعة الأرض عمودياً على اتجاه عدم التجانس الناجم عن قناة الرى وبهذا تنشأ قطاعات سوف يصطلح تسميتها باسم الأعمدة columns، وإذا كونت قطاعات عمودية على اتجاه عدم التجانس الناجم عن الأشجار سينشأ قطاعات يطلق عليها صفوفاً rows. وشرط من شروط استخدام تصميم المربع اللاتينى، كما سبق ذكره، هو أن يكون عدد الأعمدة يساوى عدد الصفوف يساوى عدد مستويات المعاملة. يتم توزيع مستويات المعاملة على الأعمدة والصفوف بطريقة عشوائية بشرط أن كل مستوى يمثل مرة فى كل صف ومرة فى كل عمود. وسيرمز لمستويات المعاملة بالحروف اللاتينية. المربع القياسى standard square هو ذلك المربع الذى تترتب فيه المعاملات فى العمود الأول أو فى الصف الأول ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً. فإذا كان هناك معاملة ذات مستويين فإنه يوجد مربع قياسى واحد هو:

A	B
B	A

وفى حالة معاملة لها ثلاثة مستويات فإنه يوجد مربع قياسى واحد هو:

A	B	C
B	C	A
C	A	B

لاحظ أن كل معاملة ممثلة مرة فى كل عمود ومرة فى كل صف، وبتبادل مواقع كل من الأعمدة فيما بينها وكل من الصفوف فيما بينها في المربع ٣ × ٣ يمكن الحصول على ١٢ مربعاً هى المربعات الممكنة كما يلى:

A	B	C
B	C	A
C	A	B

A	C	B
B	A	C
C	B	A

B	C	A
C	A	B
A	B	C

B	A	C
C	B	A
A	C	B

C	B	A
A	C	B
B	A	C

C	A	B
A	B	C
B	C	A

A	B	C
C	A	B
B	C	A

A	C	B
C	B	A
B	A	C

B	C	A
A	B	C
C	A	B

B	A	C
A	C	B
C	B	A

C	B	A
B	A	C
A	C	B

C	A	B
B	C	A
A	B	C

لاحظ أن المربع الأول فقط من هذه المربعات هو القياسى أما باقى المربعات فجميعها غير قياسية. كما أنه فى كل منها مستويات المعاملة ممثلة مرة فى كل عمود ومرة فى كل صف.

أما فى حالة المربع ٤ × ٤ فإنه يوجد عدد أربعة مربعات قياسية ولكل منها عدد من المربعات الممكن تكوينها وهى $4!(4-1)! = 144$، وبالتالى فإن مجموع المربعات الممكن تكوينها هى ٥٧٦ مربعا منها ٤ قياسية هى:

مربع (١)

د	ج	ب	أ	
A	B	C	D	أ
B	D	A	C	ب
C	A	D	B	ج
D	C	B	A	د

مربع (٢)

د	ج	ب	أ
A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	B	A
D	C	A	B

مربع (٣)

A	B	C	D	أ
B	A	D	C	ب
C	D	A	B	ج
D	C	B	A	د

مربع (٤)

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

فى حالة المربع ٥ × ٥ فإن هناك ٥٦ مربعاً قياسياً وأن جميع المربعات الممكنة عددها ١٦١٢٨٠ مربعاً. ويعطى Fisher and Yates (1949) قوائم المربعات القياسية لكل من ٤ × ٤، ٥ × ٥ ومشتقاتها كما أعطى Kitagarwa and Miome (1953) جميع المربعات ٤ × ٤ الممكنة. ويقترح Fisher and Yates (1949) ما يلى عند إجراء التعشية للمربعات المختلفة:

١- فى المربع اللاتينى ٢ × ٢ رتب عشوائياً أعمدة المربع القياسى.

٢- فى المربع اللاتينى ٣ × ٣ وزع عشوائياً ترتيب الثلاث أعمدة فى المربع القياسى وكذلك الصفين الآخرين. أو اختر عشوائياً أحد المربعات الإثنى عشر.

٣- فى المربع اللاتينى ٤ × ٤ اختر أحد الأربع مربعات القياسية عشوائياً ثم وزع عشوائياً ترتيب الأعمدة وكذلك الثلاث صفوف الأخيرة. أو يختار عشوائياً أحد المربعات من الـــ ٥٧٦ مربعاً. فمثلا إذا اختير احد المربعات القياسية عشوائياً وكان المربع (٢) توزع الأعمدة عشوائياً. وليكن هذا

الترتيب د أ ب ج ثم توزع الصفوف الثلاث الأخيرة عشوائياً كأن تصبح ج د ب كما يلى:

تعشية الأعمدة:

ج	ب	أ	د	
B	C	D	A	أ
A	D	C	B	ب
D	B	A	C	ج
C	A	B	D	د

وبتعشية الصفوف الثلاث الأخيرة يمكن الحصول على المربع العشوائى:

ج	ب	أ	د	
B	C	D	A	أ
D	B	A	C	ج
C	A	B	D	د
A	D	C	B	ب

ويلاحظ أيضاً أنه بعد التعشية هذه ما زال المربع اللاتينى يحتفظ بالخاصية الأساسية أن كل معاملة ممثلة مرة واحدة فى كل عمود وفى كل صف.

٤- فى المربع اللاتينى ٥ × ٥ يختار أحد الـــ ٥٦ مربعاً قياسياً ثم توزع الأعمدة عشوائيا وأيضاً الأربع صفوف الأخيرة.

ولإجراء التعشية لمربعات أكبر من ٥ × ٥ يحال القارئ إلى مرجع Federer (1963) السابق أو إلى Fisher and Yates (1949).

١٥-٩-٢ النموذج الإحصائى Statistical Model

بجانب المتوسط والخطأ التجريبى هناك ثلاث مؤثرات هى الصفوف والأعمدة ومستويات المعاملة. وإذا فرض أن عدد المعاملات = عدد الصفوف = عدد المعاملات = n فإنه يمكن توصيف النموذج الإحصائى كما يلى:

$$Y_{ijk} = \mu - r_i - c_j - t_k - e_{ijk}$$

حيث

Y_{ijk} : المشاهدة على الوحدة التجريبية فى العمود j والصف i والمعاملة k،

μ : المتوسط،

e_{ijk} : الخطأ لهذه المشاهدة،

$i = j = k = 1, 2, \cdots, n$، أى أن عدد الصفوف = عدد الأعمدة = عدد المعاملات $= n$

والافتراضات اللازمة لتحليل التباين وحساب المتوسطات هى أن

$$\sum r_i = \sum c_j = \sum t_k = \sum e_{ijk} = 0$$

ودرجات الحرية للتباين الكلى من المتوسط = $(n^2 - 1)$

ودرجات الحرية لكل من الأعمدة والصفوف والمعاملات = $(n - 1)$

ودرجات الحرية للخطأ = $(n - 1)(n - 2)$

مثال ١٥-٥

أراد مجرب فى أحد البلاد الحارة أن يختبر أربعة أنواع من الهوايات فى حظائر ماشية اللبن وكان لديه أربعة حظائر، والأبقار عنده مقسمة إلى تلك التى تحلب فى موسمها الأول أو الثانى أو الثالث أو الأكثر من ذلك. صمم المجرب تجربته باعتبار موسم الحليب هو الأعمدة والحظائر هى الصفوف وأنواع الهوايات هى المعاملات (أى كمربع لاتينى ٤×٤). وكان إنتاج اللبن بالكيلوجرام كما هو مبين فى جدول ١٥-١١.

ويمكن إجراء التحليل كما يلى:

مجموع المعاملات: $A = 17610$، $B = 15850$، $C = 16110$، $D = 14240$

متوسط المعاملات: $A = 4402.5$، $B = 3962.5$، $C = 4027.5$، $D = 3560$

مجموع المربعات الكلية عن المتوسط

$$= (1870)^2 + (4280)^2 + \cdots + (4490)^2 - \frac{(63810)^2}{16} = 15006043.7$$

جدول ١٥-١١ إنتاج اللبن بالكيلوجرام لأبقار مختلفة المواسم فى أربعة تصميمات من الحظائر بها أربعة أنواع من الهوايات.

	الموسم الأول	الموسم الثانى	الموسم الثالث	الموسم الرابع	المجموع	المتوسط
الحظيرة الأولى	1870 D	4280 C	3660 B	4840 A	**14650**	**3662.5**
الحظيرة الثانية	2150 C	4500 B	4880 A	4410 D	**15940**	**3985.0**
الحظيرة الثالثة	3200 B	4140 A	5010 D	5320 C	**17670**	**4417.5**
الحظيرة الرابعة	3750 A	2950 D	4360 C	4490 B	**15550**	**3887.5**
المجموع	**10970**	**15870**	**17910**	**19060**	**63810**	
المتوسط	**2742.5**	**3967.5**	**4477.5**	**4765**		**3988.1**

مجموع المربعات بين الأعمدة

$$=\frac{(10970)^2+\cdots+(19060)^2}{4}-\frac{(63810)^2}{16}=9580118.7$$

مجموع المربعات بين الصفوف

$$=\frac{(14650)^2+\cdots+(15550)^2}{4}-\frac{(63810)^2}{16}=1202118.7$$

مجموع المربعات بين المعاملات

$$=\frac{(17610)^2+\cdots+(14240)^2}{4}-\frac{(63810)^2}{16}=1428818.7$$

مجموع مربعات الخطأ

$$= 15006043.7 - 9580118.7 - 1202118.7 - 1428818.7 = 2794987.69$$

ويمكن تلخيص النتائج فى جدول ١٥-١٢ لتحليل التباين

جدول ١٥-١٢ تحليل التباين لتجربة تأثير نوع الهوايات على إنتاج الأبقار والمصممة كمربع لاتينى ٤ x ٤

SOV	df	SS	MS
الأعمدة (موسم الحليب)	3	9580118.7	3193372.9
الصفوف (الحظائر)	3	1202118.7	400706.2
المعاملات (الهوايات)	3	1428818.7	476272.9
الخطأ	6	2794987.6	465831.3
الكلى عن المتوسط	**15**	**15006043.7**	

ويمكن اختبار فرض العدم أن مواسم الحليب متساوية أى عمود ١ = عمود ٢ = عمود ٣ = عمود ٤ بواسطة:

$$F = 3193372.9 / 465831.3 = 6.86$$

وهى معنوية ويرفض الفرض.

واختبار فرض العدم أن الحظائر كلها متساوية أى صف ١ = صف ٢ = صف ٣ = صف ٤ بواسطة:

$$F = 400706.2 / 465831.3 = 0.86$$

وهى غير معنوية ولا يرفض فرض العدم.

كما يمكن اختبار فرض العدم أن المعاملات متساوية بواسطة:

$$F = 476272.9 / 465831.3 = 1.02$$

وهى غير معنوية، وعليه لا يرفض فرض العدم أى أنه لا يوجد ما يدل على أن الهوايات مختلفة عن بعضها.

كما يمكن إجراء فصل متوسطات مواسم الحليب المعنوية بالطرق السابق شرحها حيث إن:

الخطأ القياسى لمتوسط موسم الحليب عبارة عن

$$S_{\overline{Y}_{j.}} = \sqrt{\frac{465831.3}{4}} = 341.3$$

والخطأ القياسى للفرق بين متوسطين هو

$$S_d = \sqrt{\frac{2(465831.3)}{4}} = 482.6$$

ويمكن بسهولة كتابة المعادلات الاعتيادية للتجربة السابقة وحل تلك المعادلات وذلك بوضع افتراضات إضافية مثل $\sum c_i = \sum r_j = \sum t_k = 0$.

وبالتالى يمكن الحصول عل:

$$\hat{\mu} = \frac{63810}{16} = 3988.125 \text{ kg}$$

أثر العمود الأول $\hat{c}_1 = \frac{10970}{4} - 3988.125 = -1245.625 \text{ kg}$

أثر العمود الثانى $\hat{c}_2 = \frac{15870}{4} - 3988.125 = -20.625 \text{ kg}$

أثر العمود الثالث $\hat{c}_3 = \frac{17910}{4} - 3988.125 = +489.375 \text{ kg}$

أثر العامود الرابع $\hat{c}_4 = \frac{19060}{4} - 3988.125 = +776.875 \text{ kg}$

أثر الصف الأول $\hat{r}_1 = \frac{14650}{4} - 3988.125 = -325.625 \text{ kg}$

أثر الصف الثاني $\hat{r}_2 = \frac{15940}{4} - 3988.125 = -3.125 \text{ kg}$

أثر الصف الثالث $\hat{r}_3 = \frac{17670}{4} - 3988.125 = +429.375 \text{ kg}$

أثر الصف الرابع $\hat{r}_4 = \frac{15550}{4} - 3988.125 = -100.625 \text{ kg}$

أثر المعاملة الأولى $\hat{t}_1 = \frac{17610}{4} - 3988.125 = +414.375 \text{ kg}$

أثر المعاملة الثانية $\hat{t}_2 = \frac{15850}{4} - 3988.125 = -25.625 \text{ kg}$

أثر المعاملة الثالثة $\hat{t}_3 = \frac{16110}{4} - 3988.125 = +39.375 \text{ kg}$

أثر المعاملة الرابعة $\hat{t}_4 = \frac{14240}{4} - 3988.125 = -428.125 \text{ kg}$

استخدام اختيار PROC GLM لحل مثال ١٥-٥ والتفرقة بين المتوسطات.

```
DATA LATIN;
INPUT SEASON BARN FAN $ MILK @@;
CARDS;
1 1 D 1870 1 2 C 2150 1 3 B 3200 1 4 A 3750
2 1 C 4280 2 2 B 4500 2 3 A 4140 2 4 D 2950
3 1 B 3660 3 2 A 4880 3 3 D 5010 3 4 C 4360
4 1 A 4840 4 2 D 4410 4 3 C 5320 4 4 B 4490
PROC GLM;
CLASS SEASON BARN  FAN;
MODEL MILK = SEASON BARN FAN/SS3;
MEANS SEASON BARN FAN/DUNCAN;
RUN;
```

نتائج التحليل:

The GLM Procedure

Class	Levels	Values
SEASON	4	1 2 3 4
BARN	4	1 2 3 4
FAN	4	A B C D

Number of observations 16

Dependent Variable: MILK

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	9	12211056.25	1356784.03	2.91	0.1031
Error	6	2794987.50	465831.25		
C-Total	15	15006043.75			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	MILK Mean
0.813743	17.11376	682.5183	3988.125

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
SEASON	3	9580118.750	3193372.917	6.86	0.0230
BARN	3	1202118.750	400706.250	0.86	0.5109
FAN	3	1428818.750	476272.917	1.02	0.4464

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	6
Error Mean Square	465831.3

Number of Means	2	3	4
Critical Range	1181	1224	1245

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	SEASON
A	4765.0	4	4
A	4477.5	4	3
A	3967.5	4	2
B	2742.5	4	1

Duncan's Multiple Range Test for MILK

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	6
Error Mean Square	465831.3

Number of Means	2	3	4
Critical Range	1181	1224	1245

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	BARN
A	4417.5	4	3
A	3985.0	4	2
A	3887.5	4	4
A	3662.5	4	1

Duncan's Multiple Range Test for MILK

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	6
Error Mean Square	465831.3

Number of Means	2	3	4
Critical Range	1181	1224	1245

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	FAN
A	4402.5	4	A
A	4027.5	4	C
A	3962.5	4	B
A	3560.0	4	D

١٥-٩-٣ كفاءة المربع اللاتينى

كفاءة المربع اللاتينى بالنسبة للتصميم تام العشوائية

$$= \frac{M_r - M_c - (n-1)M_e}{(n+1)M_e}$$

حيث M_r، M_c، M_e، n هى متوسط المربعات لكل من الصفوف والأعمدة والخطأ وعدد الصفوف، على التوالى. وبالتطبيق على البيانات المذكورة فى مثال ١٥-٥ فإن هذه النسبة تساوى:

$$= \frac{400706.2 - 3193372.9 - (4-1)(465831.3)}{(4+1)(465831.3)} = 2.14$$

أى أن تصميم المربع اللاتينى أكفأ من التام العشوائية بنسبة 214% .

بينما كفاءة تصميم المربع اللاتينى بالنسبة لتصميم القطاعات العشوائية مع اعتبار أن الأعمدة هى القطاعات تقاس بالمعادلة:

$$= \frac{M_c - (n-1)M_e}{nM_e}$$

بينما إذا اعتبر أن الصفوف هى القطاعات فإن المعادلة تصبح:

$$= \frac{M_r - (n-1)M_e}{nM_e}$$

وبالتطبيق على البيانات المذكورة فى مثال ١٥-٥ فإن النسبة الأولى تساوى:

$$= \frac{3193372.9 - (4 - 1)(465831.3)}{(4)(465831.3)} = 2.46$$

والمعادلة الثانية تساوى:

$$= \frac{400706.2 - (4 - 1)(465831.3)}{(4)(465831.3)} = 0.97$$

وذلك الفرق الكبير بين النسبتين راجع إلى الاختلافات الواسعة بين الأعمدة أى مواسم الحليب كما هو واضح من جدول تحليل التباين ١٥-١٢.

١٥-٩-٤ تقدير القيم الغائبة

تقدر القيمة الغائبة $\hat{Y}_m$ باستخدام المعادلة

$$\hat{Y}_m = \frac{n(C_m - R_m - T_m) - 2Y...}{(n-1)(n-2)}$$

حيث C_m، R_m، T_m هى مجموع كل من العمود والصف والمعاملة التى تقع بها القيمة الغائبة، $Y...$ المجموع الكلى ، n عدد الصفوف.

ففى البيانات المذكورة فى مثال ١٥-٥ إذا فرض أن المعاملة D فى العمود الرابع والصف الثانى غائبة (قيمتها 4410) يصبح

$$Y... = 59400 \text{ ،} T_m = 9830 \text{ ،} R_m = 11530 \text{ ،} C_m = 14650$$

وتكون القيمة المقدرة لها

$$\hat{Y}_m = \frac{4\ (14650 - 11530 - 9830) - (2)\ (59400)}{(4-1)\ (4-2)} = 4206.7 \text{ kg}$$

توضع هذه القيمة مكان القيمة الغائبة ويعاد حساب تحليل التباين مع خفض درجات حرية الخطأ بدرجة واحدة إذا كانت درجات الحرية تسمح بذلك. ويكون تباين الفرق بين متوسطين أحدهما المعاملة ذات القيمة الغائبة:

$$= \sqrt{M_C \left[\frac{2}{n} + \frac{1}{(n-1)\,(n-2)} \right]}$$

وكما سبق القول فى حالة تصميم القطاعات العشوائية فإنه إذا فقدت أكثر من قيمة (قيمتان مثلا) فإنهما يقدران أولا بقيم وسطى ثم تثبت إحداها وتقدر الأخرى ثم تثبت هذه وتقدر الأولى وتعاد الكرة حتى يثبت تقديران متتاليان فتكون القيمة هى التقدير. ويجرى التحليل عاديا وتنقص درجات حرية الخطأ بعدد المشاهدات الغائبة إذا كان يسمح بذلك، فمثلا عندما يكون المربع ٣ × ٣ فإن درجات حرية الخطأ 2 وبالتالى إذا فقد قيمتان فلن تبقى هناك درجات حرية للخطأ.

١٥-٩-٥ تعدد المشاهدات فى تصميم المربع اللاتينى

فى مثال البيانات المذكورة فى ١٥-٥ كانت كل معاملة فى صف أو فى عمود ممثلة ببقرة (أو وحدة تجريبية) واحدة ولكن فى بعض الأحيان يضع المجرب وحدتين تجريبيتين بدلا من واحدة وذلك لزيادة قوة اختبار الفرق بين المتوسطات. وكما اتضح فى تصميم القطاعات العشوائية فإن تكرار الوحدة التجريبية يجعل للتجربة خطأين أحدهما تجريبي experimental error والآخر عينى sampling error.

مثال ١٥-٦

أورد Kirk (1995) مثالا به أربعة أصناف من إطارات السيارات وكان الهدف هو اختبار الفرق بينها. والمتغير هنا هو سمك قشرة الإطار بعد استخدامه لمسافة 16000 كيلومتر. وحيث أن استهلاك الإطار ممكن أن يتأثر بنوع العربة وأيضا بوضع الإطار فيجب ضمان أن كل نوع إطار مجرب مع كل عربة وفى كل موقع، أى يمين أمامى وخلفى ويسار أمامى وخلفى. صممت التجربة على هيئة مربع لاتينى ٤ × ٤ وبكل خلية مشاهدتين كالتالى:

		موقع الإطار فى السيارة			
		أمامى يمين	أمامى يسار	خلفى يمين	خلفى يسار
		b_4	b_3	b_2	b_1
نوع السيارة	a_1	10 ،7 b_4	7 ،5 b_3	4 ،2 b_2	1 ،3 b_1
	a_2	2 ،6 b_1	10 ،8 b_4	8 ،6 b_3	3 ،5 b_2
	a_3	4 ،4 b_2	3 ،2 b_1	9 ،9 b_4	5 ،7 b_3
	a_4	6 ،6 b_3	3 ،3 b_2	3 ،2 b_1	11 ،8 b_4

ويمكن تلخيص البيانات كما يلي:

نوع السيارة	موقع الإطار فى السيارة b_4		b_3		b_2		b_1		المجموع
a_1	17	t_4	12	t_3	6	t_2	4	t_1	**39**
a_2	8	t_1	18	t_4	14	t_3	8	t_2	**48**
a_3	8	t_2	5	t_1	18	t_4	12	t_3	**43**
a_4	12	t_3	6	t_2	5	t_1	19	t_4	**72**
المجموع	**45**		**41**		**43**		**43**		**172**

مجموع المعاملات: $t_1 = 22$ ، $t_2 = 28$ ، $t_3 = 50$ ، $t_4 = 72$.

مجموع المربعات الكلية عن المتوسط

$$= 3^2 + 1^2 + \cdots + 6^2 + 6^2 - \frac{(172)^2}{32} = 235.5$$

مجموع المربعات بين الأعمدة (مواقع الإطارات)

$$= \frac{(43)^2 + \cdots + (45)^2}{8} - \frac{(172)^2}{32} = 1$$

مجموع المربعات بين الصفوف (العربات)

$$= \frac{(39)^2 + \cdots + (42)^2}{8} - \frac{(172)^2}{32} = 5.25$$

مجموع المربعات بين المعاملات (أنواع الإطارات)

$$= \frac{(22)^2 + \cdots + (72)^2}{8} - \frac{(172)^2}{32} = 194.5$$

مجموع مربعات الخطأ التجريبى

$$= \frac{4^2+8^2+\cdots+8^2+12^2}{2} - \frac{(172)^2}{32} - 1.0 - 5.25 - 194.5 = 2.75$$

مجموع مربعات الخطأ العينى $= 235.5 - 1 - 5.25 - 194.5 - 2.75 = 32$

وهو فى نفس الوقت = بين الوحدات التجريبية داخل الخلايا

$$= (3^2+1^2-\frac{4^2}{2}) + (5^2+3^2-\frac{8^2}{2}) + \cdots + (6^2+6^2-\frac{12^2}{2})$$

أى أنه يمكن حساب الخطأ العينى مباشرة وليس بالطرح.

ويمكن تلخيص النتائج فى جدول تحليل التباين التالى:

SOV	**df**	**SS**	**MS**
الأعمدة (مواقع الإطارات)	$(n-1)=3$	1.0	0.333
الصفوف (العربات)	$(n-1)=3$	5.25	1.750
المعاملات (أنواع الإطارات)	$(n-1)=3$	194.5	64.833
الخطأ التجريبى	$(n-1)(n-2)=6$	2.75	0.458
الخطأ العينى	$n^2(2-1)=16$	32.0	2.0
الكلى عن المتوسط	$2n^2-1=31$	**235.5**	

وفى حالة افتراض أن العوامل كلها ثابتة فإنه يمكن اختبار فروض العدم التالية:

١- عدم وجود فروق بين مواقع الإطارات بواسطة $F = \frac{0.333}{0.458} = 0.73$ وهى غير معنوية فلا يرفض فرض العدم.

٢- عدم وجود فروق بين العربات بواسطة $F = \frac{1.750}{0.458} = 3.82$ وهى أيضاً غير معنوية.

٣- عدم وجود فروق بين أنواع الإطارات يمكن اختباره بواسطة $F = \frac{64.833}{0.458} = 141.56$ وهى معنوية جداً، فيرفض فرض العدم هذا.

وإذا كان التفاعل بين كل من الأعمدة والصفوف والأعمدة والمعاملات والصفوف والمعاملات غير موجود فإن الخطأ التجريبي والخطأ العينى هما تقديران لنفس الشئ أى لتباين الخطأ σ_e^2 وأيضاً

$$F = \frac{\text{متوسط مربعات الخطأ التجريبى}}{\text{متوسط مربعات الخطأ العينى}}$$

هى اختبار جزئى للتجمعية addivity ولكن يمكن أيضاً استخدام Tukey's test لاختبار التجمعية بصورة أكمل ويرجع القارئ فى هذا إلى Kirk (1968).

ويمكن ضم كلا من الخطأين فى واحد إذا لم يكونا مختلفين عن بعضهما معنوياً لتعضيد درجات الحرية بغية زيادة قوة الاختبار وهذا الإجراء خاضع لنفس الضوابط التى نوقشت فى فصل ١٥-٨.

أما فصل المتوسطات فيتبع نفس الإجراءات السابقة.

١٥-٩-٦ تصميم المربع اللاتينى اليونانى Graceo-Latin Square Design

تتم التعشية فى المربع اللاتينى بطريقة تضمن أن كل العوامل الثلاث (العمود والصف والمعاملة) تتكرر مع بعضها الآخر بدرجة متساوية. ولكن ممكن تخيل أن هناك أربعة عوامل يراد تعشيتها. ففى البيانات المذكورة فى مثال ١٥-٤ حيث كان يوجد ٤ حظائر، ٤ مواسم حليب، ٤ معاملات. وبافتراض أنه يوجد ٤ سلالات ويراد إجراء التعشية بحيث أن كل معاملة تتكرر مرة فى كل حظيرة ولكل موسم حليب وفى كل سلالة. فإذا رمز لمواسم الحليب بالأعمدة والحظائر بالصفوف والمعاملات بالحروف اللاتينية A، B، C، D كما سبق، ورمز للسلالات الأربع بالحروف اليونانية α، β، γ، δ فإنه يمكن وضعها جميعاً فى تصميم لاتينى يونانى كما يلى:

أعمدة

A α	B β	C γ	D δ	
B δ	A γ	D β	C α	صفوف
C β	D α	A δ	B γ	
D γ	C δ	B α	A β	

وواضح من هذا الترتيب أن α ممثلة مرة فى كل عمود ومرة فى كل صف ومرة مع كل معاملة (أى A، B، C، D) وكذلك كل من β, γ, δ. وكذلك A ممثلة مرة فى كل عمود ومرة فى كل صف ومرة فى كل حرف يونانى (أى سلالة) ... وهكذا. وجدير بالذكر أنه ليس لكل عدد من المعاملات مربع لاتينى يونانى.

١٥-٩-٧ تصميمات أخرى تتبع عائلة تصميم المربع اللاتينى

من أهم ما يتميز به تصميم المربع اللاتينى أنه يضبط الاختلافات بين المادة التجريبية فى اتجاهين فى وقت واحد وعليه يمكن إزالة جزء من التباين والذى بدون هذا التصميم سيتبقى فى الخطأ وبالتالى قد يقلل من قوة الاختبار فى التجربة. ولكن لاحظ أن تصميم المربع اللاتيني محدد بأن يكون عدد المعاملات = عدد الأعمدة = عدد الصفوف، وهذا قيد أيضاً فإذا قل عدد المعاملات عن ٤ ستنخفض درجات الحرية للخطأ بدرجة ملحوظة وهذا يضعف من قوة الاختبار. فمثلاً فى حالة وجود ٣ معاملات فإن درجات الحرية للخطأ هى 2 بينما إذا كان عدد المعاملات ٢ فإنه لا يوجد درجات حرية للخطأ. بينما إذا زاد عدد المعاملات كثيراً فإنه لابد من زيادة عدد الوحدات التجريبية مما قد يخلق عدم تجانس فى المادة التجريبية هذه، وهذا أمر غير مرغوب فيه. لذا فإن تصميم المربع اللاتينى بالطريقة التى وصف بها حتى الآن لا ينصح بإتباعه إلا إذا كان عدد المعاملات يتراوح بين ٤، ١٠. ماذا إذن فى حالة وجود عدد قليل من المعاملات؟

مثال ١٥-٧

هناك اختباران أ، ب يراد مقارنة الدرجات التى تحصل عليها التلاميذ فى كل منهما. وهناك فترتان وكل تلميذ سيختبر فى الفترتين.

يمكن تخيل تصميم المربع اللاتينى ٢ × ٢ التالى:

	التلميذ (١)	التلميذ (٢)
الفترة الأولى	أ	ب
الفترة الثانية	ب	أ

وواضح أن فى مثل هذا التصميم الإحصائى البسيط لن يتبقى من درجات الحرية شئ لاختبارات المعنوية. ويمكن للمجرب أن يكرر مثل هذا المربع عدة مرات. وقد

تكون كل المربعات من نفس المجموعة المتجانسة من التلاميذ أو قد يكون كل مربع ممثلا لمتغير آخر (مثل العمر) ويجرى تقسيم المادة التجريبية عليه وهذا الأخير هو خليط بين تصميم القطاعات العشوائية والمربع اللاتينى. أى أنه يتم تقسيم المادة التجريبية عمودياً على إتجاه العمر مثلا ثم داخل كل قطاع بدلاً من التوزيع عشوائياً فإنها توزع لتكون مربعاً لاتينياً. والتصميم الأول يطلق عليه تصميم العبور أو تصميم التغير change over design أو cross over design. بينما الترتيب الثانى يطلق عليه تصميم مجموعة مربعات لاتينية. و الجدول التالى يمثل الدرجات التى تحصل عليها التلاميذ فى الاختبارين.

التلاميذ

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	مجموع
الفترة الأولى	أ 66	ب 46	أ 48	ب 20	أ 56	ب 28	أ 62	ب 16	أ 16	ب 34	أ 36	ب 52	480
الفترة الثانية	ب 56	أ 42	ب 40	أ 22	ب 24	أ 54	ب 40	أ 22	ب 26	أ 28	ب 26	أ 52	432
مجموع	122	88	88	42	80	82	102	38	42	62	62	104	912

مجموع الاختبار أ، ب علي التوالى 504، 408

ولو فرض أن كل التلاميذ متجانسون من حيث ما يمكن أن يؤثر على النتيجة فيكون التحليل كما يلى:

مجموع المربعات الكلية عن المتوسط

$$= (66)^2 + (56)^2 + \cdots + (52)^2 + (104)^2 - \frac{(912)^2}{24} = 5352$$

مجموع المربعات بين التلاميذ

$$= \frac{(122)^2 + (88)^2 + \cdots + (104)^2}{2} - \frac{(912)^2}{24} = 4032$$

مجموع المربعات الراجعة لترتيب أخذ الاختبار

$$= \frac{(480)^2 + (432)^2}{12} - \frac{(912)^2}{24} = 96$$

مجموع المربعات الراجعة إلى الاختبار

$$= \frac{(504)^2 + (408)^2}{12} - \frac{(912)^2}{24} = 384$$

مجموع مربعات الخطأ $= 5352 - 4032 - 96 - 384 = 840$

ويمكن تلخيص النتائج فى جدول تحليل التباين التالى:

SOV	df	SS	MS
بين التلاميذ	11	4032	366.5
بين الترتيبين	1	96	96.0
بين الاختبارين	1	384	384.0
الخطأ	10	840	84.0
الكلى عن المتوسط	23	5352	

وفى حالة فرض أن تأثير الترتيبين والاختبارين ثابتان فإن اختبار فرض العدم لكن منهما هو $F = \frac{384}{84} = 4.57$ ، $F = \frac{96}{84} = 1.14$ على التوالى وكلاهما غير معنوى عند مستوى 5%.

وبهذه الطريقة أمكن توفير عدد كاف من درجات الحرية للخطأ لإجراء اختبار معنوية ذى قوة مناسبة وقد أطلق على هذا التصميم العبور أو Cross-over لأنه إذا نظر إلى مثال ١٥–٧ وتم توصيل أ فى التلميذ الأول مع أ فى التلميذ الثانى وكذلك ب للتميذ الأول مع ب للتلميذ الثانى فإن الخطين يتقاطعان.

مثال ١٥-٨

حل مثال ١٥-٧ باستخدام برنامج SAS

```
DATA COVLATIN;
INPUT STUDENT PERIOD TEST $ GRAD @@;
CARDS;
1 1 A 66 2 1 B 46 3 1 A 48 4 1 B 20
5 1 A 56 6 1 B 28 7 1 A 62 8 1 B 16
9 1 A 16 10 1 B 34 11 1 A 36 12 1 B 52
1 2 B 52 2 2 A 42 3 2 B 40 4 2 A 22
5 2 B 24 6 2 A 54 7 2 B 40 8 2 A 22
9 2 B 26 10 2 A 28 11 2 B 26 12 2 A 52
PROC GLM;
CLASS STUDENT PERIOD TEST;
MODEL GRAD = STUDENT PERIOD TEST/SS3;
RUN;
```

نتائج التحليل:

The GLM Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
student	12	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
period	2	1 2
test	2	a b

Number of observations 24

Dependent Variable: grad

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	13	4512.000000	347.076923	4.13	0.0153
Error	10	840.000000	84.000000		
Corrected Total	23	5352.000000			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	grad Mean
0.843049	24.11882	9.165151	38.00000

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
student	11	4032.000000	366.545455	4.36	0.0138
period	1	96.000000	96.000000	1.14	0.3102
test	1	384.000000	384.000000	4.57	0.0582

والآن افترض أنه فى المثال السابق أن مجموعة التلاميذ لم تكن متجانسة فى العمر الشئ الذى قد يؤثر على نتيجة الاختبار. وإذا فرض أن هناك مقدرة من الاستفادة من الاختبار الأول عند حل الاختبار الثانى وأن هذه المقدرة تتأثر بعمر التلميذ وجب إذن أن تصمم التجربة كمجموعة من المربعات اللاتينية. افترض الآن أن امجرب حصل على 12 تلميذاً قسمها إلى 6 مجاميع عمرية كل منها يمثل مربع لاتينى كما يلى:

	مجموع	(١٢)	(١)
	118	ب 52	أ 66
	108	أ 52	ب 56
مجموع الأعمدة		**104**	**122**
مجموع المربعات		**226**	

مجموع	(٧)	(٢)
82	ب 40	أ 42
108	أ 62	ب 46
	102	**88**
	190	

مجموع	(٦)	(٣)
76	ب 28	أ 48
94	أ 54	ب 40
	82	**48**
	130	

	مجموع	(١٠)	(٥)
	90	ب 34	أ 56
	52	أ 28	ب 24
مجموع الأعمدة		**62**	**80**
مجموع المربعات		**142**	

مجموع	(١١)	(٤)
48	ب 26	أ 22
56	أ 36	ب 20
	62	**42**
	104	

مجموع	(٩)	(٨)
48	ب 26	أ 22
32	أ 16	ب 16
	42	**38**
	80	

وعلى أساس هذه الافتراضات والتصميم الموضوع يكون التحليل كما يأتى:

مجموع المربعات الكلى عن المتوسط = ذلك للتصميم السابق = 5352

مجموع المربعات بين المربعات

$$= \frac{(226)^2 + \cdots + (80)^2}{4} - \frac{(912)^2}{24} = 3708$$

مجموع المربعات بين الأعمدة (التلاميذ) داخل المربعات

$$= \left[\frac{(122)^2 + (104)^2}{2} - \frac{(226)^2}{4}\right] + \cdots + \left[\frac{(42)^2 + (38)^2}{2} - \frac{(80)^2}{4}\right] = 324$$

مجموع المربعات بين الصفوف (الفترات) داخل المربعات

$$= \left[\frac{(118)^2 + (108)^2}{2} - \frac{(226)^2}{4}\right] + \cdots + \left[\frac{(32)^2 + (48)^2}{2} - \frac{(80)^2}{4}\right] = 716$$

مجموع المربعات بين الاختبارين = ذلك للتصميم السابق = 384

مجموع مربعات الخطأ $= 5352 - 3708 - 324 - 716 - 384 - 220 = 220$

ويمكن تلخيص النتائج فى جدول تحليل التباين التالى:

SOV	df	SS	MS
بين المربعات	5	3708	741.6**
بين التلاميذ داخل المربعات	6(2-1) = 6	324	54
بين الفترات داخل المربعات	6(2-1) = 6	716	119.3
الاختبار	1	384	384*
الخطأ	5	220	44
الكلى عن المتوسط	23	5352	

وإذا فرض أن العوامل فى النموذج الإحصائى ثابتة فإنه يمكن اختبار فروض العدم التالية:

١- عدم وجود فروق بين الأعمار (المربعات) بواسطة: $F = \frac{741.6}{44} = 16.8$
وهى معنوية باحتمال 0.01 ويرفض فرض العدم.

٢- عدم وجود فرق بين الاختبارين بواسطة: $F = \frac{384}{44} = 8.7$ وهى معنوية باحتمال 0.05 ويرفض فرض العدم.

مثال ١٥-٩

حل مثال ١٥-٨ باستخدام برنامج SAS

```
DATA COVLATIN;
INPUT SQUARE STUDENT PERIOD TEST $ GRAD @@;
CARDS;
1 1 1 A 66 2 2 1 B 46 3 3 1 A 48 5 4 1 B 20 4 5 1 A 56 3 6 1 B 28
2 7 1 A 62 6 8 1 B 16 6 9 1 A 16 4 10 1 B 34 5 11 1 A 36 1 12 1 B 52
1 2 2 B 56 2 2 2 A 42 3 3 2 B 40 5 4 2 A 22 4 5 2 B 24 3 6 2 A 54
2 7 2 B 40 6 8 2 A 22 6 9 2 B 26 4 10 2 A 28 5 11 2 B 26 1 12 2 A 52
PROC GLM;
CALSS SQUARE STUDENT PERIOD TEST;
MODEL GRAD = SQUARE STUDENT(SQUARE)
             PERIOD(SQUARE) TEST/SS3;
RUN;
```

نتائج التحليل:

The GLM Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
SQUARE	6	1 2 3 4 5 6
STUDENT	12	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
PERIOD	2	1 2
TEST	2	A B

Number of observations 24

Dependent Variable: GRAD

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	18	5132.000000	285.111111	6.48	0.0240
Error	5	220.000000	44.000000		
Corrected Total	23	5352.000000			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	GRAD Mean
0.958894	17.45592	6.633250	38.00000

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
SQUARE	5	3708.000000	741.600000	16.85	0.0038
STUDENT(SQUARE)	6	324.000000	54.000000	1.23	0.4203
PERIOD(SQUARE)	6	716.000000	119.333333	2.71	0.1466
TEST	1	384.000000	384.000000	8.73	0.0317

من الواضح أنه أمكن التغلب على نقص درجات الحرية للخطأ فى حالة العدد القليل من المعاملات فى تصميم المربع اللاتينى وذلك بإتباع إما التصميم العبورى أو تصميم مجاميع المربعات اللاتينية وكلٍ له اشتراطاته. ومن الواضح أيضا أنه قد تم تجاوز الحد فى تحليل نفس البيانات طبقاً لتصميمين إحصائيين مختلفين وذلك بسبب أن التحليل يجب أن يتبع التصميم الواقعى فقط دون التلاعب به بعد الحصول على البيانات، ولكن كان المقصود هنا معالجة البيانات بطريقتين مختلفتين بافتراض أن كلا من التحليلين كان هو المقصود فعلا. وكثيراً ما يستخدم التصميم العبورى أو تصميم مجاميع المربعات اللاتينية فى تجارب الإنتاج الحيوانى خاصة فى ماشية اللبن، حيث يقسم منحنى الحليب إلى فترات متساوية بعدد المعاملات ثم تكون مجاميع من الأبقار كل منها بعدد المعاملات. كلما كانت منحنيات الحليب جميعها متوازنة فى الأبقار المختلفة (أى متساوية فى المثابرة) أمكن استخدام التصميم العبورى ولكن إذا اختلفت أشكال منحنيات الحليب فى الحيوانات المختلفة تقسم الحيوانات إلى مجاميع كل منها متشابهة فى شكل منحنيات الحليب ويكون عدد كل مجموع مساوى لعدد المعاملات أو مضاعفاتها وتكون منها مربعات لاتينية. أما كون منحنى الحليب لنفس الحيوان يقسم إلى عدة أقسام (وحدات تجريبية) بعدد المعاملات فإن هذا يستوجب أن يكون هناك فاصلا زمنياً مناسباً بين كل معاملتين حتي لا تؤثر المعاملة السالفة فى المعاملة الحالية، وهذه الفترة يحددها المجرب طبقاً للمعلومات البيولوجية، ولكن إذا شك المجرب فى أن المعاملة السالفة لن يزول أثرها تماماً فهناك من الأساليب والتصميمات الإحصائية التى تسمح بتقدير الأثر المتبقى residual effect من المعاملة السالفة على المعاملة الحالية وإزالته إحصائياً (Cochran and Cox, 1950).

١٥-١٠ تصميمات القطاعات المنشقة Split Plot Designs

فى كثير من التجارب التى يستخدم فيها تصميم القطاعات العشوائية الكاملة قد يكون من غير الممكن توزيع كل توليفات العوامل محل الدراسة داخل قطاع واحد. وهذا قد يحدث عندما تحتاج بعض هذه العوامل عدد كبير من الوحدات التجريبية لتقييمها بينما يوجد عوامل أخرى تحتاج إلى عدد أقل من الوحدات التجريبية. كما أنه قد تتفاوت فى بعض الأحيان درجة الدقة التى يود أن يوليها المجرب لدراسة ومقارنة العوامل المختلفة. ويقصد باصطلاح القطاعات المنشقة أن التجربة عبارة عن تجربه عاملية factorial experiment مع وجود مزج confounded بين العامل الرئيسى main effect والقطاعات blocks ولكن مع وجود عدد كافٍ من المكررات replicates لكى يمكن تقدير هذه العوامل. فإذا فرض أن مجرباً يود اختبار ٤ هجن من دجاج اللحم. تقييم الهجن هذا يحتاج إلى أعداد كبيرة من الطيور، وليكن 600 طائر من كل من الهجن. وإذا كان لدى المجرب ٥ حظائر فإنه يمكنه أن يصمم

التجربة مبدئيا كقطاعات عشوائية حيث تمثل كل حظيرة بقطاع ويقسم كل قطاع عشوائياً إلى ٤ أجزاء بكل جزء منها عدد 150 طائرا، كل جزء يخص أحد الهجن. فذا تم إجراء التوزيع عشوائيا ومستقلا لكل حظيرة (أى القطاع) وكانت الوحدة التجريبية هنا هى 150 طائر يصبح تحليل التباين كما يلى:

SOV	Df
القطاعات (الحظائر)	4
الهجن	3
الخطأ	12
الكلى	**19**

ويمكن استغلال الإمكانيات التجريبية إلى أكفأ حد فقد يود المجرب تجربة بعض علائق التسمين وعددها 3 على هذه الطيور. وبالتالي يقوم بتقسيم طيور كل هجين فى كل حظيرة إلى ثلاثة تحت أقسام sub-plot متساوية كل منها 50 طائر ويتم توزيع كل من هذه العلائق عليها عشوائياً. وتجرى هذه التعشية مستقلة تماماً فى كل الهجن والحظائر، ويمكن التعبير عن هذا التصميم التجريبى بالشكل التالى حيث القطاعات تمثل الحظائر (٥ قطاعات) والأقسام الرئيسية تمثل الهجن ويرمز لها بالحروف أ، ب، ج، د وتحت ٣ أقسام تمثل العلائق ويرمز لها بالأرقام ١، ٢، ٣:

الحظائر (أو القطاعات أو المكررات)

الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة
هجين أ	هجين ج	هجين د	هجين د	هجين ب
٢ ١ ٣	١ ٢ ٣	٣ ٢ ١	٢ ١ ٣	٢ ١ ٣
هجين ج	هجين أ	هجين أ	هجين ب	هجين ج
١ ٣ ٢	١ ٣ ٢	١ ٢ ٣	٣ ٢ ١	٢ ١ ٣
هجين ب	هجين د	هجين ج	هجين ج	هجين أ
٢ ١ ٣	٢ ١ ٣	٣ ٢ ١	٣ ٢ ١	١ ٣ ٢
هجين د	هجين ب	هجين ب	هجين أ	هجين د
١ ٣ ٢	١ ٣ ٢	٢ ٣ ١	٢ ١ ٣	٢ ١ ٣

ويمكن النظر إلى هذه التجربة كتجربتين اجريا على نفس المادة التجريبية. الأولى تجربة اختبارات الهجن والثانية اختبارات العلائق وتداخلها مع الهجن. العاملان

المدروسان وهما الهجن والعلائق يسمى أحدهما الأقسام الرئيسية main plots وهى الهجن والآخر تحت الأقسام sub-plots وهى العلائق.وهذا يتحدد من أى العاملين معشى داخل الآخر. فالعامل المعشى داخل الآخر يسمى بالتحت قسم بينما العامل المعشى داخله العامل الآخر يكون هو العامل الرئيسى. ويلاحظ هنا أنه يمكن مقارنة أى عليقتين (تحت قسم) ببعضهما داخل نفس الهجين بينما لا يمكن مقارنة هجينين داخل نفس العليقة وهذا ينعكس على المقارنات بين مستويات العوامل. فواضح أنه بمقارنة عليقتين تحت نفس الهجين تكون المقارنة أدق من مقارنة هجينين لأنهما ليسا تحت نفس العليقة وهذا ينعكس على اختبارات المعنوية التى ستجرى من جدول تحليل التباين.

وهذا التصميم شائع الاستخدام فى التجارب الحقلية التى يتطلب بعض عواملها مساحة أكبر من الأخرى، فمثلا اختبارات الجرارات تحتاج إلى مساحات كبيرة بينما اختبارات مسافات الزراعة قد تتطلب مساحة أقل بينما تجارب التسميد قد تتطلب مساحة أقل ... وهكذا. كما يستخدم هذا التصميم فى التجارب الحيوانية (وأحياناً دون وعى كاف) عندما يستمر أخذ المشاهدات على نفس الحيوان لفترة زمنية continuous in time فيما يعرف بالقياسات المتكررة repeated measures وهذه تتطلب عناية معينة سيتم تناولها فيما بعد.

١٥-١٠-١ النموذج الإحصائى

بغض النظر مؤقتاً عن تحت الأقسام فإنه يوجد تجربة مصممة كقطاعات عشوائية كما سبق توضيحه فى ١٥-١٠ وجدول تحليل التباين. والآن إذا أدخل فى الصورة العامل الجديد فإنه سيمثل مصدراً جديداً للتباين وكذلك تداخله مع العامل الرئيسى وسيكون لهما خطأ آخر غير ذلك التابع للعامل الرئيسى. ويمكن كتابة النموذج الرياضى للتجربة المبينة كما يلى:

$$Y_{ijk} = \mu - b_i - h_j - e_{1ij} - r_k - (hr)_{jk} - e_{2ijk}$$

حيث

μ تمثل المتوسط العام، b_i تمثل تأثير القطاع (الحظيرة) حيث $i = 1,\cdots,5$ أو n، h_j تمثل تأثير الهجين حيث $j = 1,2,3,4$ أو m، e_{1ij} تمثل الخطأ الأول بينما r_k تمثل تأثير العليقة حيث $k = 1,2,3$ أو p، $(hr)_{jk}$ تمثل التداخل بين العليقة k والهجين j ، e_{2ijk} تمثل الخطأ الثانى.

مثال ١٥-١٠

أورد Federer (1963) فى مثال عدد البذور النابتة من كل 100 بذرة فى تجربة مصممة كقطاعات منشقة لاختبار 8 أصناف نبات V (والتى تحتاج إلى وحدات تجريبية أكثر) و 4 معاملات للبذور للإنبات r (والتى تحتاج إلى مادة تجريبية أقل). وفى هذه التجربة يراد اختبار الأصناف كعامل رئيسى ومعاملات البذور كعامل تحت رئيسى على نسبة الإنبات فى البذور، وكانت النتائج كالتالى:

المكررة (القطاع) الأولى

الصنف					المجموع
V_1	r_2 12	r_3 13	r_1 66	r_4 6	97
V_3	r_4 10	r_1 51	r_2 8	r_3 20	89
V_4	r_1 52	r_4 13	r_3 19	r_2 4	88
V_6	r_3 28	r_2 14	r_4 8	r_1 59	109
V_5	r_3 9	r_4 12	r_1 45	r_2 20	86
V_2	r_2 26	r_3 27	r_1 77	r_4 15	145
V_8	r_4 9	r_2 14	r_3 30	r_1 49	102
V_7	r_2 12	r_3 26	r_4 15	r_1 56	109
مجموع					825

المكررة الثانية

الصنف					المجموع
V_4	r_3 16	r_2 15	r_4 9	r_1 40	80
r_4 V_7	r_1 38	r_3 16	r_2 16	r_4 8	78
V_8	15	r_1 41	r_3 28	r_2 20	104
V_5	r_2 13	r_4 12	r_1 51	r_3 10	86
V_1	r_4 12	r_1 63	r_3 13	r_2 10	98
V_2	r_3 5	r_1 47	r_2 11	r_4 4	67
V_6	r_2 8	r_3 32	r_4 21	r_1 66	127
V_3	r_2 16	r_3 30	r_1 81	r_4 14	141
مجموع					781

المكررة الثالثة

الصنف					المجموع
V_7	r_4 7	r_3 24	r_2 16	r_1 45	92
V_8	r_3 36	r_2 25	r_1 54	r_4 12	127
V_6	r_1 49	r_3 29	r_4 16	r_2 8	102
V_5	r_3 12	r_1 52	r_2 16	r_4 11	91
V_4	r_3 7	r_1 59	r_2 11	r_4 7	84
V_3	r_3 29	r_2 14	r_4 10	r_1 63	116
V_1	r_2 13	r_4 7	r_1 70	r_3 11	101
V_2	r_2 18	r_1 66	r_3 11	r_4 15	110
مجموع					823

ويمكن كتابة النموذج الرياضى للتجربة كما يلى:

$$Y_{ijk} = \mu - b_i - v_j - e_{1ij} - t_k - (vt)_{jk} - e_{2ijk}$$

حيث

μ تمثل المتوسط العام،

b_i تمثل تأثير القطاع حيث $i = 1,2,3$،

v_j تمثل تأثير الصنف حيث $j = 1, 2, \cdots, 8$ ،

e_{1ij} تمثل الخطأ أ،

t_k تمثل تأثير المعاملة k حيث $k = 1, 2, 3, 4$ ،

$(vt)_{jk}$ تمثل التداخل بين الصنف j والمعاملة k،

e_{2ij} تمثل الخطأ ب.

ومن بيانات التجربة يمكن عمل الملخص التالى:

المعاملات	الأصناف								المجموع	المتوسط
	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8		
r_1	199	190	195	151	148	174	139	144	**1340**	**55.8**
r_2	35	55	38	30	49	24	44	59	**334**	**13.9**
r_3	37	43	79	42	31	89	66	94	**481**	**20.0**
r_4	35	34	34	29	35	51	30	36	**274**	**11.4**
المجموع	**296**	**322**	**346**	**252**	**263**	**238**	**279**	**333**	**2429**	
المتوسط	**24.7**	**26.8**	**28.8**	**21.0**	**21.9**	**28.2**	**23.2**	**27.7**		**25.3**

ويمكن حساب مجموع المربعات للمصادر المختلفة من التباين كما يلى:

الكلى عن المتوسط:

$$= (12)^2 + (13)^2 + \cdots + (11)^2 + (15)^2 - \frac{(2429)^2}{96} = 36736.24$$

بين المكررات:

$$= \frac{(825)^2 + (781)^2 + (823)^2}{32} - \frac{(2429)^2}{96} = 38.58$$

بين الأصناف:

$$= \frac{(296)^2 + (322)^2 + \cdots + (279)^2 + (333)^2}{12} - \frac{(2429)^2}{96} = 763.16$$

الخطأ أ: وهو حسابياً يساوى التداخل بين الأصناف والمكررات (أو القطاعات)

$$=\frac{(97)^2+(89)^2+\cdots+(101)^2+(110)^2}{4}-\frac{(2429)^2}{96}-38.58-763.16=1377.25$$

بين المعاملات:

$$=\frac{(1340)^2+\cdots+(274)^2}{24}-\frac{(2429)^2}{96}=30774.28$$

التداخل بين الأصناف والمعاملات:

$$=\frac{(199)^2+(190)^2+\cdots+(30)^2+(36)^2}{3}-\frac{(2429)^2}{96}$$
$$-763.16-30774.28=2620.13$$

لخطأ ب (المتبقى):

$$=36736.24-38.58-763.16-1377.25-30774.28-2620.13=1162.84$$

ويمكن تكوين جدول تحليل التباين ١٥-١٣.

وبفرض أن كلا من الأصناف والمعاملات ثابتة فتجرى اختبارات فروض العدم كما يلى:

فرض العدم: الفروق بين الأصناف = صفر، $F=\frac{109.02}{98.3}=1.1$

وهى غير معنوية ولا يرفض فرض العدم.

فرض العدم: الفروق بين المعاملات = صفر، $F=\frac{10258.09}{24.23}=423.36$

وهى معنوية جداً ويرفض فرض العدم.

فرض العدم: التداخل = صفر، $F=\frac{124.77}{24.23}=5.15$

وهى معنوية ويرفض فرض العدم.

جدول ١٥-١٣ تحليل التباين لتجربة مصممة كقطاعات منشقة بعدد مكررات $n = 3$، عدد أقسام رئيسية (أصناف) $m = 8$، عدد أقسام تحت رئيسية (معاملات) $p = 4$

SOV	df	SS	MS
الأقسام الرئيسية:	$mn - 1 = 23$		
مكررات	$n - 1 = 2$	38.58	19.29
أصناف (V)	$m - 1 = 7$	763.16	109.02
خطأ أ	$(m - 1)(n - 1) = 14$	1377.25	98.38
الأقسام تحت رئيسية:	$mn(p - 1) = 72$		
معاملات (r)	$p - 1 = 3$	30774.28	10258.09**
R X V	$(m - 1)(p - 1) = 21$	2620.13	124.77*
خطأ ب	$m(n - 1)(p - 1) = 48$	1162.84	24.23
الكلى	$mnp - 1 = 95$	**36736.24**	

لاحظ أن الخطأ القياسى لكل من متوسطات المعاملات يمكن الحصول عليه كالتالى:

$$\sqrt{\frac{MS\,error(b)}{nm}} = \sqrt{\frac{24.23}{3x8}} = 1.005$$

أما الخطأ القياسى لكل من متوسطات الأصناف فيمكن الحصول عايه كالتالى:

$$\sqrt{\frac{MS\,error(a)}{np}} = \sqrt{\frac{98.38}{3x4}} = 2.863$$

وهناك ملاحظتان يجدر الإشارة إليهما بخصوص جدول ١٥-١٤:

أولاً: متوسط مربعات الخطأ (ب) أقل من متوسط مربعات الخطأ (أ) وهذا متوقع لأن المقارنات بين الأقسام تحت رئيسية تتم تحت نفس القسم الرئيسى.

ثانياً: درجات الحرية للخطأ (أ) أقل دائماً عن تلك للخطأ (ب).

وكلا الملاحظتين تؤديان إلى أن تكون اختبارات معنوية الأقسام الرئيسية (أى الأصناف) أقل دقه وأقل قوة من اختبارات كل من الأقسام تحت الرئيسية والتداخل بين المعاملات الرئيسية والمعاملات تحت الرئيسية وهذا ما أشير له عند تقديم هذا التصميم.

ولفصل المتوسطات بفرض أن العوامل ثابتة يكون هناك عدة احتمالات كما يلى:

مقارنة معاملة رئيسية بأخرى (أى الأصناف فى المثال السابق) مثلا $(V_1 - V_2)$ فن الفرق بين المتوسطين هنا له خطأ قياسى قدره:

$$= \sqrt{\frac{2\,MSerror(a)}{np}} = \sqrt{\frac{(2)(98.38)}{3x4}} = 4.049$$

والفرق بين متوسطين لمعاملتين تحت رئيسيتين (أى المعاملة فى المثال السابق) فى نفس القسم أى $(t_1 - t_2)$ مثلا له خطأ قياسى:

$$= \sqrt{\frac{2\,MSerror(b)}{nm}} = \sqrt{\frac{(2)(24.23)}{3x8}} = 1.421$$

والفرق بين متوسطى معاملتين رئيسيتين (أصناف) عند نفس المعاملة تحت ارئيسية أى $(V_2t_1 - V_1t_1)$ مثلا لها خطأ قياسى:

$$= \sqrt{\frac{2[(p-1)MSerror(b) + MSerror(a)]}{np}}$$

$$= \sqrt{\frac{2[(4-1)(24.23) + 98.38]}{3x4}} = 5.34$$

ولمقارنات أخرى يرجع إلى Federer (1963).

وبمقارنة كفاءة تصميم القطاعات المنشقة بالقطاعات العشوائية مثلا ستظهر أن لها نفس درجة الكفاءة بصفة عامة بالنسبة للعاملين معا إلا أن تصميم القطاعات العشوائية يستقطع من كفاءة العامل الرئيسى ليزيد من كفاءة العامل تحت الرئيسى وللاستزادة فى هذا الموضوع يرجع إلى Federer (1963), Cochran and Cox (1957) وكذلك لحساب القيم الغائبة.

مثال ١٥-١١

حل مثال ١٥-١٠ باستخدام برنامج SAS

```
DATA  SPLITP;
INPUT  REP  VARITY  TRT  PLANT @@;
CARDS;
1 1 1 66 1 1 2 12 1 1 3 13 1 1 4 6 1 2 2 26 1 2 3 27 1 2 1 77
1 2 4 15 1 3 1 51 1 3 2 8 1 3 3 20 1 3 4 10 1 4 1 52 1 4 2 4
1 4 3 19 1 4 4 13 1 5 1 45 1 5 2 20 1 5 3 9 1 5 4 12 1 6 1 59
1 6 2 8 1 6 3 28 1 6 4 14 1 7 1 56 1 7 2 12 1 7 3 26 1 7 4 15
1 8 1 49 1 8 2 14 1 8 3 30 1 8 4 9 2 1 1 63 2 1 2 10 2 1 3 13
2 1 4 12 2 2 1 47 2 2 2 11 2 2 3 5 2 2 4 4 2 3 1 81 2 3 2 16
2 3 3 30 2 3 4 14 2 4 49 2 4 3 16 2 4 1 40 2 4 2 15 2 5 1 51
2 5 2 13 2 5 3 10 2 5 4 12 2 6 1 66 2 6 2 8 2 6 3 32 2 6 4 21
2 7 1 38 2 7 2 16 2 7 3 16 2 7 4 8 2 8 1 41 2 8 2 20 2 8 3 28
2 8 4 15 3 1 1 70 3 1 2 13 3 1 3 11 3 1 4 7 3 2 1 66 3 2 2 18
3 2 3 11 3 2 4 15 3 3 1 63 3 3 2 14 3 3 3 29 3 3 4 10 3 4 1 59
3 4 2 11 3 4 3 7 3 4 4 7 3 5 1 52 3 5 2 16 3 5 3 12 3 5 4 11
3 6 1 49 3 6 2 8 3 6 3 29 3 6 4 16 3 7 1 45 3 7 2 16 3 7 3 24
3 7 4 7 3 8 1 54 3 8 2 25 3 8 3 36 3 8 4 12
PROC GLM;
CLASS  REP  VARITY  TRT;
MODEL PLANT = REP  VARITY  REP*VARITY  TRT
                        VARITY*TRT/SS3;
TEST H = REP E = REP*VARITY / HTYPE  = 3 ETYPE = 3;
TEST H = VARITY  E = REP*VARITY / HTYPE = 3 ETYPE = 3;
MEANS VARITY / DUNCAN  E =REP*VARITY  ETYPE = 3;
MEANS TRT/DUNCAN ETYPE=3;
LSMEANS VARITY / E = REP*VARITY  STDERR;
LSMEANS TRT/STDERR;
RUN;
```

لاحظ

تم اختبار الأصناف والمكررات باستخدام خطأ (أ) والذى يمثل فى النموذج بـــ REP*VARITY. واستخدم فى هذه الحالة أمر TEST والذى لابد أن يذكر معه H والتى تمثل المتغير المراد اختباره وكذلك E والتى تمثل الخطأ المراد استخدامه فى الاختبار.

تم وضع نوع type مجموع المربعات المراد استخدامه، وقد استخدم فى هذا البرنامج النوع الثالث type III والذى لابد أن يحدد لكل من H و E باستخدام HTYPE=3 و ETPYPE=3.

عند الرغبة فى استخدام اختبار الفصل بين المتوسطات، وهو Duncan فى هذا المثال، لابد من تحديد الخطأ المراد استخدامه والذى إذا لم يحدد فإن البرنامج سيستخدم خطأ النموذج، والذى يمثل الخطأ (ب) فى المثال السابق. لذلك عند الرغبة فى التفرقة بين متوسطات الأصناف فلابد من استخدام الخطأ (أ) والذى يعبر عنه باختيار E=REP*VARITY وكذلك تحديد نوعه والذى عبر عنه باختيار ETYPE = 3.

استخدم اختيار LSMEANS للحصول متوسطات أقل المربعات (سبق شرح هذا المفهوم من قبل) للعوامل التى تذكر بعد هذا الاختيار (الصنف والمعامله فى هذا المثال) وكذلك الحصول على الخطأ القياسى لهذه المتوسطات باستخدام اختيار STDERR مع ذكر نوع الخطأ الذى سوف يستخدم فى حساب الخطأ القياسى عن طريق استخدام اختيار E=REP*VARITY لحساب الخطأ القياسى للأصناف والذى إذا لم يحدد فإن البرنامج سيستخدم خطأ النموذج (وهو الخطأ ب) وهذا من الأخطاء الشائعة فى مثل هذه الحالات.

نتائج التحليل

The GLM Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
REP	3	1 2 3
VARITY	8	1 2 3 4 5 6 7 8
TRT	4	1 2 3 4

Number of observations 96

Dependent Variable: PLANT

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	47	35573.40625	756.88098	31.24	<.0001
Error	48	1162.83333	24.22569		
Corrected Total	95	36736.23958			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	PLANT Mean
0.968346	19.45279	4.921960	25.30208

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
REP	2	38.58333	19.29167	0.80	0.4568
VARITY	7	763.15625	109.02232	4.50	0.0006
REP*VARITY	14	1377.25000	98.37500	4.06	0.0001
TRT	3	30774.28125	10258.09375	423.44	<.0001
VARITY*TRT	21	2620.13542	124.76835	5.15	<.0001

Tests of Hypotheses Using the Type III MS for REP*VARITY as an Error Term

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
REP	2	38.5833333	19.2916667	0.20	0.8241
VARITY	7	763.1562500	109.0223214	1.11	0.4100

Duncan's Multiple Range Test for PLANT

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	14
Error Mean Square	98.375

Number of Means	2	3	4	5	6	7	8	
Critical Range	8.685	9.100	9.357	9.530	9.653	9.742	9.810	

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	VARITY
A	28.833	12	3
A	28.167	12	6
A	27.750	12	8
A	26.833	12	2
A	24.667	12	1
A	23.250	12	7
A	21.917	12	5
A	21.000	12	4

Duncan's Multiple Range Test for PLANT

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	48
Error Mean Square	24.22569

Number of Means	2	3	4
Critical Range	2.857	3.005	3.102

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	TRT
A	55.833	24	1
B	20.042	24	3
C	13.917	24	2
C	11.417	24	4

Least Squares Means

Standard Errors and Probabilities Calculated Using the Type III MS for REP*VARITY as an Error Term

VARITY	PLANT LSMEAN	Standard Error	Pr > |t|
1	24.6666667	2.8632004	<.0001
2	26.8333333	2.8632004	<.0001
3	28.8333333	2.8632004	<.0001
4	21.0000000	2.8632004	<.0001
5	21.9166667	2.8632004	<.0001
6	28.1666667	2.8632004	<.0001
7	23.2500000	2.8632004	<.0001
8	27.7500000	2.8632004	<.0001

TRT	PLANT LSMEAN	Standard Error	Pr > |t|
1	55.8333333	1.0046910	<.0001
2	13.9166667	1.0046910	<.0001
3	20.0416667	1.0046910	<.0001
4	11.4166667	1.0046910	<.0001

١٥-١٠-٢ أشكال أخرى من تصميم القطاعات المنشقة

قد تتطلب الحاجة إلى أن يؤخذ عامل ثالث ويعشى داخل العامل الثانى (غير الرئيسى) لنفس الدواعى التي سبق ذكرها من حجم المادة التجريبية المتطلب ودرجة الدقة المنشودة ... الخ. وفى هذه الحالة يسمى التصميم القطاعات المنشقة المنشقة Split split-plot design وهكذا إلى أى درجة توجبها التجربة.

كما لوحظ فى تحليل المثال ١٥-١٠ أن العامل الرئيسى وهو الأصناف كان يتبع تصميم القطاعات العشوائية بينما العامل تحت الرئيسى يتبع التصميم تام العشوائية. ولكن هذا ليس هو الحال بالضرورة فى جميع الحالات. فقد يصمم العامل الرئيسى مثلا تصميما تام العشوائية والتحت رئيسى كتام العشوائية أيضاً. كأن يكون هناك مثلا ثلاث سلالات وبكل سلالة عشر حيوانات مختارة عشوائياً، إلى هنا والتجربة تصميمها تام العشوائية. وإذا طبقت معاملات على الحيوانات عشوائياً فإن هذه المعاملات تعتبر تحت أقسام، فكلا العاملين الرئيسى والتحت رئيسى يتبعان التصميم تام العشوائية. وقد يكون العامل الرئيسى تابعا لتصميم المربع اللاتينى بينما العامل التحت رئيسى يتبع العشوائى التام، أو أيضاً المربع اللاتينى. وهكذا يمكن مزج أى تصميمات بالنسبة للعامل الرئيسى والعامل التحت رئيسى طبقاً لمقتضيات المادة التجريبية.

ويبين الشكل التالى تجربة قطاعات منشقة لأربعة مستويات للعامل الرئيسى A مصممة كمربع لاتينى ٤ × ٤ وثلاث مستويات للعامل B كتحت رئيسى يتبع التصميم تام العشوائية.

	عمود ١	عمود ٢	عمود ٣	عمود ٤
صف ١	a_4: b_2, b_3, b_1	a_3: b_3, b_1, b_2	a_2: b_3, b_2, b_1	a_1: b_1, b_3, b_2
صف ٢	a_3: b_1, b_3, b_2	a_2: b_1, b_2, b_3	a_1: b_3, b_2, b_1	a_4: b_3, b_1, b_2
صف ٣	a_2: b_1, b_2, b_3	a_1: b_2, b_1, b_3	a_4: b_1, b_2, b_3	a_3: b_2, b_3, b_1
صف ٤	a_1: b_2, b_1, b_3	a_4: b_1, b_2, b_3	a_3: b_1, b_3, b_2	a_2: b_2, b_1, b_3

ويمكن وضع تحليل التباين لمثل هذا التصميم كما يلى:

SOV	df
العامل الرئيسي:	$(a^2 - 1) = 15$
أعمدة	$(a - 1) = 3$
صفوف	$(a - 1) = 3$
معاملة A	$(a - 1) = 3$
خطأ أ	$(a - 1)(a - 2) = 6$
العامل تحت الرئيسي	$a^2(b - 1) = 32$
معاملة B	$(b - 1) = 2$
تداخل A x B	$(a - 1)(b - 1) = 6$
خطأ ب	$a(a - 1)(b - 1) = 24$
الكلى	$a^2b - 1 = 47$

وهناك تصميم على علاقة بتصميمات القطاعات المنشقة يطلق عليه split block وفيه يكون كلا العاملين على قدم المساواة ولا يعشى أحدهما داخل الآخر ولكن كل يعشى على الآخر وفى هذه الحالة فإن التجربة تركز أكثر على التداخل بين العاملين. فإذا فرض أن هناك عاملين A (4 مستويات)، B (3 مستويات)، وزع A عشوائياً على المادة التجريبية بغض النظر عن B، ووزع B عشوائياً على نفس المادة التجريبية بغض النظر عن A ويصبح شكل التصميم كما يلى:

مكررة ١

	a_1	a_4	a_2	a_3
b_2				
b_1				
b_3				

مكررة ٢

	a_2	a_3	a_1	a_4
b_3				
b_2				
b_1				

ويكون تحليل التباين كما يلى:

SOV	df
مكررات	1
بين A	3
خطأ أ	3
بين B	2
خطأ ب	2
تداخل A x B	6
خطأ ج	6

ويختبر A، B، A × B على خطأ أ، خطأ ب، خطأ ج على التوالى.

١٥-١٠-٣ تنويه عن استخدام تصميم القطاعات المنشقة فى التجارب على الإنسان والحيوان والمحاصيل الحقلية المستديمة

فى التصميم الأساسى للقطاعات المنشقة يكون العامل الرئيسى معشى وأيضاً العامل تحت الرئيسى معشى داخل العامل الرئيسى. وهذا يؤدى إلي الاعتقاد بتجانس مصفوفة التباين والتغاير الخاصة بمستويات المعاملة تحت الرئيسية. فمثلا إذا كانت B هى العامل تحت الرئيسى فيتوقع وجود شرط أن تباينات المجاميع b_1، b_2 متساوية وكذلك تغاير كل b مع الأخرى. هذا الشرط مطلوب وضروري لإجراء اختبار F سليم. تخيل أن باحث يقارن بين سلالتين من الحيوانات من حيث إنتاج الحيوانات المنوية ويأخذ عشوائياً 10 حيوانات من كل سلالة، وهو أيضاً يدرس أثر المواسم المختلفة الأربعة على إنتاج السائل المنوى على هذه الحيوانات فإن هذا ما أطلق عليه تصميم القطاعات المنشقة المستمر فى الزمن Split plot design continuous in time وشاع استخدامه فى هذا النوع من التجارب حيث تعتبر السلالات (أو اى أقسام أخرى) العامل الرئيسى والمواسم العامل تحت الرئيسى. وفى التجربة سابقة الشرح يكون تحليل التباين كالتالى:

SOV	df
بين السلالات	1
بين الحيوانات داخل السلالات (خطأ أ)	18
بين المواسم	3
التداخل بين السلالات والمواسم	3
المتبقى (خطأ ب)	54
الكلى	**79**

وعادة ما يستخدم خطأ (أ) لاختبار السلالات وهذا صحيح تماماً. ولكن عند النظر إلى المواسم فإنها لم تعش بالمعنى السابق شرحه. هذه التعشية هى التى تضمن تجانس مصفوفة التباين والتغاير بين مجاميع المعاملة تحت رئيسية (المواسم). وللفرد أن يظن أن التغاير بين موسمين متتاليين على نفس الحيوان سيكون أعلى من التغاير بين موسمين غير متتاليين. وإذ صح هذا الظن فإن المجرب يكون قد تجاوز الحدود بهذا التصميم وعليه:

أولا: أن يختبر مصفوفة التباين والتغاير هذه،

ثانيا: أنه ليس هناك أثر باقى فى الحيوان فى مجموعة حالية من المجموعة السابقة. وسوف يتم تناول هذا الاختبار فيما بعد.

وقد حذر كل من Allen et al (1983)، Rowell and Walter (1976) من مثل هذا الاستخدام الجائر وتطرقا إلى أساليب لمعالجة مثل هذا النوع من البيانات، وهذه المعالجة تختلف باختلاف المواقف. ومن هذه الأساليب استخدام الـ multivariate analysis polynomial أو تحليل التغاير covariance analysis.

ومع وجوب التحفظ الشديد حتى فى إتباع تصميم القطاعات المنشقة فى البيانات المستمرة فى الزمن continuous in time وتخصيص خطأ مستقل لكل من العوامل المدروسة فإن كثيراً من البحوث تجرى تحليلاتها بافتراض تمام استقلالية المشاهدات وتجانس مصفوفة تباينها وتغايرها وهذا تجاوز أبشع يجب العمل على تلافيه تماماً. والمثل السيئ لهذا هو أن تحلل التجربة السابقة كما يلى:

SOV	df
بين السلالات	1
بين المواسم	3
التداخل بين السلالات والمواسم	3
الخطأ	72
الكلى	**79**

١٥- ١١ تحليل المشاهدات المتكررة على نفس الوحدة التجريبية

يقصد بالمشاهدات المتكررة بصفة عامة أنها البيانات التى تعبر عن الاستجابة والتى تقاس على الوحدة التجريبية فى فترات متعددة. إذا تكررت المشاهدة مرتين على نفس الفرد فإن تحليل مثل هذه البيانات قد تم شرحه سابقاً "اختبار ("t" للأزواج). ولكن فى هذا الفصل سيتم شرح طرق التحليل فى حالة ثلاثة مشاهدات أو أكثر. وقد نال هذا الموضوع أهمية مؤخرا فقط، مثلاً أنظر Davis (2002).

فكثير من التجارب تصمم على أن تقاس استجابة الفرد على فترات لمعرفة تطور هذه الاستجابة. وتجارب أخرى تصمم على أخذ المشاهدة على نفس الفرد واستخدام هذا الفرد عدة مرات لتسجيل مشاهدات أخرى. مثال الحالة الأولى أن يحقن حيوان بهرمون ويؤخذ عليه عدة مشاهدات لتسجيل تركيز الهرمون على فترات زمنية معينة.

ومثال الحالة الثانية أن تقاس درجة حرارة الحيوان فى الصيف ثم تقاس درجة حرارته ثانياً وثالثاً ورابعاً فى الخريف والشتاء والربيع. فمثلا مجرب يريد أن يدرس أثر نظامين لإيواء الأبقار (نظام مسقوف وآخر مكشوف) على درجة حرارة الحيوان (درجة حرارة المستقيم) خلال اليوم (عند الساعات ٦، ١٢، ١٨، ٢٤)، المجرب لديه ٣٢ حيوانا متماثلاً. ويقوم بتقسيم الحيوانات إلى ٨ (= ٢ نظام × ٤ أوقات) مجاميع عشوائية ويخصص لكل توليفة نظام إيواء ووقت ٤ حيوانات كما فى الشكل التالى:

	الساعة ٦		الساعة ١٢		الساعة ١٨		الساعة ٢٤	
إيواء مسقوف	١	٥	٨	٢٥	٣	٢٢	١٢	١٣
	١٧	١٨	١٥	٢١	٩	٢٦	٣٢	٢
إيواء مكشوف	٦	٢٠	٢٣	٣٠	١٠	٢٤	٤	١٦
	٧	١٩	١٤	٢٩	١١	٢٧	٢٨	٣١

ويصبح توزيع درجات الحرية (وبالتالى التحليل) كما يلى:

df	SOV
1	نظام الإيواء
3	الوقت
3	نظام الإيواء x الوقت
24	الخطأ (حيوان داخل توليفة الإيواء والوقت)
31	**الكلى**

ولكن بفرض أن المجرب قرر ألا يعشى الحيوانات على الوقت وتم قياس درجات الحرارة فى الأربع أوقات على نفس الحيوان فيصبح التصميم كما هو موضح بالشكل التالى:

أرقام الحيوانات تحت نظام الإيواء المسقوف

الوقت	٢	٥	٧	١٢	١٥	١٦	١٧	١٨	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٧	٢٩	٣٠	٣١
٦																
١٢																
١٨																
٢٤																

أرقام الحيوانات تحت نظام الإيواء المكشوف

الوقت	١	٣	٤	٦	٨	٩	١٠	١١	١٣	١٤	١٩	٢٠	٢٥	٢٦	٢٨	٣٢
٦																
١٠																
١٨																
٢٤																

ويكون شكل التحليل كالتالى:

df	SOV
1	نظام الإيواء
30	الحيوانات (داخل الإيواء) = خطأ أ
3	الوقت
3	نظام الإيواء x الوقت
90	الخطأ = خطأ ب
127	**الكلى**

الفرق بين التحليلين السابقين هو لب تحليل المشاهدة المتكررة. ففى التحليل الأول كانت الوحدة التجريبية هى الحيوان ولكن فى التحليل الثانى كانت الوحدة التجريبية هى القياس فى الوقت المعين ويوجد منه ١٢٨ قياس.

ويلاحظ التشابه بين التحليل الثانى وتصميم القطاعات المنشقة مع فارق هام هو أنه لم تتم التعشية على الوقت على خلاف القطاعات المنشقة حيث تتم مثل هذه التعشية. بمعنى أن المتغير الأول له مستويين هما نظاما الإيواء وفيه تعشى الحيوانات على الإيواء حيث يمثل مصدر التباين الحيوانات داخل الإيواء الخطأ (أ). أما المتغير الثاني وهو الوقت وله الخطأ الأخير ذو الـــ ٩٠ درجة حرية وهو ما قد يطلق عليه الخطأ (ب) ولم تتم التعشية على الوقت على خلاف القطاعات المنشقة حيث تتم مثل هذه التعشية، أى أن نفس الحيوان سيقاس عليه الأربع أوقات. والسؤال هنا هل غياب التعشية أمر مسموح به أو مرغوب؟ من المهم معرفة أن هذا أمر مجافى تماماً للفرض بأن جميع المشاهدات مستقلة، فكون المشاهدة تؤخذ على نفس الحيوان يخلق ارتباطاً محتملاً بين هذه المشاهدات وهذا إخلال بالفرض الأساسى، إذن كيف التصرف فى مثل هذه الحالة؟

١٥-١١-١ مميزات ومضار المشاهدات المتكررة

١- المشاهدات المتكررة هى إخلال صريح لاختبارات فرض العدم (أى استقلالية المشاهدات) ولكن لا يمكن التغاضى عن هذا فى التحليل إلا بعد إتمام بعض الاختبارات التى سيتم شرحها فيما بعد.

٢- واضح جداً أن المشاهدات المتكررة تزيد كثيراً من درجات الحرية المتاحة للمتغير الذى لم يتم عليه التعشية وعليه فإن قوة اختبار فرض العدم تزيد، (فى المثال السابق 24 درجة حرية للخطأ فى التحليل الأول مقارنة بـ 90 درجة فى التحليل الثانى).

٣- تثبيت قياس المعاملة فى أوقات مختلفة على نفس الحيوان يزيل أثر الحيوان وربما يوضح بدرجة أكبر فرق المعاملات. وهذا نفس المنطق الذى من أجله يستخدم اختبار t فى حالة الأزواج.

إذا توافرت الاشتراطات اللازمة لإتباع التحليل الثانى فإن هذا سيؤدى إلى خفض عدد الوحدات التجريبية إلى حد كبير وبالتالى خفض تكاليف التجربة. ويبين الشكل ١٥-٥ الاستراتيجية التى يمكن إتباعها عند وجود بيانات ذات مشاهدات متكررة.

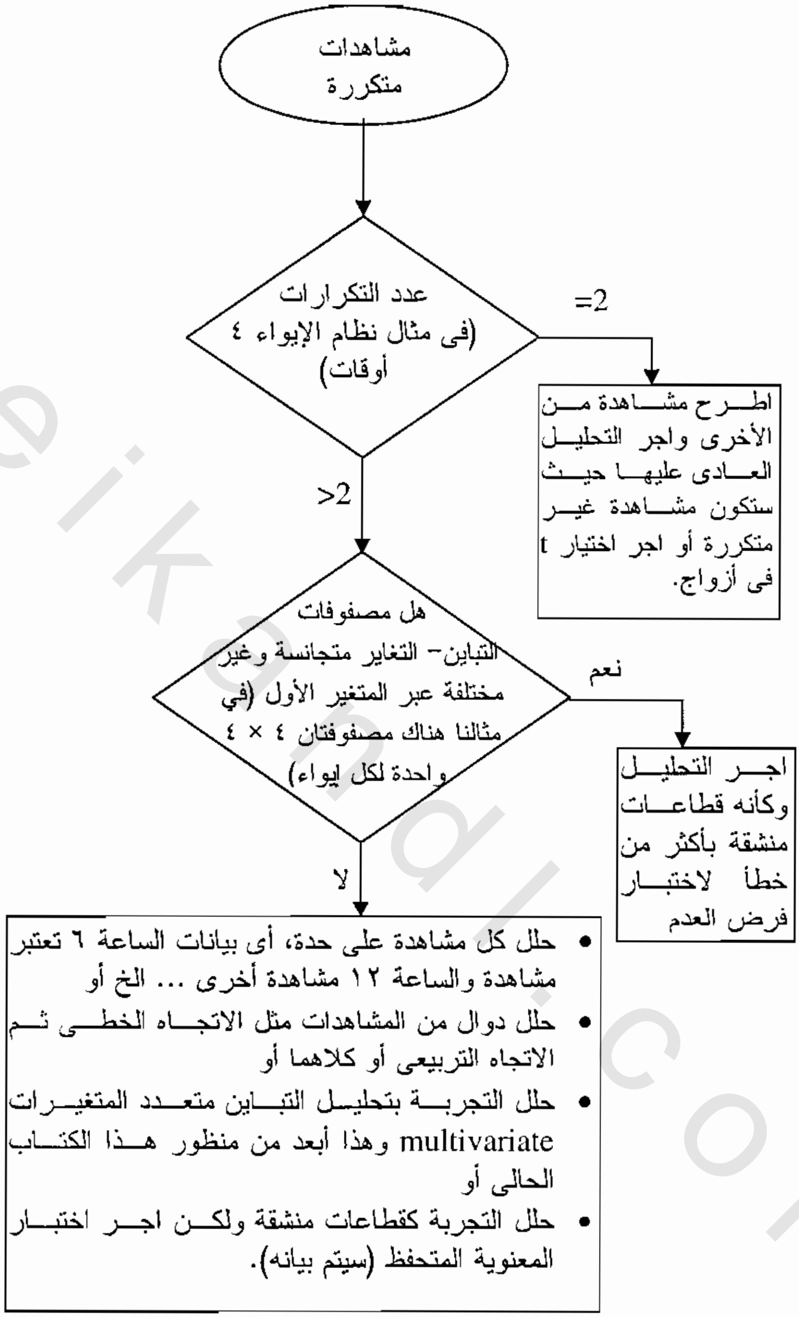
مثال ١٥-١٢

يقيس مجرب النشاط الجنسى لكباش بالمدة الزمنية التى يأخذها الكبش لاعتلاء النعجة عند إدخال نعجة شائعة عليه. والتالى المدد بالدقائق لثلاث تراكيب وراثية فى الأربعة فصول للسنة. وقد اختيرت الكباش عشوائيا من كل سلالة وأخذت المشاهدات على نفس الكبش فى الفصول الأربعة وكانت البيانات كالتالى:

السلالة	الحيوان	خريف	شتاء	ربيع	صيف
		فصل السنة			
مرينو	١	44	39	10	19
	٢	31	23	35	15
	٣	48	39	18	22
	٤	19	36	25	28
	٥	51	38	27	9
خليط	١	23	24	12	26
	٢	17	21	3	26
	٣	16	17	14	25
	٤	10	16	13	2
	٥	16	13	19	2
أوسيمى	١	36	16	9	30
	٢	21	44	19	23
	٣	21	14	23	26
	٤	20	34	25	38
	٥	48	23	17	21

ويكون تحليل التباين لبيانات مثال ١٥-١٢، إذا افترض تصميم القطاعات المنشقة، كما يلى:

SOV	df	SS	MS
السلالة	2	1833.23	916.62
الحيوانات/السلالة (خطأ أ)	12	600.00	50.00
الفصل	3	1016.98	338.99
السلالة x الفصل	6	770.77	128.46
خطأ ب	36	3426.90	95.16



شكل ١٥-٥ استراتيجية تحليل البيانات ذات المشاهدة المتكررة

مثال ١٥-١٣

حل مثال ١٥-١٢ باستخدام برنامج SAS

```
DATA  SHEEP;
INPUT  BREED $ SEASON $ ANIMAL TIME  @@;
*-- M = MERINO ---    C = CROSS ---    O = OSSIMI ----;
* -- A = AUTUMN --- W = WINTER --- S = SPRING ---
   SR =   SUMMER ---;
CARDS;
M A 1 44 M A 2 31 M A 3 48 M A 4 19 M A 5 51
M W 1 39 M W 2 23 M W 3 39 M W 4 36 M W 5 38
M S 1 10 M S 2 35 M S 3 18 M S 4 25 M S 5 27
M SR 1 19 M SR 2 15 M SR 3 22 M SR 4 28 M SR 5 9
C A 1 23 C A 2 17 C A 3 16 C A 4 10 C A 5 16
C W 1 24 C W 2 21 C W 3 17 C W 4 16 C W 5 13
C S 1 12 C S 2 3 C S 3 14 C S 4 13 C S 5 19
C SR 1 26 C SR 2 26 C SR 3 25 C SR 4 2 C SR 5 2
O A 1 36 O A 2 21 O A 3 21 O A 4 20 O A 5 48
O W 1 16 O W 2 44 O W 3 14 O W 4 34 O W 5 23
O S 1 9 O S 2 19 O S 3 23 O S 4 25 O S 5 17
O SR 1 30 O SR 2 23 O SR 3 26 O SR 4 38 O SR 5 21
PROC GLM;
CLASS BREED SEASON ANIMAL;
MODEL TIME = BREED ANIMAL(BREED) SEASON
                    BREED*SEASON/SS3;
TEST H = BREED E = ANIMAL(BREED)/ HTYPE  = 3 ETYPE = 3;
MEANS BREED / DUNCAN  E = ANIMAL(BREED)  ETYPE = 3;
MEANS SEASON / DUNCAN ETYPE=3;
LSMEANS BREED / E = ANIMAL(BREED)  STDERR;
LSMEANS SEASON / STDERR;
RUN;
```

نتائج التحليل

The GLM Procedure

Class Level Information

Class	Levels	Values
BREED	3	C M O
SEASON	4	A S SR W
ANIMAL	5	1 2 3 4 5

Number of observations 60

Dependent Variable: TIME

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	23	4220.983333	183.521014	1.93	0.0376
Error	36	3426.000000	95.166667		
Corrected Total	59	7646.983333			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	TIME Mean
0.551980	41.83849	9.755340	23.31667

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BREED	2	1833.233333	916.616667	9.63	0.0004
ANIMAL(BREED)	12	600.000000	50.000000	0.53	0.8839
SEASON	3	1016.983333	338.994444	3.56	0.0235
BREED*SEASON	6	770.766667	128.461111	1.35	0.2612

Tests of Hypotheses Using the Type III MS for ANIMAL(BREED) as an Error Term

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BREED	2	1833.233333	916.616667	18.33	0.0002

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	12
Error Mean Square	50

Number of Means	2	3
Critical Range	4.872	5.100

Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	BREED
A	28.800	20	M
A	25.400	20	O
B	15.750	20	C

Duncan's Multiple Range Test for TIME

NOTE: This test controls the Type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate.

Alpha	0.05
Error Degrees of Freedom	36
Error Mean Square	95.16667

Number of Means	2	3	4
Critical Range	7.224	7.595	7.836

Means with the same letter are not significantly different.

Dunean Grouping		Mean	N	SEASON
	A	28.067	15	A
	A	26.467	15	W
B	A	20.800	15	SR
B		17.933	15	S

Least Squares Means

Standard Errors and Probabilities Calculated Using the Type III MS for ANIMAL(BREED) as an Error Term

BREED	TIME LSMEAN	Standard Error	Pr > |t|
C	15.7500000	1.5811388	<.0001
M	28.8000000	1.5811388	<.0001
O	25.4000000	1.5811388	<.0001

SEASON	TIME LSMEAN	Standard Error	Pr > |t|
A	28.0666667	2.5188181	<.0001
S	17.9333333	2.5188181	<.0001
SR	20.8000000	2.5188181	<.0001
W	26.4666667	2.5188181	<.0001

د ١٥-١١-٢ اختبار صلاحية التحليل على أساس القطاعات المنشقة

يلزم اختبار تساوى مصفوفات التباين-التغاير وكذلك اختبار تماثل symmetry تلك المصفوفات حتى يكون تصميم القطاعات المنشقة صالحا valid للاستخدام فى حالة تحليل البيانات ذات المشاهدات المتكررة.

أولا: اختبار تساوى مصفوفات التباين-التغاير

١- تكوين مصفوفة تباين - تغاير var-cov matrix مصححة للمتوسط للمشاهدات المتكررة داخل كل مستوى أساسى (السلالات فى مثال ١٥-١٢).

٢- أى سوف يكون هناك المصفوفات A_1، A_2، A_3 للسلالات الثلاثة كما يلى:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 178.3 & 42.00 & -49.50 & -60.45 \\ 42.00 & 46.5 & -50.00 & 9.75 \\ -49.6 & -50.00 & 89.5 & -21.25 \\ -60.45 & 9.75 & -21.25 & 51.3 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 21.3 & 14.15 & -3.85 & 40.90 \\ 14.15 & 18.7 & -16.55 & 44.70 \\ -3.85 & -16.55 & 33.7 & -46.05 \\ 40.90 & 44.70 & -46.05 & 168.2 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 154.7 & -61.8 & -48.40 & -38.15 \\ -61.8 & 160.2 & 26.6 & 3.85 \\ -48.40 & 26.60 & 38.8 & 11.30 \\ -38.15 & 3.85 & 11.30 & 45.3 \end{bmatrix}$$

فالقيمة 178.3 مثلاً هى مجموع مربعات قيم المرينو المصححة في الخريف مقسوماً على درجات الحرية، أى

$$= [44^2 + 31^2 + \cdots + 51^2 - \frac{193^2}{5}]/4$$

والقيمة 42.00 هى مجموع حاصل ضرب مشاهدات الخريف فى مشاهدات الشتاء للمرينو مقسوماً على درجات الحرية، أى

$$= [(44)(39) + (31)(23) + \cdots + (51)(38) - \frac{(193)\,(175)}{5}]/4$$

٣- تحسب المصفوفة الكلية A_{pooled} وكل عنصر فيها هو متوسط العناصر الثلاثة المقابلة فى A_1، A_2، A_3 وهى:

$$A_{pooleed} = \begin{bmatrix} 118.100 & -1.883 & -33.917 & -19.233 \\ -1.883 & 75.1333 & -13.483 & 19.433 \\ -33.917 & -13.483 & 54.000 & -18.667 \\ -19.233 & 19.433 & -18.667 & 88.2667 \end{bmatrix}$$

حيث

$\frac{178.3 - 21.3 - 154.7}{3} = 118.100$، وهكذا لبقية العناصر.

٣ – حساب قيمة محدد determinant للمصفوفات A_1، A_2، A_3، A_{pooled} وللحصول علي ذلك للمثال ١٥–١٢ افترض:

عدد مستويات المتغير الأساسى (السلالات) p حيث $p = 3$

عدد مستويات المتغير الثانوى (الفصول) q حيث $q = 4$

عدد الوحدات داخل كل متغير أساسى n حيث $n = 5$

عدد الوحدات فى كل مستويات المتغير الأساسى N حيث $N = np = 15$

وبالرمز لمحدد المصفوفة بالخطين الرأسيين يمكن الحصول على المحددات التالية:

$$|A_1| = 2,368,612.38$$

$$|A_2| = 104,166.57$$

$$|A_3| = 17,040,426.05$$

$$|A_{pooled}| = 25,873,858.91$$

٤– حساب قيمة M_1 و E_1 حيث

$$M_1 = (N-p)\ln|A_{pooled}| - \left[\sum_{i}^{p}(n_i - 1)\ln|A_i|\right]$$

$$E_1 = \frac{2q^2+3q-1}{6(q+1)(p-1)}\left(\sum_{i}^{p}\frac{1}{n_i-1}-\frac{1}{N-p}\right)$$

حيث ln هو اللوغاريتم الطبيعي. وبالتعويض فى مثال ١٥-١٢ فإن

$$M_1 = (15-3)(17.069) - 4(14.678 - 11.554 - 16.651) = 33.296$$

$$E_1 = \frac{2(4^2)+3(4)-1}{6(4+1)(3-1)}\left[\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{15-3}\right]$$

$$= \frac{2(16)+11}{(30)(2)}\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{12}\right) = (1.394)(0.896) = 3.463$$

٥ – حساب χ_1^2 ودرجات الحرية لها حيث

$$\chi_1^2 = (1-E_1)M_1$$

ودرجات الحرية

$$df_1 = \frac{q(q+1)(p-1)}{2}$$

وبالتعويض فى مثال ١٥-١٢

$$\chi_1^2 = (1-3.463)(33.296) = 3.463$$

ودرجات الحرية

$$df_1 = \frac{4(4+1)(3-1)}{2} = 20$$

قيمة مربع كاى غير معنوية وعليه لا يرفض فرض العدم ويستخلص تساوى التباين– التغاير داخل السلالات.

ثانيا: اختبار تماثل symmetry المصفوفات

١– تكوين مصفوفة تسمى A_{ave} وذلك بأخذ متوسط كل العناصر القطرية من المصفوفة A_{pooled} لتشكل كل العناصر القطرية فى المصفوفة A_{ave}، ثم يؤخذ متوسط جميع القيم خارج القطر من المصفوفة A_{pooled} (نصف المصفوفة فقط) لتشكل بقية عناصر المصفوفة A_{ave}.

بالتعويض فى مثال ١٥-١٢ تكون القيم القطرية للمصفوفة A_{ave} عبارة عن

$$= \frac{118.1 - 75.1333 - 54 - 88.2667}{4} = 83.875$$

والقيم خارج القطر عبارة عن

$$= \frac{(-1883 - 33.917 - 19.233 - 13.483 - 19.433 - 18.667)}{6} = -11.292$$

وبالتالى تكون A_{ave} عبارة عن

$$A_{ave} = \begin{bmatrix} 83.875 & -11.292 & -11.292 & -11.292 \\ -11.292 & 83.875 & -11.292 & -11.292 \\ -11.292 & -11.292 & 83.875 & -11.292 \\ -11.292 & -11.292 & -11.292 & 83.875 \end{bmatrix}$$

٢- حساب محدد A_{ave}

فى مثال ١٥-١٢ يكون المحدد $\left|A_{ave}\right| = 43{,}094{,}771.06$

٣- حساب قيمة M_2 و E_2 حيث

$$M_2 = -(N-P)\ln\frac{\left|A_{pooled}\right|}{\left|A_{ave}\right|}$$

$$E_2 = \frac{q(q+1)^2(2q-3)}{6(N-P)(q-1)(q^2+q-4)}$$

بالتعويض فى مثال ١٥-١٢

$$M_2 = -(15-3)\ln\left(\frac{25{,}873{,}858.91}{43{,}094{,}771.06}\right) = -12\ln(0.600) = 6.122$$

$$E_2 = \frac{4(4+1)^2(8-3)}{6(15-3)(4-1)(16+4-4)} = \frac{500}{3456} = 0.145$$

٤- حساب χ_2^2 ودرجات الحرية لها حيث

$$\chi_2^2 = (1 - E_2)M_2$$

ودرجات الحرية

$$df_2 = \frac{q^2 + q - 4}{2}$$

وبالتعويض فى مثال ١٥-١٢

$$\chi_2^2 = (1 - 0.145)(6.122) = 5.234$$

ودرجات الحرية

$$df_2 = \frac{4^2 + 4 - 4}{2} = 8$$

وقيمة مربع كاى عند درجات الحرية هذه غير معنوية وعليه لا يرفض فرض العدم: أن المصفوفات الثلاثة متماثلة. وعليه يمكن تبنى تحليل القطاعات المنشقة واختبار معنويات الفروق بنفس الطريقة السابق شرحها عند مناقشة القطاعات المنشقة.

وفى حالة إذا بينَ التحليل أن مصفوفات التباين- التغاير غير متماثلة أو غير متساوية فيجرى تحليل التباين لقطاعات منشقة ولكن تضرب قيمة درجات الحرية للخطأ فى القيمة $\theta = [1/(1 - q)]$ وهذا من شأنه أن يجعل اختبار المعنوية أكثر تحفظا (أى يرفض فرض العدم بدرجة أقل أى الاختبار المتحفظ) يرجع فى هذا إلى Kirk (1995) و Geisser and Greenhouse (1958) .

١٥-١٢ تحليل التغاير Analysis of Covariance

فى كل التصميمات السابق شرحها كان هناك متغير واحد يقاس على الوحدة التجريبية وهذا المتغير يتم تحليل التباين فيه لمعرفة أثر العوامل المذكورة فى النموذج model. ففى مثال ١٥-١ كان هذا المتغير هو النمو فى الدجاج والعامل المؤثر هو كمية الفيتامين فى العليقة. بينما فى مثال ١٥-٤ كانت الصفة هى محصول اللبن بينما المؤثرات هى نوع الهوايات والحظائر وموسم الحليب ... وهكذا. وفى كثير من الأحيان يكون أحد العوامل المؤثرة على المتغير المدروس ليس بمتغير متقطع discrete ولكنه متغير متصل continuous أى متغير مستقل متصل. فعلى سبيل المثال إذا كانت التجربة هى دراسة أثر ثلاثة علائق على معدل التسمين فى الحملان، فإنه عادة ما يكون من غير الممكن الحصول على حملان متساوية فى وزنها الابتدائى. وبتوزيع الحملان عشوائياً على المعاملات الثلاث فإنه من المتوقع، ولكن ليس هناك ضمان، أن تتساوى المعاملات فى متوسط أوزانها الابتدائية، خصوصا إذا

صندوق ١٥-٢

تكرار المشاهدة على نفس الوحدة التجريبية وتجاهل هذا عند التحليل يعتبر أمراً مخلاً بافتراضات تحليل التباين (أساساً استقلال المشاهدات). إذا كان التكرار على الوقت أو المكان فإن هيكل البيانات يشبه تلك التابع للقطاعات المنشقة ولكن الأخيرة إذا صممت جيداً فإن المشاهدات بها تكون مستقلة. فى مثل هذه الحالات يمكن تحليل تجارب المشاهدات المتكررة على أنها قطاعات منشقة فقط بعد إتمام اختبارين هما تساوى مصفوفات التباين- التغاير وكذلك تماثلها. إذا لم يرفض فرض العدم بتجانسها أو تساويها- فإنه يمكن تحليل البيانات على أنها قطاعات منشقة أما إذا رفض أحد فرضى العدم (أى التساوى والتجانس) يمكن إجراء التحليل كقطاعات منشقة ولكن يستخدم اختبار معنوية متحفظ.

كانت الأعداد كبيرة، ولكن سيظل هناك تباين بين حملان المعاملة الواحدة نتيجة لاختلاف أوزانها الابتدائية. هذا التباين من شأنه أن يزيد من تباين الخطأ وبالتالى الإنقاص من كفاءة التجربة أو قوة الاختبار. هذا بجانب الاحتمال القائم أن يتدخل المجرب لفرض تساوى المتوسطات بتحريك الحملان من معاملة إلى أخرى بغرض تسوية المتوسطات الابتدائية والذى سيؤدى إلى تحيز النتائج وهذا أمر غير مرغوب فيه.

وتحليل التغاير ليس بالتصميم فى حد ذاته ولكنه وسيلة لضبط الخطأ وزيادة كفاءة التجربة ويمكن أن يكون مصاحباً لأى تصميم من التصميمات سالفة الذكر.

مثال ١٥-١٤

أراد مجرب أن يختبر الفروق بين ثلاثة علائق تسمين أ ، ب ، ج فاشترى 24 حملا من الأسواق ووزعها عشوائياً على الثلاث معاملات. وحيث أن الحملان لم تكن متساوية فى الأوزان عند الشراء، وحيث أنه من المعلوم أن الوزن الابتدائي في التسمين ممكن أن يكون له أثر على معدل زيادة الحيوان فى الوزن فإن المجرب أراد

أن يزيل أثر الوزن الابتدائى هذا على الوزن النهائى فى تجربته. والنتائج التالية تمثل التجربة حيث X هى الوزن الابتدائى للحمل بينما Y هى وزنه النهائى (هذا المثال يمثل تحليل التغاير فى تصميم تام العشوائية أو تقسيم أحادى الاتجاه).

الحيوان	عليقة أ		عليقة ب		عليقة ج	
	X	Y	X	Y	X	Y
١	24.5	38.5	25.6	40.5	22.6	29.9
٢	22.5	33.4	16.5	19.1	25.8	38.0
٣	25.5	38.0	18.5	22.3	24.5	29.0
٤	18.4	32.3	16.4	20.0	21.9	24.8
٥	16.9	24.4	20.4	25.1	18.9	19.2
٦	19.1	28.0	27.4	42.2	20.8	21.7
٧	23.2	42.5	14.4	15.1	22.8	28.4
٨	19.2	27.1	21.2	33.6	15.9	17.0
المجموع	**169.3**	**264.2**	**160.4**	**217.9**	**173.2**	**208.0**
المتوسط	**21.16**	**33.03**	**20.05**	**27.23**	**21.65**	**26.0**

إجمالى قيم X = 502.9 بمتوسط 20.95 كج وإجمالى قيم Y = 690.1 بمتوسط 28.75 كج.

وتحلل هذه البيانات مرة للمتغير Y ومرة للمتغير X ومرة ثالثة للمتغيرين X ، Y معاً كما يلى:

المتغير X:

مجموع المربعات الكلية

$$= (24.5)^2 + (22.5)^2 + \cdots + (15.9)^2 - \frac{(502.9)^2}{24} = 296.060$$

مجموع المربعات بين المعاملات

$$= \frac{(169.3)^2 + (160.4)^2 + (173.2)^2}{8} - \frac{(502.9)^2}{24} = 10.761$$

داخل المعاملات $= 296.060 - 10.761 = 285.299$

المتغير Y :

مجموع المربعات الكلية

$$= (38.5)^2 + (33.4)^2 + \cdots + (17)^2 - \frac{(690.1)^2}{24} = 1561.80$$

مجموع المربعات بين المعاملات

$$= \frac{(264.2)^2 + (217.9)^2 + (208)^2}{8} - \frac{(690.1)^2}{24} = 225.006$$

داخل المعاملات $= 1561.18 - 225.006 = 1336.174$

المتغيرين X ، Y معاً

هنا يكمن الجديد فى هذا الجزء. والجديد هنا بسيط جداً حيث إنه بدلا من تربيع كل من X أو Y بمفردها فإن أحدهما يضرب فى الآخر للحصول على التغاير بينهما وتحليله كما يلى:

مجموع حاصل الضرب الكلى

$$= (24.5)\,(38.5) + (22.5)\,(33.4) + \cdots + (15.9)\,(17) - \frac{(690.1)\,(502.9)}{24}$$

$$= 15043.95 - 14460.47 = 583.48$$

مجموع حاصل الضرب بين المعاملات

$$= \frac{(169.3)\,(264.2) - (160.4)\,(217.9) - (173.2)\,(208.0)}{8} - \frac{(690.1)(502.9)}{24}$$

$$= 2.757$$

مجموع حاصل الضرب داخل المعاملات $= 5843.48 - 2.757 = 580.723$

وجدير بالذكر أنه بينما لا يمكن لتباينات كل من X و Y أن تأخذ قيماً سالبة، فإن التغاير بينهما ممكن أن يأخذ قيماً سالبة حسب نوع العلاقة بينهما. ويمكن تلخيص النتائج المتحصل عليها حتى الآن فى جدول ١٥-١٤. ومن هذا الجدول يلاحظ:

جدول ١٥-١٤ تحليل التغاير فى تجربة تسمين الحملان

SOV	df	مجموع المربعات أو حاصل الضرب SS or SCP			التباين الراجع إلى الاعتماد	المتبقى بعد استقطاع التباين الراجع إلى الاعتماد		
		X	Y	XY		df	SS	MS
بين المعاملات	2	10.761	225.006	2.757				
داخل المعاملات	21	285.299	1336.174	580.723	1182.055	20	154.118	7.706
الكلى	**23**	**296.060**	**1561.180**	**583.480**	**1149.932**	**22**	**411.248**	
لاختبار المعاملات						2	257.130	128.565**

١- إذا اختبرت معنوية الفروق بين متوسطات المعاملات فى الوزن الابتدائى (X) فإنها لا تختلف عن الصفر وهذا متوقع نتيجة للتوزيع العشوائى للحملان على المعاملات.

٢- مع وجود فروق مشاهدة فى الوزن النهائى (Y) بين المعاملات (33، 27.2، 26 كج) إلا أن اختبار F بغض النظر عن التغاير بين X ، Y عبارة عن:

$$F = \frac{225.006/2}{1336.174/21} = 1.77$$

وهى قيمة غير معنوية. وهذا يوضح أن التجربة قاصرة على أن تبين معنوية الفروق الموجودة.

٣- هناك ارتباط واضح بين الوزن الابتدائى X والوزن النهائى Y على مستوى البيانات كلها بغض النظر عن المعاملات. ومعامل الارتباط هذا مقداره:

$$r_{xy} = \frac{583.48}{\sqrt{(296.06)(1561.18)}} = 0.86$$

وعليه يمكن القول أن هناك تباينات فى Y مرتبطة مع X وهذه التباينات تتبقى فى لخطأ التجريبى أن لم تزل بأسلوب معين. هذا الأسلوب هو التغاير حيث يستقطع من هذا الخطأ الجزء الذى يرجع إلى كون Y مرتبطة مع X وبالتالى متأثرة بها. وقد سبق فى الباب العاشر بيان كيفية حساب التباين فى Y الراجع إلى اعتماده أو ارتداده على متغير آخر X بواسطة القيمة $(\sum xy)^2 / \sum x^2$.

وعليه فالتباين فى Y النقى من تأثير X عليها هو التباين فى Y بعد طرح التباين الراجع إلى تأثير X. أى أن مجموع مربعات خطأ Y بعد استقطاع تأثير X عبارة عن

$$= 1336.174 - \frac{(580.723)^2}{285.299} = 154.118$$

وهذا له 20 درجة حرية حيث استقطعت درجة حرية واحدة للارتداد.

أما لحساب التباين بين متوسطات المعاملات فى Y بعد استقطاع تأثير X عليها فإن سطرى المعاملة والخطأ يجمعان. وفى هذا التصميم يعطى حاصل جمعهما سطر الكلى. ويستقطع الجزء الراجع إلى اعتماد أو ارتداد Y على X من التباين فى Y أى:

$$=1561.18-\frac{(583.48)^2}{296.06}=411.248$$

وهذا له 22 درجة حرية حيث استقطعت درجة حرية واحدة من الكلى (23) نتيجة للارتداد.

ويحسب مجموع المربعات بين المعاملات بعد إزالة أثر X على Y عن طريق $411.248 - 257.13 = 154.118$ وله درجتان حرية بمتوسط مربعات قدره 128.565.

ولاختبار فرض العدم أن متوسطات المعاملات فى الوزن النهائى متساوية:

$$F=\frac{128.565}{7.706}=16.684$$

بدرجات حرية 2، 20 . وعليه يرفض فرض العدم حيث إن قيمة F الجدولية المناسبة هى 5.85 عند مستوى معنوية 1%. وبهذا فإن استخدام تحليل التغاير زاد من مقدرة التجربة على إعلان معنوية الفروق إذا وجدت وهذا يعنى أن قوة التجربة زادت.

وجدير بالذكر أنه إذا أريد حساب علاقات معينة بين X، Y فإنها تقدر أساساً من السطر الخاص بالخطأ. فمثلا إذا أريد حساب الارتباط بين الوزن الابتدائى X والوزن النهائى Y فإنه

$$r_{xy}=\frac{580.723}{\sqrt{(285.299)(1336.174}}=0.94$$

بينما اعتماد Y على X فإنه

$$b_{y.x}=\frac{580.723}{285.299}=2.04\ kg/kg$$

والنموذج الإحصائى لمثل هذا التصميم (تصميم تام العشوائية أو تقسيم أحادى الاتجاه) دون اعتبار التغاير هو

$$Y_{ij} = \mu - t_i - e_{ij}$$

أما النموذج فى حالة اعتبار التغاير يكون

$$Y_{ij} = \mu - t_i - bx_{ij} - e_{ij}$$

حيث تمثل b معامل ارتداد Y على X_{ij} وتمثل x_{ij} انحراف الوزن الابتدائى للحمل من المتوسط للوزن الابتدائى. والافتراضات الخاصة بتحليل التغاير هى نفسها تلك الافتراضات الخاصة بكل من تحليل التباين وتحليل الانحدار والتى سبق الإشارة إليهما.

ويمكن فصل المتوسطات عن بعضها بالطرق سابقة الشرح ولكن مع اعتبار أن كل مقارنة سوف يكون لها خطأ قياسى مختلف نتيجة لاختلاف متوسطها فى المتغير X. فمثلا الخطأ القياسى للفرق بين المعاملتين أ ، ب هو الخطأ القياسى بين متوسطى لوزن النهائى بعد التعديل للوزن الابتدائى كالتالى:

الوزن المعدل $= \overline{Y}_i - b_{yx}(\overline{X}_i - \overline{X})$

الوزن المعدل للمعاملة أ $= 33.03 - (2.04)(21.16 - 20.95) = 32.60$ kg

الوزن المعدل للمعاملة ب $= 27.23 - (2.04)(20.05 - 20.95) = 29.07$ kg

الوزن المعدل للمعاملة ج $= 26.00 - (2.04)(21.65 - 20.95) = 24.57$ kg

والفروق بين هذه القيم هى فروق خالية من أثر الوزن الابتدائى.

وتباين الفرق بين الوزنين المعدلين للمعاملتين أ ، ب يساوى

$$= \sqrt{\sigma_e^2\left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{\sum x^2}(\overline{X}_{1.} - \overline{X}_{2.})^2\right]}$$

$$= \sqrt{7.706\left[\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{285.299}(21.16 - 20.05)^2\right]} = \sqrt{1.962} = 1.4$$

وهكذا لبقية الفروق وعلى أساس هذه القيم تقاس معنوية الفروق أما بدنكن أو توكى أو خلافة.

وفى هذا المثال اعتبر أن هناك معامل ارتداد b_{yx} واحد يمثل القيم فى المعاملات الثلاثة، ولكن يمكن افتراض أن هناك ثلاث معاملات ارتداد مختلفة واحدة لكل معاملة وتكملة التحليل على هذا النحو.

مثال ١٥-١٥

حل مثال ١٥-١٤ باستخدام برنامج SAS

```
DATA ANLCOV1;
INPUT TRT $ X Y @@;
CARDS;
A 24.5 38.5 A 22.5 33.4 A 25.5 38 A 18.4 32.3 A 16.9 24.4
A 19.1 28 A 23.2 42.5 A 19.2 27.1 B 25.6 40.5 B 16.5 19.1
B 18.5 22.3 B 16.4 20 B 20.4 25.1 B 27.4 42.2 B 14.4 15.1
B 21.2 33.6 C 22.6 29.9 C 25.8 38 C 24.5 29 C 21.9 24.8
C 18.9 19.2 C 20.8 21.7 C 22.8 28.4 C 15.9 17
PROC GLM;
CLASS TRT;
MODEL X = TRT/SS3;
PROC GLM;
CLASS TRT;
MODEL Y = TRT/SS3;
PROC GLM;
CLASS TRT;
MODEL Y = X TRT/SOLUTION;
RUN;
```

لاحظ:

استخدمت طريقة PROC GLM للحصول على ثلاثة تحليلات منفصلة لكل من X بمفردها فى نموذج، Y بمفردها فى نموذج ثم Y مع وضع X كمتغاير. وفى الحالة الأخيرة لا توضع X فى الـ CLASS ويوضع مع النموذج اختيار SOLUTION للحصول على تحليل التغاير وتقدير معامل الانحدار. كما يلاحظ طريقة وضع الثلاثة نماذج حيث أنه لا يمكن استخدام PROC GLM إلا مرة واحدة فقط لكل نموذج.

نتائج التحليل:

The GLM Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
TRT	3	A B C

Number of observations 24

Dependent Variable: X

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	10.7608333	5.3804167	0.40	0.6779
Error	21	285.2987500	13.5856548		
Corrected Total	23	296.0595833			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	X Mean
0.036347	17.59016	3.685872	20.95417

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
TRT	2	10.76083333	5.38041667	0.40	0.6779

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	225.005833	112.502917	1.77	0.1951
Error	21	1336.173750	63.627321		
Corrected Total	23	1561.179583			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	Y Mean
0.144126	27.74093	7.976674	28.75417

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
TRT	2	225.0058333	112.5029167	1.77	0.1951

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	3	1407.060161	469.020054	60.86	<.0001
Error	20	154.119423	7.705971		
Corrected Total	23	1561.179583			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	Y Mean
0.901280	9.654125	2.775963	28.75417

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X	1	1149.932120	1149.932120	149.23	<.0001
TRT	2	257.128041	128.564021	16.68	<.0001

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X	1	1182.054327	1182.054327	153.39	<.0001
TRT	2	257.128041	128.564021	16.68	<.0001

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept	-18.06833933 B	3.69100615	-4.90	<.0001
X	2.03548911	0.16434775	12.39	<.0001
TRT A	8.01730094 B	1.39029203	5.77	<.0001
TRT B	4.49428258 B	1.41267082	3.18	0.0047
TRT C	0.00000000 B	.	.	.

NOTE: The X'X matrix has been found to be singular, and a generalized inverse was used to solve the normal equations. Terms whose estimates are followed by the letter 'B' are not uniquely estimable.

لاحظ أن النموذج الأول أعطى تحليل التباين للمتغير X والنموذج الثانى أعطى تحليل التباين للمتغير Y وكلا النموذجين لم يأخذا فى الاعتبار العلاقة بين المتغيرين. أما النموذج الثالث فقد أخذ فى الاعتبار العلاقة بين المتغيرين وأعطى نوعين من مجموع المربعات، الأول هو SS Type I (1149.932) والذى يمثل التباين الكلى الراجع إلي اعتماد Y على X أى $[(\sum xy)^2 / \sum x^2]$. أما الثانى فهو SS Type III (1182.06) والذى يمثل التباين الراجع إلى اعتماد Y على X داخل المعاملات. الخطأ الناتج من النموذج الثالث (154.119) يمثل بعد استقطاع التباين الراجع إلى الاعتماد، بمعنى أنه مصحح للتغاير، وله 20 درجة حرية. ومجموع المربعات الناتج من النموذج الثالث لبين المعاملات يمثل مجموع المربعات بين المعاملات بعد استقطاع التباين الراجع إلى الاعتماد.

مثال ١٥-١٦

التالى يمثل الوزن بالكيلوجرام والعمر باليوم لعجول وعجلات من سلالتى أبقار الهيرفورد و السانتاجيرترودس. المطلوب مقارنة أوزان العجول والعجلات وكل من السلالتين عند أعمار ثابتة (هذا المثال يمثل تحليل التغاير فى حالة تصميم القطاعات العشوائية أو التقسيم ثنائى الاتجاه).

	عجول		عجلات		المجموع	
	العمر	الوزن	العمر	الوزن		
	X	Y	X	Y	X	Y
الهيرفورد						
	375	373	359	352		
	369	355	380	330		
	367	355	365	348		
	357	366	379	350		
	353	310	356	289		
المجموع	**1821**	**1759**	**1839**	**1669**	**3660**	**3428**
السنتاجيرترودس						
	355	332	354	340		
	338	362	331	293		
	314	311	318	268		
	310	340	308	300		
	309	316	335	315		
المجموع	**1626**	**1661**	**1646**	**1516**	**3272**	**3177**
الكلى	**3447**	**3420**	**3485**	**3185**	**6932**	**6605**

أولاً: تحليل العمر (X)

مجموع المربعات الكلية

$$= (375)^2 + (369)^2 + \cdots + (335)^2 - \frac{(6932)^2}{20} = 11320.8$$

مجموع المربعات بين الجنسين

$$= \frac{(3447)^2 + (3485)^2}{10} - \frac{(6932)^2}{20} = 72.2$$

مجموع المربعات بين السلالتين

$$= \frac{(3660)^2 + (3272)^2}{10} - \frac{(6932)^2}{20} = 7527.2$$

مجموع مربعات التداخل بين السلالة والجنس

$$= \frac{(1821)^2 + (1839)^2 + (1626)^2 + (1646)^2}{5}$$

$$- \frac{(6932)^2}{20} - 72.2 - 7527.2 = 7599.6 - 7599.4 = 0.2$$

مجموع مربعات الخطأ $= 11320.8 - 72.2 - 7527.2 - 0.2 = 3721.2$

ثانياً: تحليل الوزن (Y)

مجموع المربعات الكلية

$$= (373)^2 + (355)^2 + \cdots + (315)^2 - \frac{(6605)^2}{20} = 15805.75$$

مجموع المربعات بين الجنسين

$$= \frac{(3420)^2 + (3185)^2}{10} - \frac{(6605)^2}{20} = 2761.25$$

مجموع المربعات بين السلالتين

$$= \frac{(3428)^2 + (3177)^2}{10} - \frac{(6605)^2}{20} = 3150.05$$

مجموع مربعات التداخل بين السلالة والجنس

$$= \frac{(1759)^2 + (1669)^2 + (1661)^2 + (1516)^2}{5}$$

$$- \frac{(6605)^2}{20} - 2761.25 - 3150.05 = 6062.55 - 5911.3 = 151.25$$

مجموع مربعات الخطأ

$$= 15805.75 - 2761.25 - 3150.05 - 151.25 = 9743.20$$

ثالثاً: تحليل تغاير X مع Y

مجموع حواصل الضرب الكلية

$$= (375)(373) + (369)(355) + \cdots + (335)(315) - \frac{(6932)(6605)}{20} = 7682.0$$

مجموع حواصل الضرب بين الجنسين

$$= \frac{(3447)(3420) - (3485)(3185)}{10} - \frac{(6932)(6605)}{20} = -446.5$$

مجموع حواصل الضرب بين السلالتين

$$= \frac{(3660)(3428) - (3272)(3177)}{10} - \frac{(6932)(6605)}{20} = 4869.4$$

مجموع حواصل الضرب للتداخل بين الجنس والسلالة

$$= \frac{(1821)(1759) + (1839)(1669) + (1626)(1661) + (1646)(1516)}{5}$$

$$- \frac{(6932)(6605)}{20} - (-446.5) - 4869.4 = -5.5$$

الخطأ $= 7682 - (-446.5) - (4869.4) - (-5.5) = 3264.6$

ويمكن تلخيص النتائج كما في جدول ١٥-١٥.

والتالى يبين كيفية الحصول على مجموع المربعات المتبقى بعد استقطاع الجزء الراجع إلى الاعتماد:

جدول ١٥-١٥ تحليل نتائج واختبارات المعنوية لتجربة الفرق بين جنس وسلالة أبقار اللحم (مثال ١٥-١٦)

SOV	df	مجموع المربعات أو حاصل الضرب SS or SCP			المتبقى فى تباين Y بعد استقطاع الجزء الراجع إلى الاعتماد		
		X	Y	XY	df	SS	MS
بين الجنسين	1	72.2	2761.25	-446.5			
بين السلالتين	1	7527.2	3150.05	4869.4			
الجنس x السلالة	1	0.2	151.25	-5.5			
الخطأ	16	3721.2	9743.20	3264.6	15	6879.17	
الكلى	**19**	**11320.8**	**15805.75**	**7682.0**			
لاختبار الجنسين	17	3793.4	12504.45	2818.1	16	10410.90	
فرق الجنسين معدل للعمر					1	3531.73	3531.73
لاختبار السلالتين	17	11248.4	12893.25	8134.0	16	7011.35	
فرق السلالتين معدل للعمر					1	132.18	132.18
لاختبار التداخل بين الجنس والسلالة	17	3721.4	9894.45	3259.1	16	7040.22	
فروق التداخل معدلة للعمر					1	161.05	161.05

مجموع المربعات المتبقى بعد استقطاع الجزء الراجع إلى الاعتماد للخطأ

$$= 9743.2 - \frac{(3264.6)^2}{3721.2} = 6879.17$$

مجموع مربعات المتبقى بعد استقطاع الجزء الراجع إلى الاعتماد لاختبار بين الجنسين

$$= 12504.45 - \frac{(2818.1)^2}{3793.4} = 10410.90$$

مجموع مربعات المتبقى بعد استقطاع الجزء الراجع إلى الاعتماد لاختبار بين السلالتين

$$= 12893.25 - \frac{(8134)^2}{11248.4} = 7011.30$$

مجموع مربعات المتبقى بعد استقطاع الجزء الراجع إلى الاعتماد لاختبار التداخل بين الجنس والسلالة

$$= 9894.45 - \frac{(3259.1)^2}{3721.4} = 7040.22$$

أما مجموع المربعات للفروق المعدلة للعمر يتحصل عليها كما يلى:

للجنسين

$$= 10410.90 - 6879.17 = 3531.73$$

للسلالتين

$$= 7011.35 - 6879.17 = 132.18$$

للتداخل

$$= 7040.22 - 6879.17 = 161.05$$

وتحسب F لكل مصدر تباين يراد اختباره بقسمة متوسط مربعات هذا المصدر معدلا للعمر على متوسط الخطأ معدل للعمر أيضاً.

لاختبار معنوية الجنسين تكون قيمة F $= 7.70 = \frac{3531.73}{458.61}$، وللسلالتين هى $0.29 = \frac{132.18}{458.61}$ والتداخل بينهما هى $0.35 = \frac{161.05}{458.61}$

وواضح أن تلك التابعة للجنسين هى المعنوية فقط.

وإذا أريد حساب معامل ارتداد الوزن على العمر:

$$b_{yx} = \frac{3264.6}{3721.2} = 0.88 \text{ kg/day}$$

ومعامل الارتباط

$$r = 0.54$$

ويمكن تلخيص النتائج كما فى جدول ١٥-١٧.

وبنفس الطريقة يمكن تطبيق تحليل التغاير على التصميمات الأكثر تعقيداً.

مثال ١٥-١٧

حل مثال ١٥-١٦ باستخدام برنامج SAS

```
DATA ANLCOV2;
INPUT BREED $ SEX $ X Y @@;
CARDS;
H M 375 373 H M 369 355 H M 367 355 H M 357 366
H M 353 310 H F 359 352 H F 380 330 H F 365 348
H F 379 350 H F 356 289 S M 355 332 S M 338 362
S M 314 311 S M 310 340 S M 309 316 S F 354 340
S F 331 293 S F 318 268 S F 308 300 S F 335 315
PROC GLM;
CLASS SEX BREED;
MODEL X = SEX BREED SEX*BREED/SS3;
PROC GLM;
CLASS SEX BREED;
MODEL Y = SEX BREED SEX*BREED/SS3;
PROC GLM;
CLASS SEX BREED;
MODEL Y = X SEX BREED SEX*BREED/SOLUTION;
RUN;
```

نتائج التحليل

The GLM Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
SEX	2	F M
BREED	2	H S

Number of observations 20

Dependent Variable: X

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	3	7599.60000	2533.20000	10.89	0.0004
Error	16	3721.20000	232.57500		
Corrected Total	19	11320.80000			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	X Mean
0.671295	4.400003	15.25041	346.6000

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
SEX	1	72.200000	72.200000	0.31	0.5851
BREED	1	7527.200000	7527.200000	32.36	<.0001
SEX*BREED	1	0.200000	0.200000	0.00	0.9770

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	3	6062.55000	2020.85000	3.32	0.0467
Error	16	9743.20000	608.95000		
Corrected Total	19	15805.75000			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	Y Mean
0.383566	7.472191	24.67691	330.2500

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
SEX	1	2761.250000	2761.250000	4.53	0.0491
BREED	1	3150.050000	3150.050000	5.17	0.0371
SEX*BREED	1	151.250000	151.250000	0.25	0.6250

Dependent Variable: Y

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	4	8926.57589	2231.64397	4.87	0.0102
Error	15	6879.17411	458.61161		
Corrected Total	19	15805.75000			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	Y Mean
0.564768	6.484548	21.41522	330.2500

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X	1	5212.805102	5212.805102	11.37	0.0042
SEX	1	3422.288065	3422.288065	7.46	0.0154
BREED	1	130.437179	130.437179	0.28	0.6016
SEX*BREED	1	161.045549	161.045549	0.35	0.5623

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X	1	2864.025895	2864.025895	6.24	0.0246
SEX	1	3531.721930	3531.721930	7.70	0.0142
BREED	1	132.176603	132.176603	0.29	0.5992
SEX*BREED	1	161.045549	161.045549	0.35	0.5623

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept	46.90280555 B	114.5656308	0.41	0.6880
X	0.87729765	0.3510597	2.50	0.0246
SEX F	-32.50919058 B	13.6167738	-2.39	0.0306
SEX M	0.00000000 B	.	.	.
BREED H	-14.61460819 B	19.2586901	-0.76	0.4597
BREED S	0.00000000 B	.	.	.
SEX*BREED F H	11.35091906 B	19.1548689	0.59	0.5623
SEX*BREED F S	0.00000000 B	.	.	.
SEX*BREED M H	0.00000000 B	.	.	.
SEX*BREED M S	0.00000000 B	.	.	.

NOTE: The X'X matrix has been found to be singular, and a generalized inverse was used to solve the normal equations. Terms whose estimates are followed by the letter 'B' are not uniquely estimable.

تمارين الباب الخامس عشر

١٥-١ أخذت مجموعة من 4 كباش من كل مربى من أربعة من مربى أغنام الصوف وقيس وزن الجزة بالكيلوجرام ووجد كما يلى:

المربى الأول	4.3	4.1	4.6	3.4
المربى الثاني	5.0	8.5	4.0	4.5
المربى الثالث	4.7	5.0	5.0	6.5
المربى الرابع	4.0	6.0	5.6	4.8

أ- أكتب النموذج الإحصائى الذى يمثل التباينات فى هذه البيانات.

ب- أجر تحليل التباين واختبر ما إذا كان وزن الجزة يختلف من مربى لآخر.

ج- أجر اختبار LSD ، HSD ودنكن على المتوسطات.

١٥-٢ أجريت تجربة على أثر ٣ معاملات فى قطاعين على وزن العجول بالكيلوجرام عند عمر 100 يوماً، وكانت النتائج كما يلى:

	القطاع الأول	القطاع الثانى
المعاملة ١	87.3	81.2
	79.1	92.3
	75.4	79.1
	89.1	84.5
المعاملة ٢	69.5	72.8
	69.1	80.4
	75.9	73.6
	73.2	86.4
المعاملة ٣	74.1	74.5
	57.3	75.5
	65.9	65.4
	71.8	68.6

أ- أكتب النموذج الإحصائى الذي يصف هذه البيانات وحلل التباين طبقا للنموذج الإحصائى. ما نوع التصميم؟

ب- اختبر الفروض الإحصائية المختلفة.

ج- أجر اختبارات LSD ، HSD ودنكن على متوسطات المعاملات.

د- قسم مجموع المربعات بين المعاملات إلى مجموع المربعات بين المعاملة الأولى ومتوسط المعاملتين الثانية والثالثة – واختبر لمعنوية الفروق.

١٥-٣ البيانات التالية تمثل أوزان جزات الصفوف بالكيلوجرام فى أغنام الرامبوبية التى عوملت بأربع معاملات مختلفة فى أربع مزارع (الصفوف) وأربع طرق رعاية مختلفة (الأعمدة) حيث تدل الحروف على المعاملات المختلفة.

	رعاية ١	رعاية ٢	رعاية ٣	رعاية ٤
	أ	د	ج	ب
مزرعة ١	3.4	4.1	4.3	4.1
	3.5	4.6	3.4	3.8
	ب	أ	د	ج
مزرعة ٢	4.4	2.7	4.2	3.8
	3.7	2.7	5.3	4.1
	ج	ب	أ	د
مزرعة ٣	3.2	4.8	3.5	4.3
	3.8	3.8	3.3	4.6
	د	ج	ب	أ
مزرعة ٤	3.9	3.4	4.0	3.3
	3.7	4.3	4.2	3.8

أ- اكتب النموذج الإحصائى وحلل التباين لمصادرة المختلفة واختبر معنوية الفروض الإحصائية المناسبة. ما نوع التصميم؟

ب- إذا كانت المعاملات هى أربعة مستويات مختلفة من الإضافات بالعليقة أ: 5، ب : 20، ج : 10، د : 15 مجم/كج عليقة. قسم مجموع المربعات بين المعاملات إلى خطى وتربيعى وتكعيبى ثم اختبر معنوية كل منها. قدر

معامل الارتداد الخطى للزيادة فى الوزن على الإضافة بالعليقة مع حساب خطأ القياس.

٤-١٥ يراد مقارنة أوزان طلائق من سلالتى السانتاجيرتيرودس والهيرفورد ولكن وجد أن هناك فروق فى أعمار هذه الطلائق كيف تجرى هذه المقارنة مع التصحيح لفروق العمر من البيانات التالية:

			سانتاجيرترودس			
العمر (يوم)	446	412	484	413	473	474
الوزن (كج)	537	488	501	448	491	453
			هيرفورد			
العمر (يوم)	432	468	488	416	396	448
الوزن (كج)	354	353	393	382	354	390

قدر معامل ارتداد الوزن على العمر من جدول تحليل التغاير واحسب متوسط وزن كل سلالة معدلا للعمر.

٥-١٥ البيانات التالية تمثل درجات 12 طالب تم توزيعهم عشوائياً بالتساوى على كل من مقررين دراسيين A ، B على مدى اختبارات دورية خلال الفصل الدراسى علماً بأن الست طلاب هم أنفسهم الذين تعددت عليهم الاختبارات. المطلوب اختبار هل هناك فرق فى الدرجات التى تحصل عليها الطلاب من مقرر إلى آخر؟ هل درجات الطلاب تتغير طبقاً لعدد الاختبارات التى يتعرض لها الطالب.

		الاختبار الأول	الاختبار الثانى	الاختبار الثالث
المقرر الأول A	الطالب ١	42	99	100
	الطالب ٢	25	100	71
	الطالب ٣	42	55	95
	الطالب ٤	66	82	83
	الطالب ٥	39	68	47
	الطالب ٦	33	67	83

		الاختبار الأول	الاختبار الثانى	الاختبار الثالث
المقرر الثانى B	الطالب ٧	98	55	100
	الطالب ٨	60	56	91
	الطالب ٩	13	52	30
	الطالب ١٠	42	17	57
	الطالب ١١	43	89	32
	الطالب ١٢	56	61	100

١٥-٦ التالى هى أوزان بالكيلوجرام وأعمار باليوم لعجول وعجلات تتبع ثلاث سلالات مختلفة من الأبقار فى معاملتين. والمطلوب اختبار فرق الأوزان بين العجول والعجلات وبين السلالات معدلة للعمر مع حساب معامل ارتداد الوزن على العمر واختبارات فروض العدم الخاصة بالجنس والسلالة والتداخل بينهما.

	معاملة ١		معاملة ٢	
	العمر	الوزن	العمر	الوزن
براهما	451	352	486	375
	471	326	430	343
	438	285	475	368
	459	328	471	377
سانتاجيرتيرودس	478	368	446	537
	460	352	412	488
	485	345	484	501
	480	315	413	448
شارولية	474	493	484	553
	410	403	457	474
	484	407	467	480
	448	470	448	536