

## الفصل الحادي عشر

### تحليل التباين

#### ANALYSIS OF COVARIANCE

(١١ - ١) التباين :

لعله من المفيد في مستهل هذا الفصل أن نذكر القارئ بالمقصود حسابيا بكلمة « التباين » التي سبق أن وردت في عدة مناسبات في هذا الكتاب .

إذا كانت  $s_1$   $s_2$   $s_3$  ...  $s_n$   
ص<sub>١</sub> ص<sub>٢</sub> ص<sub>٣</sub> ... ص<sub>ن</sub>

هي  $n$  من أزواج الأعداد فإن تباين (س ، ص) يعرف بأنه متوسط مجموع حواصل ضرب انحرافات القيم السينية عن متوسطها  $\bar{s}$  وانحرافات القيم الصادية عن متوسطها  $\bar{v}$  . أي أن :

$$\text{تباين (س ، ص)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v})$$

$$= \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^n s_i v_i - \frac{(\sum_{i=1}^n s_i)(\sum_{i=1}^n v_i)}{n} \right]$$

والمقدار الذى بين القوسين يسمى مجموع حواصل ضرب الانحرافات السينية والانحرافات الصادية عن متوسطيهما أو اختصارا مجموع حواصل الضرب وسنرمز له بالرمز  $\sigma$  (س ، ص) . وهذا المقدار يمكن أن يكون موجبا أو سالبا أو صفرا .

وكما فى التباين ، إذا كانت أزواج القيم (س ، ص) هى عينات عشوائية من مجتمع ذى متغيرين وأردنا تقدير التغير فى هذا المجتمع من التغير فى العينة فإننا نقسم حواصل الضرب على  $1 - \sigma$  بدلا من  $\sigma$  وذلك لكى يكون هذا التقدير تقديرا غير متحيز ، أى نكتب :

$$(2) \quad \text{تغير (س ، ص)} = \frac{1}{1 - \sigma} (\text{مجموع ص} - \frac{\sigma^2}{n})$$

حيث  $\sigma$  مجموع السينات ،  $\sigma^2$  مجموع الصادات .

وكما فى التباين أيضا ، ونظرا لأن قيم الانحرافات عن الوسط الحسابى ( أو أى قيمة أخرى ) لا تتغير بتغير نقطة الأصل فإن قيمة التغير لا تتغير إذا جمعنا أو طرحنا عددا ثابتا من جميع السينات ، وجمعنا أو طرحنا عددا ثابتا من جميع الصادات .

### ( ١١ - ٢ ) العلاقة بين تحليل التغير وتحليل التباين :

فى تحليل التباين بالتمودج ثابت التأثيرات للتجارب ذوات العامل الواحد يكون لدينا متغير كمي  $\sigma$  قسمت قيمه فى عينة ما إلى عدد من المجموعات تناظر مستويات عامل تجريب نوعى مستقل عن المتغير  $\sigma$  . وتهدف الدراسة إلى اختبار دلالة الفروق بين المتوسطات الصادية فى هذه الأقسام لمعرفة مدى تأثير عامل

التجريب عليها . وتتخذ البيانات المشاهدة في العينة الشكل المبين بالجدول ( ٨ - ١ ) بالبند ( ٨ - ٤ ) .

إلا أنه في بعض هذه التجارب يكون المتغير  $v$  واقعا تحت تأثير متغير كمي  $w$  يسمى بالمتغير الملازم للمتغير  $v$  **Concomitant variable or covariate** ، فمثلا قد يكون المتغير  $v$  هو درجات الطلاب في اختبار رياضيات بعد دراسة مقرر ما فيها ويكون عامل التجريب هو طرق تدريس هذا المقرر . ونظرا لأن استيعاب الطلاب للرياضيات يعتمد على ذكائهم فإن درجاتهم في الاختبار تكون متأثرة بالذكاء ونقول حينئذ إن المتغير  $w$  ( نسب ذكاء الطلاب ) هو متغير ملازم للمتغير  $v$  . وإذا كان اهتمامنا هو قياس أثر اختلاف مستويات عامل التجريب ( طرق التدريس ) على المتوسطات الصادية ( درجات الرياضيات ) عن طريق تحليل التباين فإن دقة هذا القياس تستلزم استبعاد أثر المتغير  $w$  ( الذكاء ) من قيم المتغير  $v$  قبل إجراء هذه العملية .

وفي بعض التجارب يمكن استبعاد هذا الأثر قبل عملية التجريب ، وذلك بأخذ عينات الطلاب التي تختار للتجريب بحيث تكون متكافئة في الذكاء ، وهنا نستطيع اختبار الفروق بين متوسطات الدرجات بالطريقة المعتادة لتحليل التباين على أساس أن هذه المتوسطات تكون متأثرة فقط بعامل التجريب . غير أن ظروف التجريب قد لا تتيح لنا التحكم في العينات من حيث جعلها متكافئة في المتغير الملازم ( الذكاء ) وهنا يكون لهذا المتغير أثر على المتغير  $v$  ( درجات الرياضيات ) ولا ينبغي القيام بتحليل التباين إلا بعد استبعاد هذا الأثر . وهذا هو الدور الذي يلعبه تحليل التباين إذ هو يتألف من شقين أولهما تعديل قيم المتغير  $v$  لاستبعاد أثر المتغير الملازم  $w$  وثانيهما تحليل التباين للقيم الصادية المعدلة .

ولكن كيف نصحح القيم الصادية المشاهدة لإزالة أثر هذا المتغير ؟ إذا كان لهذا الأثر وجود فعلي فإن انحدار المتغير  $v$  على المتغير  $w$  يكون له وجود أيضاً ويكون



الجدول ( ١١ - ١ )

بيانات تحليل التباين

الأقسام ( المعالجات )			
(ك)	(ق)	(٢)	(١)
... $s_k$ ص <sub>ك</sub>	... $s_q$ ص <sub>ق</sub>	$s_2$ ص <sub>٢</sub>	$s_1$ ص <sub>١</sub>
$s_{١ك}$ ص <sub>١ك</sub>	$s_{١ق}$ ص <sub>١ق</sub>	$s_{٢١}$ ص <sub>٢١</sub>	$s_{١١}$ ص <sub>١١</sub>
$s_{٢ك}$ ص <sub>٢ك</sub>	$s_{٢ق}$ ص <sub>٢ق</sub>	$s_{٢٢}$ ص <sub>٢٢</sub>	$s_{١٢}$ ص <sub>١٢</sub>
...	....	....	....
...	...	...	...
$s_{٣ك}$ ص <sub>٣ك</sub>	$s_{٣ق}$ ص <sub>٣ق</sub>	$s_{٢٣}$ ص <sub>٢٣</sub>	$s_{١٣}$ ص <sub>١٣</sub>
...	...	...	...
...	...	...	...
$s_{٤ك}$ ص <sub>٤ك</sub>	$s_{٤ق}$ ص <sub>٤ق</sub>	$s_{٢٤}$ ص <sub>٢٤</sub>	$s_{١٤}$ ص <sub>١٤</sub>
...	...	...	...
$\bar{m}_ك$	$\bar{m}_ق$	$\bar{m}_٢$	$\bar{m}_١$
$\bar{s}_ك$ ص <sub>ك</sub>	$\bar{s}_ق$ ص <sub>ق</sub>	$\bar{s}_٢$ ص <sub>٢</sub>	$\bar{s}_١$ ص <sub>١</sub>

والنموذج الذى نفترضه لتحليل التباين هو تطوير للنموذج الذى افترضناه فى تحليل التباين بالبند ( ٨ - ٤ - ١ ) ، ويتخذ الصيغة الآتية :

$$ص_{٢١} = \mu + \beta (s_{٢١} - \bar{s}_{٢١}) + \chi_{٢١} \quad (٣)$$

حيث  $\beta$  معامل انحدار ص على س ،  $s_١ = ١ ، \dots ، s_q = q ، ١ ، ٢ ، \dots ، ك$

وهذا النموذج كما نرى يفسح مكانا لأثر انحدار ص على س بالإضافة إلى أثر مستويات عامل التجريب وأثر الخطأ العشوائى .

في هذا النموذج نفترض الافتراضات المعتادة في تحليل التباين - راجع البند (٨ - ٤ - ١) - وكذلك الافتراضات المعتادة لتحليل الانحدار - راجع البندين (٩ - ١) ، (٩ - ٥) . وبالإضافة إلى ذلك نفترض فرضا أساسيا في تحليل التباين وهو أن العلاقة الخطية بين  $s$  ،  $v$  لها نفس معامل الانحدار  $\beta$  في جميع الأقسام أى يمكن تمثيل هذه العلاقات في الأقسام المختلفة بخطوط متوازية ، فإذا كانت  $\beta_1$  ،  $\beta_2$  ، ... ،  $\beta_r$  هى معاملات الانحدار داخل الأقسام ، فإننا نفترض أن  $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_r = \beta$  وبذلك يمكن ضم البيانات بداخل الأقسام لتعطى تقديرا موحدًا للبارامتر  $\beta$  ، وهذا التقدير هو كما نعلم  $\frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^m v_{ij}^2}{\sum_{i=1}^r m}$  محسوبا من داخل الأقسام .

إذا كتبنا النموذج (٣) على الصورة

$$v_{ij} - \beta (s_{ij} - \bar{s}_{i.}) = \mu_{ij} + \chi_{ij} \quad \text{أى} \quad v_{ij} - \beta \bar{s}_{i.} + \beta s_{ij} = \mu_{ij} + \chi_{ij} \quad (٤)$$

يتبين لنا أن تحليل التباين يتطلب إجراء نوعين من التحليل هما :

١ - تحليل انحدار لتقدير قيمة  $\beta$  ومن ثم تعديل القيم  $v_{ij}$  المشاهدة إلى القيم  $v_{ij} - \beta \bar{s}_{i.}$  لإزالة أثر المتغير الملازم  $s_{ij}$  .

٢ - تحليل التباين للقيم المعدلة  $v_{ij} - \beta \bar{s}_{i.}$  لاختبار أثر مستويات التجريب على متوسطاتها . أى أن تحليل التباين يجمع بين عملية تحليل الانحدار وعملية تتلوها هى عملية تحليل التباين .

#### ( ١١ - ٤ ) خطوات تحليل التغيرات :

إن الهدف من تحليل التغيرات هو كما سبق القول اختبار دلالة الفروق بين متوسطات المتغير التابع صـ بعد تصحيحها لاستبعاد أثر المتغير الملازم سـ . ومن حقنا أن نتساءل بداية عما إذا كان للمتغير سـ أثر فعلي على المتغير صـ بحيث يستحق عناء عملية الاستبعاد . ولذلك فإن أول ما نهتم به اختبار وجود هذا الأثر أى اختبار وجود علاقة بين سـ ، صـ ، فإذا لم يثبت وجود هذه العلاقة لا يكون هناك ما يدعو لعملية الاستبعاد بل نقوم بتحليل التباين على القيم الصادية المشاهدة دون تعديل . أما إذا ثبت وجودها فينبغى تصحيح هذه القيم قبل إجراء عملية تحليل التباين .

فالخطوة الأولى لتحليل التغيرات إذن هي تحليل الانحدار لاختبار أثر المتغير سـ على المتغير صـ ، فإذا ثبتت دلالة الانحدار فإن الخطوة الثانية هي القيام بتحليل التباين للقيم الصادية المعدلة لاختبار أثر عامل التجريب . والمعتاد أن نمهد لهاتين الخطوتين ببعض الحسابات الأولية . وسنوضح ذلك كله بالمثال الآتى .

#### المثال ( ١١ - ١ ) :

في إحدى التجارب الزراعية الاقتصادية في قطر ما ، اختيرت ست قرى عشوائية واختير في كل منها خمس مزارع عشوائية . سجلت بالجدول ( ١١ - ٢ ) الآتى تكاليف إنتاج محصول الذرة (ص) في فصل زراعى ما في كل مزرعة كما سجلت متوسطات المحاصيل (س) التى كانت قد نتجت في فصول زراعية سابقة في كل مزرعة . المطلوب استخدام هذه البيانات (أولا) لمعرفة ما إذا كان هناك أثر للمحصول السابق (س) على تكاليف الإنتاج (ص) ، (ثانيا) لمعرفة ما إذا كانت تكاليف الإنتاج تختلف من قرية إلى أخرى بعد استبعاد أثر مقدار المحصول السابق إذا كان لهذا الأثر وجود . ( لتسهيل الحساب طُرح العدد ١٢ من جميع قيم سـ والعدد ٣ من جميع قيم ص ) .

الجدول (١١ - ٢)

القرى المزارع	(١)		(٢)		(٣)		(٤)		(٥)		(٦)	
	ص ١	س ١	ص ٢	س ٢	ص ٣	س ٣	ص ٤	س ٤	ص ٥	س ٥	ص ٦	س ٦
(١)	١,٧ ٣	٠,٨ ٠	١,٥ ٣-	٠,٢- ٤	١,٧ ٢-	٠,٥ ١						
(٢)	٢,١ ١-	٠,٨- ٥	٠,٦ ٠	١	٢,٣ ٣-	١ ١-						
(٣)	٣,٠ ٣-	١,٠- ٧	١,٠ ٢-	٠,٢- ٣	٢,٦ ٤-	٠,٥- ٦						
(٤)	١,٣ ٢	١,٦ ١-	٠,٤ ١	١,٢ ٢-	١,٠	٠,٧ ٢						
(٥)	٠,٩ ٥	٠,٤ ٢	٢,٥ ٤-	٠,٢ ٠	١,٤ ١-	١,٣ ٠						
المجموع	٩ ٦	١ ١٣	٦ ٨-	١ ٦	١٠- ٩	٣ ٨						
المتوسطات	١,٨ ١,٢	٠,٢ ٢,٦	١,٢ ١,٦-	٠,٢ ١,٢	١,٨ ٢-	٠,٦ ١,٦						

مع  $\bar{S} = ١٥$  ،  $\bar{S} = ٠,٥$  ،  $\bar{S} = ٢٩$  ،  $\bar{S} = ٠,٩٦٦٧$  ،  
مع ملاحظة أن  $n = ٣٠$

### حسابات تمهيدية :

هذه الحسابات تجرى في بداية التحليل لخدمة الخطوتين الرئيسيتين المذكورتين ،  
وهي تتألف من ثلاث مجموعات من الحسابات ترمى المجموعة الأولى إلى إيجاد  
مجموع المربعات  $\sum (S)$  للمتغير  $S$  وسنرمز له بالرمز  $\sum S^2$  تحليله بالطريقة المعتادة  
لتحليل التباين إلى مركبتين إحداهما تعبر عن الاختلاف بين الأقسام وسنرمز له  
بالرمز  $\sum A$  والأخرى تعبر عن الاختلاف المتبقى داخل الأقسام وسنرمز له بالرمز

٤ . وبالمثل بالنسبة لمجموع المربعات  $\sum_{i=1}^m x_i^2$  (ص) للمتغير ص الذي سنرمز له بالرمز ب ولركبتيه بالرمزين ب<sub>١</sub> ، ب<sub>٢</sub> ، ثم بالنسبة لمجموع حواصل الضرب  $\sum_{i=1}^m x_i x_{i+1}$  (س ، ص) الذي سنرمز له بالرمز ح ولركبتيه بالرمزين ح<sub>١</sub> ، ح<sub>٢</sub> .  
وتعتمد هذه الحسابات على المجاميع الآتية التي يحسن إيجادها مقدما .

$$x_1^2 = x_1 x_1 , \quad x_2^2 = x_2 x_2 , \quad \dots , \quad x_m^2 = x_m x_m ,$$

$$x_1 x_2 = x_1 x_2 = x_2 x_1 ,$$

$$x_1 x_2 x_3 = x_1 x_2 x_3 = x_2 x_3 x_1 = x_3 x_1 x_2 ,$$

$$x_1 x_2 x_3 x_4 = x_1 x_2 x_3 x_4 = x_2 x_3 x_4 x_1 = x_3 x_4 x_1 x_2 = x_4 x_1 x_2 x_3 ,$$

$$x_1^2 x_2 = x_1 x_1 x_2 = x_1 x_2 x_1 = x_2 x_1^2 = x_2 x_1 x_1 ,$$

(١) تحليل  $\sum_{i=1}^m x_i^2$  (س)

بدرجات حرية ن - ١  $\sum_{i=1}^m x_i^2 = 1$  (الكلي)  $\sum_{i=1}^m x_i^2 - x_n^2 = 1 - x_n^2$

بدرجات حرية ك - ١  $\sum_{i=1}^m x_i^2 = 1$  (بين الأقسام)  $\sum_{i=1}^m x_i^2 - \frac{x_n^2}{n} = 1 - \frac{x_n^2}{n}$

حيث  $x_n$  مجموع السينات في القسم و ،  $n$  عددها ، ك عدد الأقسام .

بدرجات حرية ن - ك  $\sum_{i=1}^m x_i^2 = 1$  (داخل الأقسام)  $\sum_{i=1}^m x_i^2 - \frac{x_n^2}{n} = 1 - \frac{x_n^2}{n}$

(٢) تحليل ٢٢ (ص)

١ - ب = ٢٢ (الكلى) =  $\frac{٢٢}{٢٠} - ٢$  بدرجات حرية ١ - ١

١ - ب = ٢٢ (بين الأقسام) =  $\frac{٢٢}{١٠} - \frac{٢٠}{١٠}$  بدرجات حرية ١ - ١

حيث  $\bar{r}$  مجموع الصادات في القسم  $v$  ،  $n_v$  عددها .

٢ - ب = ٢٢ (داخل الأقسام) =  $١ - ١$  بدرجات حرية ١ - ١

(٣) تحليل ٢٣ (س ، ص)

تسير العمليات الجبرية هنا في خطوط متوازية مع العمليات الجبرية في (١) ،

(٢) كالآتي :

١ - ح = ٢٣ (الكلى) =  $\frac{٢٣}{١٠} - ٢$  بدرجات حرية ١ - ١

١ - ح = ٢٣ (بين الأقسام) =  $\frac{٢٣}{١٠} - \frac{٢٠}{١٠}$  بدرجات حرية ١ - ١

٢ - ح = ٢٣ (داخل الأقسام) =  $١ - ١$  بدرجات حرية ١ - ١

بتطبيق هذه الصيغ على بيانات المثال (١١ - ١) نحصل على مايلي :

(١) تحليل ٢٢ (س) :

لدينا  $٢ = ٦ + ١٣ + (٨-) + ٦ + (١٠-) + ٨ = ١٥$

$\therefore \frac{٢}{١٠} = \frac{١٥}{٣٠} = ٧,٥$

$$7,5 - [0 + {}^1(2) + \dots + {}^1(1-) + {}^1(3)] = \quad \text{٢٢ = ١ (الكلي)}$$

$$\text{بدرجات حرية } 29 \quad 251,5 =$$

$$+ {}^1(6) + {}^1(8-) + {}^1(13) + {}^1(6)] \frac{1}{0} = \quad \text{٢٢ = ١ (بين الأقسام)}$$

$$7,5 - [{}^1(8) + {}^1(10-)]$$

$$\text{بدرجات حرية } 5 \quad 86,3 =$$

$$\text{٢٢ = ١ (داخل الأقسام)} \quad 165,2 = 86,3 - 251,5 = \text{بدرجات حرية } 24$$

(٢) تحليل ٢٢ (ص) :

$$\text{لدينا } 29 = 3 + 9 + 1 + 6 + 1 + 9 =$$

$$28,03 = \frac{{}^1(29)}{30} = \frac{{}^1(6)}{30} \therefore$$

$$[{}^1(1,3) + {}^1(0,7) + \dots + {}^1(2,1) + {}^1(1,7)] = \quad \text{٢٢ = ١ (الكلي)}$$

$$28,03 -$$

$$\text{بدرجات حرية } 29 \quad 28,93 =$$

$$[{}^1(3) + {}^1(9) + {}^1(1) + {}^1(6) + {}^1(1) + {}^1(9)] \frac{1}{0} = \quad \text{٢٢ = ١ (بين الأقسام)}$$

$$28,03 -$$

$$\text{بدرجات حرية } 5 \quad 13,77 =$$

$$15,16 = 13,77 - 28,93 = \text{بدرجات حرية } 24 \quad \text{٢٢ = ١ (داخل الأقسام)}$$

$$\text{بدرجات حرية } 24$$

(٣) تحليل ٢ ص (س ، ص) :

$$١٤,٥ = \frac{٢٩ \times ١٥}{٣٠} = \frac{٢٩}{٢} \text{ وإذن } ٢٩ = م , ١٥ = م$$

$$\times ٢ + \dots + (٢,١ \times ١-) + ١,٧ \times ٣] = \text{ح} = ٢ \text{ ص (الكل)}$$

$$١٤,٥ - [٠ + ٠,٧$$

$$٦٩,٣- = ١٤,٥ - ٥٤,٨ - =$$

بدرجات حرية ٢٩

$$\text{ح} = ٢ \text{ ص (بين الأقسام)} = \frac{١}{٥} [٣ \times ٨ + \dots + ١ \times ١٣ + ٩ \times ٦]$$

$$١٤,٥ -$$

$$٥ = ٢ \text{ ص (داخل الأقسام)} = ١٤,٥ - ٨,٢ - = ٢٢,٧-$$

$$\text{ح} = ٢ \text{ ص (داخل الأقسام)} = ٦٩,٣- - (٢٢,٧-) = ٤٦,٦-$$

بدرجات حرية ٢٤

يحسن تسجيل هذه المجموعات الثلاث من القيم في جدول واحد كالجدول

(١١ - ٣) الآتي ليسهل الرجوع إليها .

الجدول (١١ - ٣)

تحليل مجموعى المربعات ومجموع حواصل الضرب

مصدر التباين	درجات الحرية	٢٢ (س)	٢٢ (ص)	٢ ص (س ، ص)
بين الأقسام (القرى)	ك - ١ = ٥	٨٦,٣ = ١	١٣,٧٧ = ١	٢٢,٧- = ١
داخل الأقسام (البواقي) خطأ التجريب	ن - ك = ٢٤	١٦٥,٢ = ١	١٥,١٦ = ١	٤٦,٦- = ١
الكل	ن - ١ = ٢٩	٢٥١,٥ = ١	٢٨,٩٣ = ١	٦٩,٣- = ١

الخطوة الأولى : اختبار تأثير المتغير سـ على المتغير صـ :

تهدف هذه الخطوة إلى اختبار وجود علاقة خطية بين المتغير الملائم سـ والمتغير التابع صـ ، ويتأتى هذا كما نعلم إما بتقدير معامل الانحدار الموحد  $\beta$  من داخل أقسام العينة ثم اختبار دلالة هذا التقدير باختبار ت ، أو بتقدير التباين المفسر ( الناشئ عن الانحدار ) واختبار دلالاته باختبار ف بالصورة

$$F = \frac{\text{التباين المفسر}}{\text{التباين غير المفسر}} \quad \text{بدرجتي حرية ١ ، ص - ك - ١ - ٥}$$

على أن تحسب المقادير اللازمة لهذا الاختبار من داخل الأقسام أى من السطر الخاص بالبنواقي بالجدول ( ١١ - ٣ ) .

في المثال ، وباستخدام الصيغة (١٧) بالبند (٩ - ٧) نجد ما يلي :

$$\frac{\text{الاختلاف المفسر}}{\text{الاختلاف غير المفسر}} = \frac{[ \text{ص} ( \text{س} ، \text{ص} ) ]^2}{\text{ص} ( \text{س} )}$$

$$\text{بدرجة حرية واحدة} \quad 13,145 = \frac{(-46,6)^2}{165,2}$$

∴ الاختلاف غير المفسر = الاختلاف في ص - الاختلاف المفسر

$$13,145 - 15,16 = \frac{\text{ح}^2}{\text{ا}} - \text{ب} =$$

$$\text{بدرجات حرية ٢٣} \quad 2,015 =$$

$$\text{إذن} \quad 100,06^{**} = \frac{13,145}{0,0876} = \frac{1 \div 13,145}{23 \div 2,015} = \text{في}$$

وهذه القيمة تزيد كثيرا عن القيمة الحرجة ف  $[23, 17, 0, 0, 1]$  فهي ذات دلالة عالية ونحكم بوجود علاقة خطية سالبة بين المتغير الملازم  $s$  والمتغير التابع  $v$  ، وهذا يعنى أن مقدار المحصول السابق يؤثر فيما تدفعه القرى من تكاليف لإنتاج المحصول الجديد .

### ملاحظات :

(١) استخدمنا نفس الصيغ التي تستخدم في حالة وجود عينة من أزواج القيم ( $s$  ،  $v$ ) موضوعة في قسم واحد ( $k = 1$ ) لأن هذه الصيغ تظل صالحة عند وجود أكثر من قسم ( $k < 1$ ) ، بشرط تعديل درجات الحرية وفقا لذلك أى وضع  $s - k - 1$  بدلا من  $s - 2$  للاختلاف غير المفسر .

(٢) من الجدول (١١ - ٣) نستطيع إيجاد ثلاثة تقديرات لتباين المتغير  $v$  بعد التصحيح للانحدار ، غير أن التقدير الذى نحصل عليه من داخل الأقسام وهو تباين البواقي حول خط الانحدار يكون هو التقدير غير المتحيز الذى يعكس الخطأ العشوائى في هذا التحليل ، ونختبر دلالة أى تقدير آخر بالمقارنة به . ولذلك فإن حساب قيمة  $F$  من الصيغة (٥) ينبغى أن يكون من داخل الأقسام كما سبق القول .

### الخطوة الثانية : تعديل المتوسطات واختبار دلالة الفروق بينها :

كما سبق القول ، لا تتخذ هذه الخطوة إلا إذا ظهر من الخطوة السابقة وجود أثر فعلى للمتغير الملازم  $s$  على المتغير  $v$  . وترمى هذه الخطوة إلى تعديل القيم الصادية المشاهدة بحيث تكون القيم المعدلة مستقلة عن أثر المتغير  $s$  . ولما كان هذا التعديل من شأنه تعديل تباين القيم الصادية فإن تحليل التباين لاختبار دلالة الفروق بين المتوسطات المعدلة يكون باستخدام اختبار  $F$  بالصيغة المعتادة مع وضع التباينات المعدلة بدلا من التباينات الأصلية ، أى باستخدام الصيغة

$$F = \frac{\text{التباين المعدل بين الأقسام}}{\text{التباين المعدل داخل الأقسام}} \quad (٦)$$

بدرجتي حرية ك - ١ ، ن - ك - ١

في المثال (١١ - ١) وجدنا أن المتغير الملازم سـ يؤثر في المتغير التابع صـ وعلى ذلك فإن دقة البحث تقتضى أن نخلص المتغير صـ من أثر المتغير سـ قبل إجراء تحليل التباين ، أى تقتضى استخدام اختبار ف بالصيغة (٦) . ولقد سبق لنا حساب التباين المعدل داخل الأقسام وهو التباين غير المفسر  $٢,٠١٥ \div ٢٣ = ٠,٠٨٧٦$  وهو كما سبق القول تقدير غير متحيز لتباين المتغير صـ بعد تعديله .

ومن الصيغة (١٩) بالبند (٩ - ٧) نذكر أن هذا التباين هو مربع الخطأ المعياري عـ للتقدير من معادلة الانحدار ، أى أن :

$$ع^2 = \text{التباين غير المفسر ( مأخوذاً من داخل الأقسام )} \quad (٧)$$

$$= ٠,٠٨٧٦ \text{ في هذا المثال. وبدرجات حرية } ٢٣$$

أما التباين المعدل بين الأقسام فنوجده بطريقة غير مباشرة بطرح الاختلاف المعدل داخل الأقسام من الاختلاف الكلى المعدل ثم القسمة على درجات الحرية . أى أن :

(٨) داخل الأقسام

$$(٨) \quad \left( \frac{ح}{١} - ب \right) - \left( \frac{ح}{١} - ب \right) =$$

وفي هذا المثال نجد أن

$$\text{الاختلاف المعدل بين الأقسام} = ٢٨,٩٣ - \left( \frac{٦٩,٣-}{٢٥١,٥} \right) - ٢,٠١٥$$

$$= ٢٨,٩٣ - (١٩,٠٩٥) - ٢,٠١٥$$

$$= ٧,٨٢٠ \text{ بدرجات حرية } ٥$$

$$\frac{1,064}{0,0876} = \frac{5 \div 7,820}{23 \div 2,010} = \text{من الصيغة (٦) : في}$$

$$^{**} 17,80 =$$

وهذه القيمة ذات دلالة عالية لأن  $F_{[23, 0], 0.1}$  لا تزيد عن ٣,٩ مما يشير إلى أن متوسط تكاليف الإنتاج - بعد استبعاد أثر مقادير المحاصيل السابقة - ليست متساوية في القرى الست . ويمكننا إذا أردنا أن نضع هذه النتائج في الجدول (١١ - ٤) الآتي .

الجدول (١١ - ٤)

اختبار ف للتغاير

ف	ط	د ح	الاختلاف المعدل ب - > ١/	الانحدار > ١/	الاختلاف المشاهد ب	مصدر الاختلاف
^{**} 17,80	1,064	٥	7,820	-	-	بين الأقسام (القرى)
	0,0876	23	2,010	13,140	10,16	داخل الأقسام
		28	9,830	19,090	28,93	الكلية

ملاحظة :

إذا أهملنا المتغير الملازم  $S_e$  وقمنا بتحليل التباين لقيم  $S_e$  المشاهدة دون تعديل نجد من بيانات الجدول (١١ - ٣) أن

$$F = \frac{\text{التباين بين الأقسام}}{\text{التباين داخل الأقسام}} = \frac{5 \div 13,77}{24 \div 15,16} = \frac{2,754}{0,6317}$$

$$= 4,36^{**} \text{ بدرجة حرية } 5, 24$$

وبالرغم من أن هذه القيمة ذات دلالة عالية أيضا لأن  $F_{[24, 5], 0,01} = 3,90$  إلا أنها تقل كثيرا عن القيمة  $17,85$ . هذا مع تذكر أن تحليل التباين يجرى الاختلاف الكلي في صه إلى المركبتين بين وداخل الأقسام ، أما تحليل التباين فهو يجرى البواقي من التحليل الشامل للانحدار .

#### (١١ - ٥) المقارنة بين المتوسطات المعدلة :

بعد تحليل التباين للقيم الصادية المعدلة يبقى أن نتدارس كيفية إجراء المقارنات بين متوسطات هذه القيم في الأقسام المختلفة ، وهذا يتطلب أن نحسب هذه المتوسطات ثم نختبر دلالة الفروق بينها .

#### (١) حساب المتوسطات المعدلة :

من الصيغة (٢) بالبند (١١ - ٢) نجد أن المتوسط المعدل  $\bar{ص}$  في أى قسم يساوى المتوسط المشاهد المناظر  $\bar{ص}$  مطروحا منه أثر الانحدار الخطى . أى أن

$$\bar{ص} = \bar{ص} - b(\bar{س} - \bar{س}) \quad (٩)$$

حيث  $b$  معامل انحدار  $ص$  على  $س$  ويحسب من داخل الأقسام بالصيغة المعتادة للانحدار الخطى البسيط كالآتي - انظر الصيغة (٨) بالبند (٩ - ٣) .

$$b = \frac{\sum (ص - \bar{ص})(س - \bar{س})}{\sum (س - \bar{س})^2} = \frac{\sum (ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})} \quad (١٠)$$

$$\text{ففى المثال : } b = \frac{46,6-}{165,2} = -0,282$$

من جدول البيانات (١١ - ٢) والصيغة (٩) نجد أن المتوسطات المعدلة هي :

$$\overline{ص_1} = ١,٨ + ٠,٢٨٢ (١,٢ - ٠,٥) = ١,٩٩٧٤$$

$$\overline{ص_2} = ٠,٢ + ٠,٢٨٢ (٢,٦ - ٠,٥) = ٠,٧٩٢٢$$

$$\overline{ص_3} = ١,٢ + ٠,٢٨٢ (١,٦ - ٠,٥) = ٠,٦٠٧٨$$

وبالمثل نجد أن  $\overline{ص_4} = ٠,٣٩٧٤$  ،  $\overline{ص_5} = ١,٠٩٥$  ،  $\overline{ص_6} = ٠,٩١٠٢$

يلاحظ أن المجموع الكلي للقيم الصادية المعدلة يساوى المجموع الكلي للقيم الصادية المشاهدة وكلاهما يساوى ٢٩ . كما يلاحظ أن بعض المتوسطات صغرت والبعض الآخر كبر ، وأن الفرق بين أى متوسطين معدلين يقل عن الفرق بين المتوسطين المشاهدين المناظرين ، مما يشير إلى أن المتغير الملازم كان له تأثير فعلى على هذه المتوسطات .

(ب) اختبار دلالة الفروق بين أزواج المتوسطات المعدلة :

يلزمنا هنا إيجاد تقدير للخطأ المعيارى  $\sigma_c$  للفرق بين متوسطين معدلين ، بحيث ندخل فى اعتبارنا الخطأ المعيارى  $\sigma_{ص}$  للتقدير من معادلة الانحدار . والصيغة التى نشق منها الخطأ المعيارى المطلوب هى :

$$\sigma_c^2 = \sigma_{ص}^2 \left( 1 + \frac{1}{n} (ك - ١) \right) \quad \text{بدرجات حرية } n - ك - ١ \quad (١١)$$

حيث  $n_1$  = مجموع المربعات لقيم  $ص$  محسوبا من بين أقسام المعالجة ،  
 $n_2$  = مجموع المربعات لقيم  $ص$  محسوبا من داخل أقسام المعالجة ،  
 فى المثال ، وباستخدام الجدول (١١ - ٣) نجد أن

$$\sigma_c^2 = ٠,٠٨٧٦ (١ + \frac{٥ \div ٨٦,٣}{١٦٥,٢}) = ٠,٠٩٦٧٥ \quad \text{بدرجات حرية } ٢٣$$

ونكون الآن مستعدين لإجراء المقارنات بين أزواج المتوسطات الصادية المعدلة باستخدام الأسلوب المبين بالبند (٨ - ٥) أو أى أسلوب مكافئ .

فمثلا للمقارنة بين المتوسطين المعدلين  $\bar{ص}_1 = 1,9974$  ،  $\bar{ص}_2 = 0,7922$  ومع ملاحظة أن مجموعى القيم الصادية فى القسمين (١) ، (٢) هما ( بالضرب فى خمسة )  $9,987$  ،  $3,961$  يمكن أن نستخدم الأسلوب الآتى :

$$٢٢ (١ ضد ٢) = \frac{١٣,٩٤٥}{١٠} - \frac{٣,٩٦١ + ٩,٩٨٧}{٥} = ٣,٦٢٩٣$$

$$\therefore \text{فى } ٣٧,٥١٢ = \frac{١}{٠,٠٩٦٧٥} = \text{بدرجتى حرية ١ ، ٢٣}^{**}$$

وهذه القيمة ذات دلالة عالية مما يجعلنا نرفض الفرض الصفرى عن تساوى متوسطى التكاليف فى القريتين (١) ، (٢) .

كما يمكننا هنا استخدام اختبارات بالصيغة

$$ت = \frac{\bar{ص}_2 - \bar{ص}_1}{\sqrt{\frac{١}{١٠} + \frac{١}{١٠}} \sqrt{ع}} = \text{بدرجات حرية ٢٣}$$

ف نجد أن  $ت = 6,127$  وهى أيضا ذات دلالة عالية ، مع ملاحظة أن مربع هذه القيمة وهو  $37,54$  يساوى قيمة  $٣٧,٥١٢ =$  الفرق يرجع إلى أخطاء التقريب .

### تمرين (١١ - ١)

فى جزء من تجربة عن تأثير نوعين من الأدوية فى علاج مرض الجذام كان الهدف مقارنة ثلاثة أنواع من المعالجة : د<sub>١</sub> ، د<sub>٢</sub> دواءان من صنف المضادات الحيوية ،

د. دواء داخلي يتخذ كمرقبة . اختير عشرة مرضى للتجريب و حددت على كل منهم ٦ مواقع من الجسم يتراكم فيها ميكروب الجذام وقيست غزارة الجذام باختبارات معملية في هذه المواقع قبل بداية التجربة (س) ثم بعد عدة شهور من العلاج (ص) و دونت النتائج في الجدول الآتي .

الجدول (١١ - ٥)

الدواء						المرضى
٣ص ٣س		٢ص ٢س		١ص ١س		
١٣	١٦	٠	٦	٦	١١	(١)
١٠	١٣	٢	٦	٠	٨	(٢)
١٨	١١	٣	٧	٢	٥	(٣)
٥	٩	١	٨	٨	١٤	(٤)
٢٣	٢١	١٨	١٨	١١	١٩	(٥)
١٢	١٦	٤	٨	٤	٦	(٦)
٥	١٢	١٤	١٩	١٣	١٠	(٧)
١٦	١٢	٩	٨	١	٦	(٨)
١	٧	١	٥	٨	١١	(٩)
٢٠	١٢	٩	١٥	٠	٣	(١٠)
١٢٣	١٢٩	٦١	١٠٠	٥٣	٩٣	المجموع
١٢,٣	١٢,٩	٦,١	١٠	٥,٣	٩,٣	المتوسطات

أجر تحليل التباين لاختبار دلالة الفروق بين متوسطات غزارة الجذام في المستويات الثلاثة للمعالجة ، بعد استبعاد أثر الاختلاف في غزارة المرض قبل بدء المعالجة .

(١١ - ٦) تحليل التغيرات في التجارب ذوات العاملين ومتغير ملازم واحد :  
 النموذج الإحصائي هنا هو امتداد طبيعي للنموذج الإحصائي (٣) للتجارب  
 ذوات العامل الواحد ، وهو يأخذ الصيغة الآتية :

$$ص_{رو} = \mu_{رو} + \mu_{ر} + \beta(س_{رو} - \bar{س}) + خ_{رو} \quad (١٢)$$

ويسير التحليل بنفس الأسلوب مع بعض الإضافات والتعديلات التي يقتضيها  
 وجود عامل تجريبي ثان .

مثال (١١ - ٢) :

في تجربة لمقارنة مقادير المحاصيل الناتجة من ٦ أنواع من الذرة أخذت عينة  
 عشوائية من ٢٤ حوضاً زراعياً وزرعت عليها أنواع الذرة عشوائياً - أربعة أحواض  
 لكل نوع - وقد نتجت البيانات المدونة بالجدول (١١ - ٦) الآتي حيث ص  
 تعبر عن مقدار المحصول الناتج من الحوض ، س تعبر عن درجة خصوبة الحوض  
 مقدرة بعدد النباتات التي كانت قائمة به . إن مقدار المحصول يكون واقعا تحت  
 تأثير عاملين تجريبيين هما : الأحواض (٤ مستويات) وأنواع الذرة  
 (٦ مستويات) ، غير أن المطلوب هنا اختبار ما إذا كان معدل المحصول يختلف  
 باختلاف نوع الذرة (بعد استبعاد أثر الخصوبة) .

الحسابات التمهيدية :

نقوم بتحليل كل من  $ص_{رو}$  (س) ،  $ص_{رو}$  (ص) ،  $ص_{رو}$  (س ، ص) إلى ثلاث  
 مركبات : بين الأعمدة وبين الصفوف والخطأ . أى أن هناك خطوة إضافية واحدة  
 في كل تحليل .

الجدول (١١ - ٦)

المتوسطات	الجامع	الأحواض				أنواع الذرة
		(٤)	(٣)	(٢)	(١)	
$\bar{m}$ ص	س ص	س٤ ص٤	س٣ ص٣	س٢ ص٢	س١ ص١	
١٧٣ ٢٤	٦٩٢ ٩٦	١٣٤ ١٩	١٩١ ٢٧	١٦٥ ٢٢	٢٠٢ ٢٨	ا
١٨٢,٢٥ ٢٥,٥	٧٢٩ ١٠١	١٨٠ ٢٤	٢٠٣ ٢٨	٢٠١ ٢٦	١٤٥ ٢٣	ب
١٩٤,٥ ٢٦,٥	٧٧٨ ١٠٦	٢٢٠ ٢٨	١٨٥ ٢٧	١٨٥ ٢٤	١٨٨ ٢٧	ج
٢٣٢,٧٥ ٢٨	٩٣١ ١١٢	٢٦١ ٣٠	٢٣٨ ٣٠	٢٣١ ٢٨	٢١٠ ٢٤	د
٢٠١ ٢٧,٧٥	٨٠٤ ١١١	٢٢٦ ٢٩	١٩٨ ٢٦	١٧٨ ٢٦	٢٠٢ ٣٠	هـ
٢١٥ ٢٦,٥	٨٦٠ ١٠٦	٢٠٤ ٢٤	٢٠٧ ٢٧	٢٢١ ٢٥	٢٢٨ ٣٠	و
١٩٩,٧٥ ٢٦,٣٣	٤٧٩٤ ٦٣٢	١٢٢٥ ١٥٤	١٢٢٢ ١٦٥	١١٨١ ١٥١	١١٦٦ ١٦٢	الجامع

مخ س٢ = ١٦٨٢٤ ، مخ ص٢ = ٩٧٦٢٨٠ ، مخ س ص = ١٦٧٧٢٧

تحليل م م (س):

$$1 = \text{م م (الكل)} - \text{مخ س}^2 - \frac{\text{م}^2}{n}$$

$$23 = 1 - \text{بدرجات حرية } n = 181,334 = \frac{632^2}{24} - 16824 =$$

$$1 = \text{م م (بين الأعمدة)} = \frac{1}{7} (104^2 + 165^2 + 151^2 + 162^2) - \frac{632^2}{24}$$

$$3 = 1 - \text{بدرجات حرية ك} = 21,667 =$$

$$1 = \frac{22}{24} - \frac{1}{4} (1.06 + \dots + 1.01 + 1.96) = \text{(بين الصفوف)}$$

$$45,834 = \text{بدرجات حرية ه} - 1 = 0$$

$$1 = \frac{22}{24} - \frac{1}{4} (45,834 + 21,667) - 181,334 = \text{(الخطأ)}$$

$$15 = (1 - ه) (1 - ك) = 113,833 \text{ بدرجات حرية (ك) (ه) (1 - ه)}$$

وبنفس الطريقة نحلل كلا من ٢٢ (ص) و ٢ ص (س، ص) ونضع النتائج في الجدول الآتي حيث ك ترمز إلى عدد الأعمدة، ه ترمز إلى عدد الصفوف.

الجدول (١١ - ٧)

تحليل مجموعى المربعات ومجموع حواصل الضرب

مصدر التباين	درجات الحرية	٢٢ (س)	٢٢ (ص)	٢ ص (س، ص)
بين الأعمدة (الأحواض)	ك - ١ = ٣	٢١,٦٧ = أ	٤٣٦,١٧ = ب	٨,٥٠ = ج
بين الصفوف (الأنواع)	ه - ١ = ٥	٤٥,٨٣ = أ	٩٤٩٠,٠٠ = ب	٥٥٩,٢٥ = ج
خطأ التجريب	(ك-١)(ه-١) = ١٥	١١٣,٨٣ = أ	٨٧٥٢,٣٣ = ب	٩١٧,٢٥ = ج
أنواع + خطأ	٢٠	١٥٩,٦٦	١٨٢٤٢,٣٣	١٤٧٦,٥
الكلى	٢٣ = ١ - ٥	١٨١,٣٣ = أ	١٨٦٧٨,٥٠ = ب	١٤٨٥,٠٠ = ج

وستبين أهمية السطر الإضافى (أنواع + خطأ) عند تكوين النسبة ف لاختبار المتوسطات المعدلة.

الخطوة الأولى : اختبار تأثير المتغير اللازم  $s$  على المتغير  $v$  :

أى اختبار وجود علاقة خطية بين المتغيرين  $s$  ،  $v$  ويتأتى هذا عن طريق الصيغة (٥) لاختبار  $F$  مع ملاحظة درجات الحرية .

$$F = \frac{\text{التباين المفسر}}{\text{التباين غير المفسر}} \text{ بدرجتى حرية } 1, v - k - h \text{ (١٣)}$$

على أن يحسب البسط والمقام من السطر الخاص بخطأ التجريب . فى المثال نجد ما يأتى :

$$\text{الاختلاف المفسر} = \frac{2917,25}{113,83} = \frac{2}{1} = 7391,2638$$

بدرجة حرية واحدة

$$\therefore \text{الاختلاف غير المفسر} = \frac{2}{1} - \frac{2}{2} = 8752,33 - 7391,2638$$

$$= 1361,0662 \text{ بدرجات حرية } 14$$

$$\therefore F = \frac{7391,2638}{97,2190} = \frac{1 \div 7391,2638}{14 \div 1361,0662} =$$

$$= 76,027^{**} \text{ بدرجتى حرية } 1, 14$$

وهذه القيمة ذات دلالة عالية مما يدل على وجود تأثير كبير لخصوبة الأرض على معدل المحصول . ولذلك ينبغي استبعاد هذا الأثر قبل مقارنة متوسطات المحاصيل تحت تأثير أنواع الذرة .

الخطوة الثانية : اختبار دلالة الفروق بين المتوسطات المعدلة :

نستخدم الصيغة (٦) لاختبار ف مع ملاحظة درجات الحرية .

$$ف = \frac{\text{التباين المعدل (بين الأنواع)}}{\text{التباين المعدل للخطأ}} \text{ بدرجتي حرية ك-١ ، ن-ك هـ (١٤)}$$

ولقد سبق أن حسبنا في الخطوة الأولى التباين المعدل للخطأ فهو التباين غير المفسر

$$٩٧,٢١٩ = ١٤ \div ١٣٦١,٠٦٦٢$$

أما التباين المعدل بين الأنواع فيحسب كالآتي :

التباين المعدل بين الأنواع = [ الاختلاف المعدل (أنواع + خطأ) - الاختلاف

المعدل للخطأ ] مقسوما على درجات الحرية (١٥)

من السطر الإضافي بالجدول (١١ - ٧) نجد ما يلي

$$\frac{١٤٧٦,٥}{١٥٩,٦٦} - ١٨٢٤٢,٣٣ = \text{الاختلاف المعدل (أنواع + خطأ)}$$

$$٤٥٨٧,٩٨٩ = \text{بدرجات حرية ١٩}$$

$$١٣٦١,٠٦٦٢ = \text{بدرجات حرية ١٤ ولكن الاختلاف المعدل للخطأ}$$

$$١٣٦١,٠٦٦٢ - ٤٥٨٧,٩٨٩ = \text{الاختلاف المعدل بين الأنواع}$$

$$٣٢٢٦,٩٢٢٨ = \text{بدرجات حرية ٥}$$

$$٦٤٥,٣٨٥ = ٥ \div ٣٢٢٦,٩٢٢٨ = \text{التباين المعدل بين الأنواع}$$

من الصيغة (١٤) ينتج أن :

$$ف = \frac{٦٤٥,٣٨٥}{٩٧,٢١٩} = ٦,٦٣٨^{**} \text{ بدرجتي حرية ٥ ، ١٤}$$

وهذه القيمة ذات دلالة عالية لأنها أكبر من ف [٠,٠١ ، ٥] ، ١٤ التي لا تزيد عن ٥,٠٦ مما يشير إلى أن متوسطات المحاصيل ( بعد استبعاد أثر الخصوبة ) ليست جميعها متساوية عند الأنواع المختلفة من الذرة .

ملاحظة :

يمكن بنفس الطريقة اختبار ما إذا كان معدل المحصول يختلف باختلاف الأحواض ( الأعمدة ) .

( ١١ - ٧ ) المقارنة بين أزواج المتوسطات المعدلة :

نستخدم نفس الأسلوب المقدم بالبند ( ١١ - ٥ - ب ) ، فتحسب المتوسطات المعدلة من الصيغة ( ٩ ) وهي :

$$\overline{ص_0} = \overline{ص_1} - \overline{ص_2} ( \overline{س_1} - \overline{س_2} )$$

$$٨,٠٥٨٨ = \frac{٩١٧,٢٥}{١١٣,٨٢} = \frac{٢}{١} = \frac{ص_٢ (س_١) - ص_١ (س_٢)}{(س_١) - (س_٢)}$$

ومن هذه القيمة نتوصل إلى المتوسطات المعدلة الآتية :

$$\overline{ص_1} = ١٩١,٨ ، \overline{ص_2} = ١٩١,٠ ، \overline{ص_3} = ١٩٣,١$$

$$\overline{ص_4} = ٢١٩,٣ ، \overline{ص_5} = ١٨٩,٦ ، \overline{ص_6} = ٢١٣,٦$$

أما الخطأ المعياري ع للفرق بين متوسطين معدلين فيحسب من الصيغة

$$ع^٢ = ع^٢ ص_١ - ١ + \left[ \frac{١}{٢} \div (١ - ه) \right] \text{ بدرجات حرية } ه - ك - ١ \quad (١٦)$$

حيث أ<sub>١</sub> = مجموع المربعات لقيم س محسوبا من بين الأنواع

١، = مجموع المربعات لقيم س محسوبا من خطأ التجريب .

$$ع = ٩٧,٢١٩ + ١ \left( \frac{٥ \div ٤٥,٨٣}{١١٣,٨٣} \right)$$

$$= ١٠٥,٠٤٨$$

بدرجات حرية ١٤

وبهذه القيمة نكون قادرين على مقارنة ما نريد من أزواج المتوسطات الصادية المعدلة كالمعتاد .

يمتد تحليل التباين إلى المواقف الأكثر تعقيدا . وكمثال لذلك التجارب ذوات العامل الواحد التي تشتمل على متغيرين ملازمين  $س_١$  ،  $س_٢$  يرتبطان خطيا بالمتغير الرئيسي  $ص$  ، حيث يأخذ النموذج الإحصائي الشكل الآتي :

$$ص_{٢٠} = \mu + \beta (س_{١٠} - \bar{س}_١) + \beta (س_{٢٠} - \bar{س}_٢) + \chi_{٢٠}$$

ويحتاج الأمر هنا إلى تحليل الانحدار المتعدد قبل القيام بتحليل التباين .

### تمرين (١١ - ٢)

بالجدول الآتي مقادير المحاصيل (ص) لنبات فول الصويا في الفدان ونسبة الإصابة (س) لساق النبات بمرض معين . استخدمت أربعة خطوط ا ، ب ، ح ، د للمقارنة وزرع بكل منها ٤ نباتات . المطلوب (١) توضيح أن هناك علاقة خطية سالبة بين الإصابة بالمرض ومقدار المحصول (٢) توضيح أن معدل المحاصيل يختلف من خط إلى آخر بعد استبعاد أثر الإصابة (٣) إيجاد المتوسطات المعدلة للمحاصيل والمقارنة بين كل زوج منها (٤) توضيح أنه إذا لم يُستبعد أثر الإصابة فإن معدل المحاصيل لا يختلف من خط إلى آخر .

الجدول (١١ - ٨)

المجميع س. ص	الخطوط						القطاعات	
	د		ح		ب			أ
	س. ص	س. ص	س. ص	س. ص	س. ص	س. ص	س. ص	
١٠١,٤ ٤٧,٧	٢٥,١	١٤,٠	٢٦,٧	٤,٣	٢٨,٣	١٠,١	٢١,٣ ١٩,٣	(١)
٧٥,٢ ١٤٢,٣	٢٠,١	٣٠,٢	١٤,٧	٤٨,٢	٢٠,٧	٣٤,٧	١٩,٧ ٢٩,٢	(٢)
١٠٨,٦ ٢٨,٥	٢٤,٩	٧,٢	٢٩,٠	٦,٣	٢٦,٠	١٤,٠	٢٨,٧ ١,٠	(٣)
١٢٠,٢ ٢٧,٥	٢٩,٨	٨,٩	٢٩,٠	٦,٧	٣٤,١	٥,٦	٢٧,٣ ٦,٤	(٤)
٤٠٥,٤ ٣٤٦,١	٩٩,٩	٦٠,٣	٩٩,٤	٦٥,٥	١٠٩,١	٦٤,٤	٩٧,٠ ٥٥,٩	المجميع

مح س = ٦٤٦٥,٩٢٥٦ ، مح ص = ١٠٦٣١,٩٢٢ ، مح س ص = ٥٣٥٢,٠٥٨٧