إعداد أ / سمير الحفناوى
مؤرخ رياضيات

الكشف عما يجول بخاطر الممتحن

هذه المسألة أو هذا النوع من المسائل يعتمد على التفكير الابتكاري وعلى سبيل علـم الـنفس التعليمي ؛ فهذا النوع يستقر في أعلى مستوى من المستويات المعرفية ، وهو التخصص القيمي ويتعانق أيضا مع قمة هرم ماسلو، وهو تقدير الذات وإن دل هذا فإنما يدل على احترام الـذات ومادة الرياضيات ؛ لأن الذي يحب مادة تخصصه يحترم ذاته وذات الآخـرين ؛ ويمكنـه أن يكون مبدعا في يوم من الأيام ولا يجب أن ننسى أن هناك قلة من الممتحنين يريـدون تـشجيع المدرس الراغب في تبصير تلاميذه لا بالحقائق بل بالإدراك والشعور بالموضوع الذي يدرسه .

فالممتحن يريد أن يختبر الموضوع كله ومعه تخيل الطالب وقدرته على الإبداع فهو يتوخى في أسئلته قياس هذه النواحي . ويعترض بعض المدرسين قائلين لمثل هذا الممتحن أنه غير عادل معهم ؛ فالتلاميذ لا يمكن إعدادهم لمثل هذه الإمتحانات التي لا يمكن التنبؤ بها ، وردي علـيهم هو أن أسألهم بدوري ، أيمكن التنبؤ بالموقعة الحربية؟ وإذا فهل من المستحيل تـدريب قـادة حربيين ؟ إن تدريب الضباط يتم _أو قل يجب أن يتم_على مبادئ عامة تشتمل وتنطبق علـى كل المواقع الحربية ثم إنماء وتشجيع التصرف بوضع الطالب على كل المواقع الحربية (أعني مجموعة من المواقف الغير متوقعة ويطالب بمعالجتها) . ومثل هذا يجب أن نفعله في تـدريب الرياضي ، فالإمتحان والموقعة شيئان يشتركان في عوامل كثيرة :

خذ ١٢٧س + ٣٤١ص = ٢٧٤

٢١٨س + ٧٣ ص = ١١١

والمطلوب حل المعادلتين

وهذا سؤال روتيني بحت وواضعه لا ينبغي أكثر من احتبار قدرة الطالب علـى اتقـان عمليات حسابية ، يقابل هذه المسألة التالية:

٦٧٥١س +٣٢٤٩ص = ٢٦٧٥١

& ٣٢٤٩س +٦٧٥١ص = ٢٣٢٤٩

والمطلوب حل المعادلتين . إن هذا السؤال فيه تنظيم واضح فهو على نمط النموذج

obeikandi.com

فالمقداران في الطرف الأيمن يتبادلان بوضع س،ص كل مكان الآخـر . وعرضـهما علـى الطالب المفكر يوحي بالفكرة الوجب الإستعانة بها في الحل

بالجمع نحصل على ١٠٠٠ س+ ١٠٠٠ ص= ٥٠٠٠ ---- ١

وبالطرح نحصل على ٢٥٠٢س – ٢٥٠٢ص = ٢٥٠٢ ------٢

من ١ نستنتج س+ص= ٥ &من ٢ نستنتج س– ص = ١

إذا س = ٣ & ص = ٢

هذه المسألة تسر التلاميذ المبتدئين .. أما للطلبة الأرقى فيجب أن نستوحي الطبيعة في مسائلنا .... إن الباحث في تركيب الذرة يتوقع أن يقوده المزيد من البحث إلـى المزيـد مـن البساطة والمزيد من الدقة في التنظيم .

..... إن السؤال في الإمتحان الجيد لا يمكن أن يخلو من هدف فيجب أن يحتوي على تركيب ظريف أو نتيجه رائعة ، وليس من السهل تكوين مسألة جديدة . ولكن الباحث الرياضي يمكنـه أن يتناول نقطة في بحثه وجعلها نواة لمسألة طريفة .

أظن أن إخوتي وبناتي اشتاقوا إلى المسألة فإلى هناك :

إذا كان أ ح – ب٢ ÷ أ – ٢ب + ح = ب د – ح٢ ÷ ب – ٢ح + د

فأثبت أن كلا من النسبتين = أد – ب ح ÷ أ – ب – ح + د

هذا سؤال محدد جدا ، وواضح أن حل مثل هذا السؤال بالحسابات العويصة أمر عـديم المغزى ، وإن كان من الممكن الوصول لمثل هذا الحل بهذه الطرق التافهة إلا أن ذلك لا يصل للب السؤال وروحه . وقد شاقني سؤال آخر مرتبط به . وهو كيف وصل الممتحن لمثل هـذا السؤال ؟ قلت أن بالسؤال تنظيما شاملا تتلخص مظاهر فيما يلي أن : أ ح – ب٢ = ٥ وهـو شرط كون أ،ب،ح في توالي هندسي ومقدم النسبة الأولى يحتوي على أح – ب٢ . أمـا مقـام (تالي) الأول ففيه أ – ٢ب + ح وهي مرتبطة بالمتوالية العددية فإن : أ +ح = ٢ب إذا كان أ، ب،ح في توالي عددي .....وأخيرا فإن كل من الكسور الثلاثة واضح التنظيم بالنسبة لما تدخله في حروف فلو أخذت الأول مثلا لوحدت أ، ح عاملي الحد الأول في البسط ومجموعي الحدين الأول والثالث في المقام ، وشبيه عن ذلك ب.٢ . ويمكنك أن تقارن هذا التنظيم وتكشف مايماثله في الكسر بين الآخرين .

نخرج من ذلك أن اختراع مسألة لهذه مستحيل تقريبا ، فهي من النوع الذي لا يختـــرع بل يكتشف ، بل أن مكتشفها يقع عليها عندما يبحث عن شرط ما خلال بحث رياضي ،كيف إذا صيغت المسألة.

لنجيب عن ذلك : افرض أن كلا من النسبتين المتساويتين تساوي (ك) والمطلوب مساواة النسبة الثالثة بهما.

في المعادلة : أ ح – ب٢ ÷ أ – ٢ب + ح = ك

∴ أ ح –ب٢= ك أ – ٢ك ب +ك ح

∴ أ ح – ك(أ+ح) = ب٢ –٢ك ب

وواضح أن كلا من الطرفين ينقصه ك٢ لنحصل على تنظيم أجمـــل ، أضـــف إذا ك٢ للطرفين ثم حلل :

∴ (أ– ك) (ح – ك) = (ب – ك)٢ وهي نتيجة من .....(١)

نترجمها بأن : أ– ك ، ب – ك ، ح – ك ثلاث مقادير في توالي هندسي ، وها قد اتضح لنـــا الطريق : فنفعل مثل ذلك مع الكسر الثاني : ب د – ج٢ ÷ ب – ٢ح + د = ك ....(٢)

فنستنتج أن : ب – ك ، ح – ك ، د – ك في توالي هندسي

∴ أ – ك ، ب – ك ، ج – ك ، د – ك تكون متوالية هندسية

∴ (أ – ك) (د – ك) = (ب – ك) (ج – ك)

∴ أد – أك – ك د + ك٢ = ب ج – ب ك – ك ج + ك٢

∴ أد – ك (أ+د) = ب ج – ك (ب + ج)

∴ أد – ب ج = ك (أ + د – ب – ج)

∴ أد – ب ج ÷ أ – ب – ج + د = ك وهو المطلوب .

أظنك يا أخي القارئ قد استمتعت معنا بعض الشئ و الآن أقدم لك تمرين للمناقشة فـــي العدد القادم إن شاء الله وعلى نفس المنوال السابق :

إذا كانت أ = ط ب + ص ج ، ب = س ج + ط أ ، ج = ص أ + س ب

برهن أن : أ٢ ÷ ١ – س٢ = ب٢ ÷ ١ – ص٢ = ج٢ ÷ ا-ط٢

تنبيه : إذا كان لديك حلان فبادر بهما إلى المجلة لتنشر باسمك .