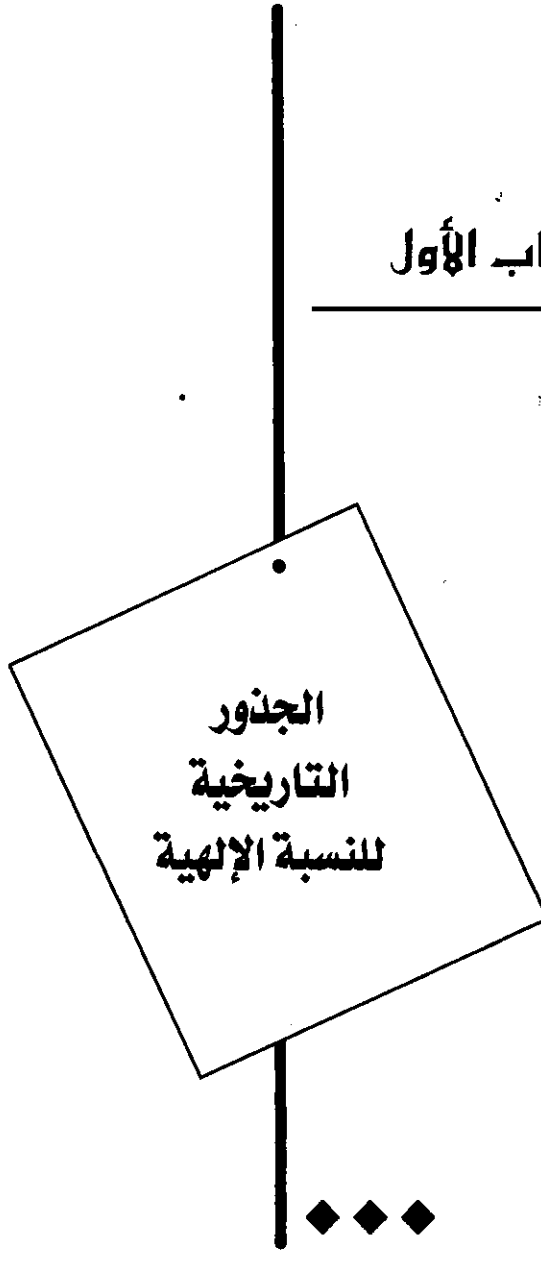
الباب الأول



أولاً: مفهوم وخصائص النسبة الإلهية Φ

تمهيد:

لكي نستوعب تماماً مفهوم «النسبة الإلهية» أو «النسبة الذهبية» أو «النسبة المقدسة» دعنا نتعرّف على المتتابعة المؤلَّفة من الأرقام التالية: ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ١٣، ٢١، ٣٤، ٥٥، ... وهي متتابعة الأرقام التي ينتج كلُّ رقم فيها عن مجموع الرقمين السابقين له والتي حداها الأولان يساويان الواحد. أي« اجمع آخر عددين لتحصل على العدد التالي»:

1	
1	
2	=1+1
3	=1+2
5	=2+3
8	=3+5
13	=5+8
21	=8+13
34	=13+21
55	=21+34
89	=34+55
144	=55+89
...	

وهكذا مع بقية النتائج.

المهم هنا ليست الأرقام بحد ذاتها، لكن العلاقة الرياضية بين هذه الأرقام، وأحد أهم الميزات الرائعة لهذه الأرقام المتسلسلة، هو أن كل رقم هو تقريبا ١,٦١٨ مرة أعظم من الرقم الذي يسبقه، هذه العلاقة العامة بين هذه الأرقام هي الأساس الذي تم من خلاله اكتشاف نسب فيبوناتشي.

ولكي نعرف كيف نشأت «النسبة الذهبية» Φ = ١,٦١٨ يجب أن نقسم كل عدد في المتتابعة على العدد الذي يسبقه ونكوِّن الجدول التالي لتتضح الرؤية:

العدد الأول(an)	العدد الثاني(bn)	نسبة العدد الثاني إلى العدد الأول $\frac{b_n}{a_n}$
1	1	1.000
1	2	2.000
2	3	1.500
3	5	1.666
5	8	1.600
8	13	1.625
13	21	1.615
21	34	1.619
34	55	1.617
55	89	1.618
89	144	1.618
144	233	1.618

العدد الأول(an)	العدد الثاني(bn)	نسبة العدد الثاني إلى العدد الأول $\frac{bn}{an}$
233	377	1.618
377	610	1.618
610	987	1.618
987	1597	1.618

من الجدول نجد أنّ «النسبة الذهبية» ثبتت عند الرقم ١,٦١٨ .

النسبة الذهبية Golden Section، في شكل مبسَّط، هي الطريقة الأكثر منطقية للقسمة، قسمة غير متناظرة، أي للقسمة إلى غير النصفين. فإذا كان لدينا طول قابل للقياس AC، فالنسبة الذهبية تمثل قسمته إلى طولين غير متساويين AB وBC، بحيث تكون نسبة الجزء الأكبر إلى الجزء الأصغر تساوي النسبة بين القطعة كلِّها AC وبين الجزء الأكبر.

أي أن: النسبة الذهبية هي العدد ك >١، حيث:

ك = (أ + ب)/ أ = أ/ ب ، حيث أ > ب فمثلاً من الجدول نجد أن:٨٩/ ٥٥=٨٩+٥٥/ ٨٩=١,٦١٨

الخلاصة: النسبة الذهبية هي خارج قسمة العدد(الطول) الأكبر على العدد(الطول) الأصغر بحيث يكون الناتج مساوياً ١,٦١٨

وقد تم اكتشاف مثلاً أن كل شي تقريباً له بعد نسبي يلتزم بالنسبة ١,٦١٨، وكذلك بالنسبة المقابلة لها وهي0.618 هذا البعد النسبي يعرف كما ذكرنا سابقا

بالنسبة الذهبية، أو المتوسط الذهبي، وقد وجد أن كل شيء في الحياة له بعد نسبي ، له علاقة بالنسبة ١,٦١٨ ،ويبدو أن هذه النسبة لها علاقة بالبنية الأساسية لأي وحدة بناء أو خلية في العالم.

خصائص «النسبة الإلهية» أو«النسبة الذهبية»

« النسبة الذهبية » $\Phi \cong 1.618$ ((Colden Ratio)) وهو أحد الثوابت الشهيرة التي خلبت عقول الفلاسفة وقد كان إقليدس يسميها النسبة القصوى والمتوسطة حيث بطرح 1 منها يكون مقلوبها فيمكن رسم مستطيل أحد أبعاده الوحدة والآخر هذا العدد ونطرح من مساحته مربع طول ضلعه الوحدة فيتبقى مستطيل نسبة أبعاده هي أيضا « النسبة الذهبية » وهكذا .... ويمكن بذلك التعويض عن S في الطرف الأيمن للعلاقة $S=1+(1/S)$ لينشأ الكسر المتسلسل « Continued fraction »

$$S = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\ddots}}}}$$

وإن « النسبة الذهبية » $\Phi \cong 1.618$ لها أيضا صبغة جمالية . فقد اكتشف رياضيو العصور القديمة أن هذه النسبة تختص بها أبعاد أي شكل متناسق . وكان الرياضيون في تلك العصور عادة فلاسفة وشعراء يؤمنون بتناسق الكون وأن الرياضيات تحقق إشباعاً « روحيًا » لديهم وتزيح الغموض عن أبعاده .

فدأبوا على ملاحقة الأشكال في الطبيعة ومضاهاة أبعادها بهذه النسبة ليتأكدوا من صدق حدسهم ، لذلك أسموها « النسبة الإلهية » أو « الجمالية » « The Diving Proportion» وتظهر « النسبة الذهبية » كنهاية لبعض

المتتابعات أهمها التي تحقق المتتابعة:

$$S:=(S : Sn+1 = Sn-1 + Sn \text{ ، } n \geq 2)$$

مثل متتابعة فيبوناتشي ...1.1.2.3.5.8.13.21.34.55.89.144 ذات التطبيقات الواسعة في العلوم المختلفة أو في أي متتابعة تحقق هذه القاعدة بين نسب حدودها حتى إن بدأنا بأي حد على سابقة نجد أن: $\text{Lim} \frac{Sn+1}{Sn} = \Phi$

ويمكن أن نوجز الخصائص الرياضية «للنسبة الإلهية» في التالي:

$$\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+...}}}} = \Phi$$

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1،618 .....$$

$$\Phi = \frac{3+\sqrt{5}}{2} = 2،618 .....$$

$$\frac{1}{\phi} = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = 0،618 .....$$

$$\Phi^{1} = \Phi^{0} + \Phi^{-1}$$

$$\Phi^{2} = \Phi + 1$$

$$\Phi^{3} = \Phi^{2} + \Phi$$

.....

.....

وبوجه عام $\Phi_n = \Phi_{n-1} + \Phi_{n-2}$ ، $n \varepsilon Z$

وبذلك تكون المتتابعة : $1، \Phi، \Phi^2، \Phi^3،$

$$\Phi = \frac{1}{\phi} + \frac{1}{\phi 2} + \frac{1}{\phi 3} + \ldots\ldots$$

$$\Phi^2 = 1 + 1\,\Phi$$

$$\Phi^3 = 1 + 2\,\Phi$$

$$\Phi^4 = 2 + 3\,\Phi$$

$$\Phi^5 = 3 + 5\,\Phi$$

$$\Phi^6 = 5 + 8\,\Phi$$

ونلاحظ أن العمودين يمثلان متتابعتين «لفيبوناتشي» Double Fibonacci Series وهذه المتتابعة لفيبوناتشي دفعت لأهميتها بعض الرياضيين لإنشاء جمعية باسمها تسمي« «Fibonacci Quarterly كذلك :

$$\Phi^{10} = \Phi^9 + \Phi^8$$

$$= \Phi^8 + 2\,\Phi^7 + \Phi^6$$

$$= \Phi^7 + 3\,\Phi^6 + 3\,\Phi^5 + \Phi^4$$

$$= \Phi^6 + 4\,\Phi^5 + 6\,\Phi^4 + 4\,\Phi^3 + \Phi^2$$

$$= \Phi^5 + 5\,\Phi^4 + 10\,\Phi^3 + 10\,\Phi^2 + 5\,\Phi + 1$$

وفي كل مرة يتكرر صف من صفوف مثلث باسكال Pascal Triangle الذي كان يعرفه الصينيون والعرب وهو الخاص بمعاملات ذات الحدين لأي أس

صحيح موجب .

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

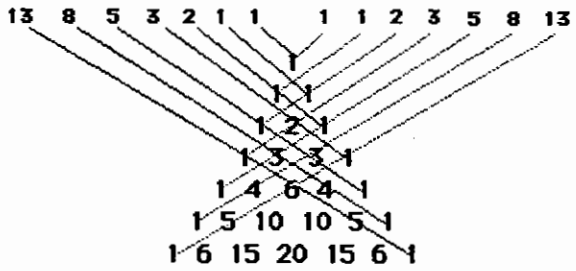
1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

Pascal Triangle



The Fibonacci Numbers in Pascal's Triangle

$$\phi = 1 + \frac{1}{\phi} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\phi}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \phi}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + ..}}}}$$

$$1 + \frac{1}{1} \rightarrow 2 \qquad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} \rightarrow \frac{3}{2} \qquad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}} \rightarrow \frac{5}{3}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}} \rightarrow \frac{8}{5} \qquad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}} \rightarrow \frac{13}{8}$$

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0 \text{ solve}, \phi \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot 5^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 5^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.618033989 \\ -0.618033989 \end{pmatrix}$$

$\varphi^{-1} = 0.6180339887...$	$1(\varphi) - 1 = 0.6180339887...$
$\varphi^{0} = 1.0000000000...$	$0(\varphi) + 1 = 1.0000000000...$
$\varphi^{1} = 1.6180339887...$	$1(\varphi) + 0 = 1.6180339887...$
$\varphi^{2} = 2.6180339887...$	$1(\varphi) + 1 = 2.6180339887...$
$\varphi^{3} = 4.236067971...$	$2(\varphi) + 1 = 4.236067971...$
$\varphi^{4} = 6.854101953...$	$3(\varphi) + 2 = 6.854101953...$
$\varphi^{5} = 11.09016992...$	$5(\varphi) + 3 = 11.09016992...$
$\varphi^{6} = 17.94427186...$	$8(\varphi) + 5 = 17.94427186...$

ثانياً: اكتشاف النسبة الإلهية عند القدماء المصريين

ذكر بعض المستشرقين غير المنصفين أن النسبة الإلهية اكتشفت منذ عهد «إقليدس» .... ولكنها اكتشفت قبل ذلك بآلاف السنين عند المصريين القدماء وشواهدهم المعمارية الآن ندلل على صدق ما نقوله بالإضافة إلى شهادة بعض المنصفين ..... أمثال:«هوارد إيفز» والعالم الأثري«بتري» والعالم الفلكي «بيازي سميث» وعالم الرياضيات«جلنجز» والمؤرخ الشهير«هيروديت» وعالم المصريات الكبير «موريه» A. Moret ..... وغيرهم كثير.

ولنتعرف عليهم أولاً، ثم نأخذ مقتطفات من أقوالهم وتقاريرهم.

«هوارد إيفز» Howard Whitley Eves

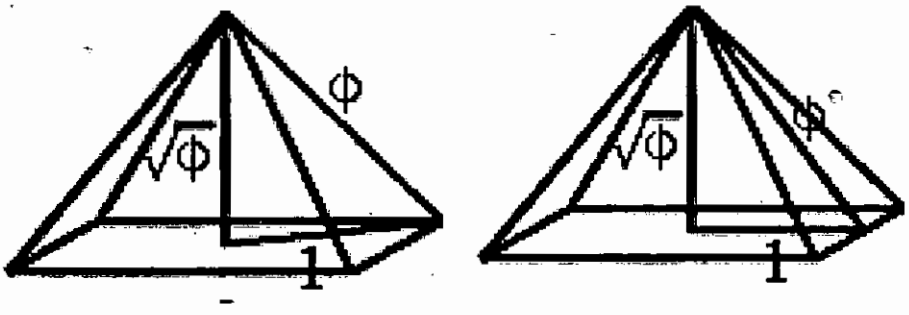
المفردات	البيانات الشخصية
الاسم	هوارد إيفز Howard Whitley Eves
تاريخ الميلاد	١٠ يناير ١٩١١م.
مكان الميلاد	نيوجرسي ـ أمريكا.
تاريخ الوفاة	٦ يونيو ٢٠٠٤م.
مكان الوفاة	أمريكا.
سبب الوفاة	غير محدد
الجنسية	أمريكي
المهنة	مؤرخ وعالم آثار ورياضيات.

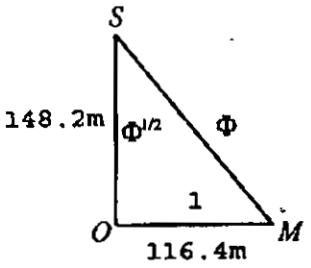
موجز السيرة

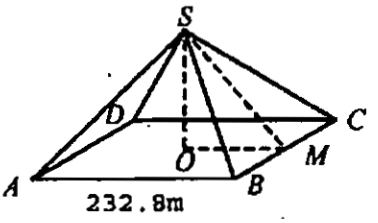
حصل «هوار إيفز» على درجة البكالريوس من جامعة «فرجينيا» والماجستير من جامعة «هارفارد» والدكتوراه من جامعة «أوريغو» عام ١٩٥٦م وكان صديقا « لألبرت إينشتاين» ثم قضى معظم حياته المهنية في جامعة «مين».... شغل منصب تحرير عدد من المجلات وكان المتحدث الرسمي للرابطة الأمريكية للرياضيات ومات بعد صراع طويل مع المرض.

شهادته

وجد «هوارد إيفز» بقياساته للهرم الأكبر أن النسبة بين أبعاد المثلث الداخلي SOM التي تتعامد قاعدته مع أحد أضلاع الهرم هو $\Phi : \sqrt{\phi}$:1 وذلك من العلاقة $\Phi^2 = 1 + \Phi$ والنسبة بين طول ارتفاع المثلث الداخلي إلى طول قاعدته $= \sqrt{\phi}$ 1.273 = 116.4 / 148.2.







عالم الآثار البريطاني : السير وليام ماثيو فلندرز بتري

المفردات	البيانات الشخصية
الاسم	وليام ماثيو فلندرز بتري Flinders Petrie
تاريخ الميلاد	٣ يونيو ١٨٥٣م.
مكان الميلاد	مايرون روود ـ تشارلتون ـ كينت ـ لندن
تاريخ الوفاة	٢٨ يوليو١٩٤٢م
مكان الوفاة	القدس
سبب الوفاة	غير محدد
الجنسية	بريطاني
المهنة	عالم آثار

موجز السيرة

بدأ وليام ماثيو فلندرز بتري عمله كعالم آثار عندما كان شاباً صغير السن. كان والد بتري مسّاحاً وهو الذي علم ابنه كيفية استعمال أحدث المعدات المساحية في ذلك الوقت. وكان لهذا التدريب أثره على بتري الشاب حيث غرس فيه احترام المقاييس والدقة اللتين اهتدى بهما في عمله مما كان له أبلغ الأثر في إنجازاته في علم الآثار.

فتن بتري لعدة سنوات بقياس أبعاد الآثار القديمة وفي عام ١٨٨٠م رحل إلى مصر ليقيس هرم الجيزة الأكبر. شرع بتري في اختبار نظرية تقدم بها كاتب معاصر تقول بأن الهرم الأكبر قد بنى بمساعدة إلهية ، وأنه قد توجد ضمن مقاساته رسائل سرية وحقائق بليغة عن تاريخ ومصير الإنسانية. وبعد أن أمضى بتري عدة أشهر في قياس أبعاد الهرم الأكبر اقتنع بأن المقاسات التي أدت إلى تلك النظرية كانت غير دقيقة.

نمى لدى بتري حب عارم لكل ماهو مصري خلال هذا الوقت الذي أمضاه في الجيزة والأماكن المجاورة فكرّس باقي حياته في سبيل دراسة لغة القدماء المصريين، وحضاراتهم، وآثارهم.

قام بتري بعدة حفائر في كثير من المواقع الأثرية الهامة في مصر مثل هوارة وميدوم وأبيدوس وتل العمارنة.

حصل بتري على كرسي الأستاذية من لندن ،واستمر في الحفائر في مصر ، وأمضى السنوات الأخيرة من حياته في حفائر قام بها بالقرب من غزة ومات في القدس عام ١٩٤٢م. وقد خلف عند وفاته تراثاً ضخماً من العلوم والإنجازات في حقل الآثار

وفقه اللغة والمصريات.

شهادته

قال عالم الآثار البريطاني «فلندرز بتري» :إن أبعاد هذا المثلث الداخلي SOM هي مضاعفات من الطول 4r (حيث r وحدة قياس الطول عند قدماء المصريين وتساوي تقريباً 52.4 cm) حيث:

. SM = 4rX59،OM= 4rX55

و العددان 55،89 هما الحدان العاشر والحادي عشر في متتابعة فيبوناشي .

وقام هو «وبيازي سميث» الفلكي بقياسات على الهرم الأكبر فلاحظا أن نسب أبعاد بعض مقابر القدماء المصريين التي هي متوازي مستطيلات هى 1 : Φ : Φ2 ونجد أن هذه النسب في غرفة دفن الملك خوفو مثل العدد $\sqrt{5}$ الذي يمثل نسبة قطر الغرفة إلى طول أحد أضلاع قاعدتها التي تأخذ شكل مربعين متلاصقين .

المؤرخ الشهير «هيرودوت» Herodotus

المفردات	البيانات الشخصية
الاسم	هيرودوت أو هيرودوتس ابن ليكسيس ودريو
تاريخ الميلاد	بين سنتي ٤٨٤ ق.م ـ ٤٨٠ ق.م.
مكان الميلاد	هاليكارناسوس ـ إحدى مدن كاريا،(إحدى بلدان جنوب غرب آسيا الصغرى).
تاريخ الوفاة	عام ٤٢٦ ق.م أو عام ٤٢٥ ق.م.
مكان الوفاة	ثوري ـ جنوب إيطاليا.
سبب الوفاة	غير محدد
الجنسية	يوناني.
المهنة	مؤرخ

موجز السيرة

المؤرخ هيرودوت أو هيرودوتس باللغة الإغريقية واسمه مركب من لفظين

هما:«هيرا» الآلهة اليونانية ـ و«دوت» أو«دوتا» بمعنى أعطى أو أهدى فالاسم يعني هدية هيرا أو عطاء هيرا.

عاش «هيرودوت» في القرن الخامس قبل الميلاد (حوالي ٤٨٤ ق.م ـ ٤٢٥ ق.م)

ولد «هيرودوت» في هاليكارناسوس إحدى بلدان جنوب غرب آسيا الصغرى، بين سنتي ٤٩٠ و٤٨٠ ق.م، وهو من أسرة من طبقة الصفوة الاجتماعية، وكانت أسرته محبة للعلم والشعر والأساطير، تعمل في السياسة، لهذا اهتمت بتعليمه وتثقيفه،وقد شغف منذ صغره بالدراسة والتعلم واهتم بقراءة الكتب المختلفة والأشعار والأدب والملاحم، وقد عاصر في بداية طفولته غزو الفرس بقيادة «أحشويرش الأول» بلاد اليونان، وكان له عم اسمه «وبانياسيس» كاتباً وأديباً، فقام «وبانياسيس» بتعليم«هيرودوت» الشعر الملحمي فأحبه، وجعله معجباً «بهوميروس»،وعندما كبر هاجر«هيرودوت» إلى ساموس التي كانت مركزاً صناعياً وتجارياً ومركزاً ثقافياً هاماً، ويرى بعض المؤرخين أنّ سبب تركه لبلاده، هو خلافه مع الطاغية«هاليكارناسوس» آنذاك ؛ وبعد إقامته لمدة من الزمن في ساموس قام بأسفاره ورحلاته الواسعة حتى يشبع رغبته للبحث عن المعرفة والعلوم، زار خلال رحلته مناطق مختلفة في أوربا وأفريقيا وآسيا وقطع في رحلاته حوالي ١٧٠٠ ميل، ودامت أسفاره١٧ سنة، اشتهر بالأوصاف التي كتبها لأماكن عدّة زارها وأناس قابلهم في رحلاته العديدة وسجل الكثير من الوقائع والأحداث الممتدة على مساحة مترامية الأطراف في اليونان وفارس ومصر والشام وبلاد العرب،وكان قد حضر إلى مصر وكتب ما شاهده فيها ،وبالطبع كانت لغة الكتابة الإغريقية، وكان وصفه دقيقاً وجديراً بالثقة، وكانت كتاباته ممتعة ومشوقة غير أنه خلط التاريخ بالقصص الشائعة الدارجة على ألسنة العامة في ذلك العصر كما كتب كتباً عديدة عن السيطرة

الفارسية على اليونان،أطلق عليه اسم«أبو التاريخ» وقضى أواخر أيامه في أثينا وفيها قرأ ودرّس من تاريخه في تلك المدينة كما درّست في المدن اليونانية الأخرى،ومنحه أهل أثينا مكافئة مالية كبيرة تقديراً لأعماله وكتاباته التاريخية والأدبية، إلا أنه لم يحصل على حق المواطنة الأثينية على الرغم من أنه قدّم طلباً لذلك ليستقر أخيراً في «ثوري» في جنوب إيطاليا قرابة عام ٤٤٤ ق.م. حيث أكمل كتابه، وتوفي في عام ٤٢٦ أو٤٢٥ ق.م.

شهادته

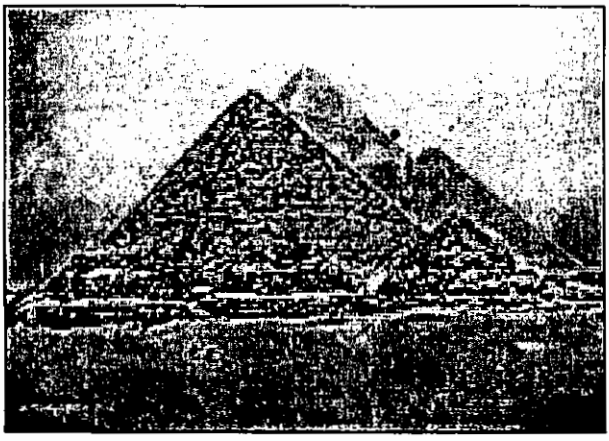
ويشير هيرودوت إلى التناسبات القائمة في الهرم بقوله: «لقد أعلمني الكهنة المصريون أن التناسبات المُقامة في الهرم الأكبر بين جانب القاعدة والارتفاع كانت بحيث تسمح بأن يكون المربع المُنشأ على الارتفاع يساوي بالضبط مساحة كلٍّ من وجوه الهرم المثلثة.»

ترى هل إنشاء مثل هذا المربع كان يُقصَد منه الإشارة إلى العلاقة بين π وφ، حيث إن العدد π قائم في الهرم من خلال نسبة الارتفاع إلى نصف محيط القاعدة؟ على أية حال، يجب أن نلاحظ أن خصائص هذا الهرم توافق كلَّ هرم ميله ١١/١٤ (الموافق لزاوية ميل ٥١° درجة و٥٠ دقيقة و٣٥ ثانية)، وهي بالتالي لا تخص هرم خوفو فقط. فقبل حكم هذا الملك كانت هذه النسبة موجودة في هرم ميدوم عندما كان غطاؤه لا يزال موجودًا.

ويثبت ذلك أن هذه النِّسَب كانت موجودة في مَيَلان واجهات الأهرامات في السلالة الثالثة. والسؤال المطروح هو: هل كان المصريون القدماء يعرفون هذه النِّسَب منذ ذلك الزمن السحيق، أم أن اختيارهم لهذا النموذج كان من قبيل المصادفة؟ إن الحفاظ على هذا النموذج بهذه القياسات الدقيقة لا يحمل سوى معنى واحد باعتقادي، وهو أن المصريين عرفوا هذه النِّسَب، وحافظوا عليها في سرية فائقة منذ أزمنة موغلة في القدم!

من جهة أخرى، إذا رسمنا قطعًا ناقصًا محوره الصغير هو ضلع المربع في قاعدة الهرم، فإن نصف محوره الكبير يساوي φ، وسيقع محرقُه عند ذروة الهرم. ترى هل كان المصريون يعرفون ذلك؟ نحن لا نعرف شيئًا عن معلوماتهم حول القطع الناقص؛ لكنهم كانوا فعلاً ينسبون ذروة الهرم إلى الشمس.

يقول موريه A. Moret، أحد كبار علماء المصريات: «لقد وجدنا صدفة الذروة الهرمية pyramidion التي كانت تعلو هرم أحد الملوك من السلالة الثانية عشرة، وهو لأمنحوتب الثالث، في دهشور. وكان هذا الحجر الجميل من الجرانيت منحوتًا ومصقولاً كالمرآة، ويحمل على جهته الموجهه نحو الشرق قرصًا مجنحًا...». كانت هذه الذروة تعكس أشعة الشمس من الشروق حتى الظهر، فتبدو كأنها شعلة في ذروة الهرم. ونعلم أن كلمة هرم pyramid مشتقة من الجذر اليوناني πύρ الذي يعني «نار». فإذا أبحرنا في الخيال وقرنَّا الشمس إلى الذهب – والذهب كان رمز النار والشمس والإله رَعْ عند المصريين القدماء – لكان من الممكن أن يسمِّي المصريون العدد الذهبي «عدد الشمس»، الشمس مولِّدة الحياة على الأرض!



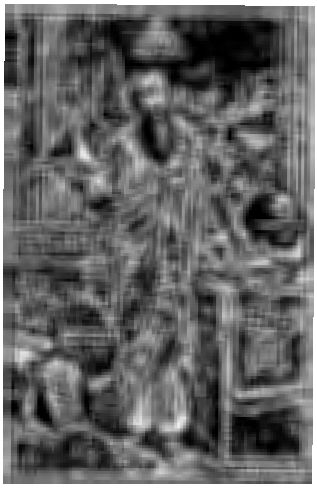
أهرامات الجيزة

وأخيراً يقول :« جلنجز » مؤلف كتاب « الرياضيات » عند القدماء المصريين : إن أي أبعاد فى الطبيعة ستكون حتما نسباً من π او Φ الخ ..... وإن المصريين كانوا على دراسة بقيمة دقيقة للعدد π قبل الإغريق والبابليين »

◆ ◆ ◆

ثالثاً: النسبة الإلهية عند الإغريق

(أ) النسبة الإلهية عند فيثاغورث.



المفردات	البيانات الشخصية
الاسم	فيثاغورث
تاريخ الميلاد	حوالي ٥٨٠ ـ ٥٧٢ ق.م.
مكان الميلاد	جزيرة ساموس ـ إيطاليا.
تاريخ الوفاة	حوالي ٥٠٠ ـ ٤٩٠ ق.م.
مكان الوفاة	كروتون ـ إيطاليا.
سبب الوفاة	حريق (تلاميذه حرقوه)
أهم أبحاثه	مبرهنة فيثاغورث ـ الموسيقى ـ علم الأخلاق ـ

المفردات	البيانات الشخصية
	الميتافيزيقا ـ السياسة ـ الطب.
المهنة	عالم رياضيات ـ فيلسوف ـ طبيب.
الجنسية	إغريقي (إيطالي).
اسم الزوجة	ثيانو أو (ثونيو)
تاريخ الزواج	في الستين من عمره.
اسم الأب	منيسارخوس
مهنة الأب	تاجر
محل ميلاد الأب	مدينة ـ صور (بسوريا حالياً).
اسم الأم	بوثايس أجقايوس
محل ميلاد الأم	ساموس ـ اليونان

موجز السيرة

بالقرب من شاطئ آسيا الصغرى توجد جزيرة صغيرة هى جزيرة ساموس كان يقطنها أحد المستوطنين الإغريق الذين وصلوا إليها حوالى ١٠٠٠ سنة قبل الميلاد وحوالى عام ٥٨٠ قبل الميلاد(لايعرف أحد التاريخ على وجه الدقة) ولد فى ساموس صبى إغريقى تجد اسمه اليوم فى كل كتاب من كتب الهندسة هو فيثاغورث ولقد زار مصر تلبية لوصية أستاذه طاليس ليدرس قياس الأرض على يد

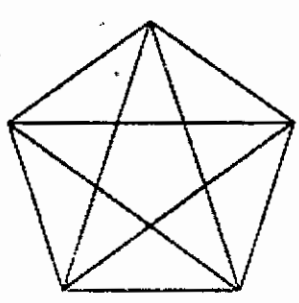
الكهنة المصريين وعندما بلغ من العمر ٥٠ سنة ترك ساموس وذهب ليعيش فى بلدة اسمها كروتونا فى جنوب إيطاليا . لقد اكتشف فيثاغورث وأتباعه المتوالية التوافقية فى السلم الموسيقى التى تربط بين طول الوتر وتردد النغمة ولعل هذا الاكتشاف هو الذى قادهم إلى الاعتقاد أنّ الأعداد هى العناصر التى تنشأ عنها جميع الأشياء وأنّ أي شيء يمكن التعبير عنه بالأعداد. كذلك وضعوا اصطلاح الأعداد «الفردية والزوجية» واعتبروا الأعداد الفردية مذكرة والأعداد الزوجية مؤنثة، ونظرًا لأن المجتمع كان مجتمع رجال فقد اعتبروا الأعداد الفردية مقدسة ، أما الأعداد الزوجية فغير ذلك ،ومما لاشك فيه أن نساءهم وافقْن على أنّ الأعداد الفردية هى السعيدة الحظ، وأنّ الأعداد الزوجية هى السيئة الحظ ، ولقد ظلت هذه الخزعبلات سائدة حتى عصر شكسبير فقد جاء فى رواية « زوجات وند سور المرحات» على لسان فولستاف : «هذه هى المرة الثالثة، أرجو أن يكون الحظ السعيد فى الأعداد الفردية. يقولون إن للأعداد الفردية قدسية سواء فى الحياة أو فى الثروة أو فى الموت». جاء فى كتاب « عيون الأنباء فى طبقات الأطباء» إنّ فيثاغورث أخذ الحكمة عن أصحاب سليمان بن داود عليهما السلام بمصر حين دخلوا إليها من بلاد الشام. وكان قد أخذ الهندسة قبلهم عن المصرين، ثم رجع إلى بلاد اليونان، وأدخل عندهم علم الهندسة وعلم الطبيعة وعلم الدين،واستخرج بذكائه علم الألحان وتأليف النغم ، وادعى أنه استفاد ذلك من مشكاة النبوة.....

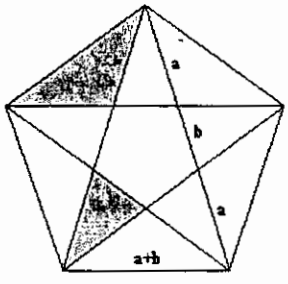
فيثاغورث والنسبة الإلهية :

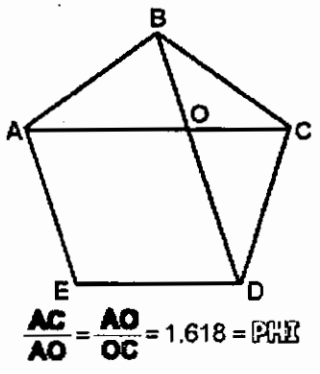
قال الفيثاغوريون: إن «كلَّ شيء مرتَّب وفق العدد». ومفهوم التناسب في الفيثاغورية مشتق من مفهوم النظام في تعريفه الرقمي. وهكذا فإن جوهر الحقيقة الفيزيائية مرتبط بالعدد، والجمال قائم على ركائز حسابية. ويدرك العلماء اليوم، أكثر

من أيٍّ وقت مضى، أن كلَّ شيء في الطبيعة خاضع لقوانين التناسق. كذا فإن الإنسان يشعر أن الجمال يرتكز على قوانين التناسُب، وأن الطبيعة المتناسبة إنما تفصح بتشكيلاتها عن جمال أعمق من الجمال الظاهري، أي عن جمال الحقيقة المكنونة في تنوعاتها كلِّها. ولا شكَّ أن شعور الإنسان بالجمال يعكس بِنْية الإنسان نفسها القائمة على قوانين التناسق الطبيعية؛ وبالتالي، فإن وعي الإنسان هو، في جوهره، فعل تناغم مع الطبيعة.

توجد النسبة الذهبية في شكل خاص في المخمَّس المنتظم وفي المضلَّع ذي العشرة أضلاع المنتظم. والمخمَّس المنتظم هو مخمَّس المعرفة، وهو النجمة الخماسية العزيزة على الفيثاغوريين؛ وكانت في نظرهم رمز العلم الصغير Microcosm (الإنسان – الكون الصغير). وقد حافظ على هذا الرمز فلاسفة العصور الوسطى وعصر النهضة. ورسم دافنشي شكلاً شهيرًا للإنسان – الكوْن الصغير – ضمن مخمَّس،وكان هذا الشكل رمزًا للصحة والحب. ويعلِّمنا «لوقيانوس» أنه كان رمز الارتباط بالفيثاغورثيين.







النسب الذهبية تم اكتشافها لأول مرة سماعياً من قبل فيثاغورس الذي لاحظ أثناء مروره في سوق الحدادين ثلاث أصوات لثلاث مطارق منسجمة مع بعضها لدرجة كبيرة ، وعندما قام بدراسة هذه المطارق وجد مقابضها ذات أطوال متناسبة وفق متوالية النسب التي تسعى إلى النسبة الذهبية ، وهذه العلاقة تنتج من كون طول الوتر المصدر للصوت يساوي نصف طول الموجة الصادرة عنه،وطول الموجة هو الذي يحدد درجة الصوت وطبقته، وعندما تم تقسيم الأمواج الصوتية إلى سبع وحدات هي علامات السلم الموسيقي بحيث تكون الأصوات الناتجة عن نفس العلامة الصوتية ولكن بطبقتين مختلفتين متناسبتين بعدد صحيح من طول الموجة.

كذلك وكما هو ثابت في التاريخ أن « فيثاغورث » اليوناني أعلن عن نظريته الشهيرة بعد زيارته لمصر مباشرة . وكان المصريون علي تمام المعرفة بالنسب بين أضلاع بعض المثلثات قائمة الزاوية مثل المثلث 3:4:5 الذي أسماه فيثاغورث نفسه «المثلث المقدس» واستخدمه المعماريون الفرس سواء هو أو «النسبة الذهبية» في إنشاء قبابهم.

واعتمد المثالون والفنانون اليونانيون في تماثيلهم و أبنيتهم هذه النسب كما تشهد لذلك أبعاد معبد «البارثينون» بأثينا . وقد اكتشف اليونان أن هذا العدد يمثل النسبة بين بعدي أي شكل له صفة جمالية وطبقوها أيضا على الموسيقي ، وظل اهتمام الرياضيين والفنانين بها قائمًا وأسماها بعضهم « النسبة الإلهية » مثل « باكولى » أحد رياضيِّي القرن السادس عشر صديق «ليوناردو دافنشي» الذي ألف كتاباً يبين ظهورها فى كثير من الشواهد الفنية والعلمية وإنها توجد فى أي شاهد معماري وفى جسم الإنسان وحتى في الحروف الأبجدية اللاتينية ».

(ب) النسبة الإلهية عند « ثيانو» theano زوجة فيثاغورث

المفردات	البيانات الشخصية
الاسم	ثيانو برونتينوس
تاريخ الميلاد	حوالي٥٥٣ ق.م.
مكان الميلاد	ثوري THURII ـ جنوب إيطاليا.
تاريخ الوفاة	حوالي ٤٧٠ ق.م
مكان الوفاة	كروتون ـ إيطاليا.
سبب الوفاة	غير محدد.
الحالة الاجتماعية	متزوجة من فيثاغورث.
عدد الأولاد	خمسة أولاد:إثنان ذكور وثلاث بنات.
أسماء الأولاد	أسماء الأولاد: منيسارشوس(Mnesarchus) ـــ تيلاوغيس(Telauges)

المفردات	البيانات الشخصية
	أسماء البنات: دامو(Damo) ــ ميريا(Myria) ــ أرغينوتي(Arignote)
المهنة	عالمة رياضيات ـ فلك ـ موسيقى ـ طب ـ علم نفس الطفولة.

موجز السيرة

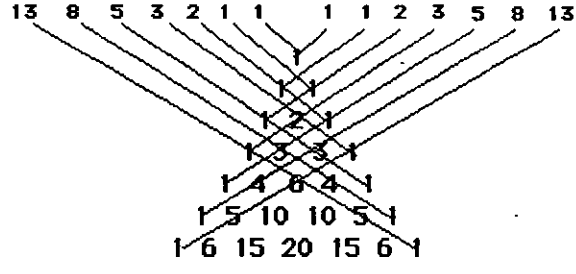
ثيانو theano ابنة طبيب يسمى «برونتينوس» Brontinus ،عاشت في القرن السادس قبل الميلاد ،ودرست الرياضيات في مدارس ،ساموس وكروتون Crotona، وكانت طالبة في مدرسة فيثاغورث ، وكان فيثاغورث يكبرها ب٣٦ سنة ، وتزوجته وأنجبت منه خمسة أطفال،وقد تولت إدارة مدرسة فيثاغورث بمساعدة بناتها ،(دامو ، مريا وأريغنوتي) بعد موت «فيثاغورث» في حريق، وكانت تدرس علوم الحضارة والمدنية المصرية واليونانية.

ويشهد علماء الفلك اليونانيين القدامى أمثال: أثينايوس(Athenaeus)، سويداس(Suidas)، لايرتيوس(Laertius)، ديوجين(Diogenes) ، ويامبليشوس(Iamblichus) بأن «ثيانو» أفضل عالمة فلك في عصرها.

ولعل أول امرأة في التاريخ شغلت بالبحث في مجال الرياضيات كانت «ثيانو» في القرن السادس قبل الميلاد. كانت «ثيانو» واحدة من تلاميذ مدرسة فيثاغورث، وكانت من أبرعهم في علمي الهندسة والأعداد .. وقد تزوجها «فيثاغورث» الذي عرف باسم الفيلسوف النسوي ،لأنه كان يسمح بأن تلتحق النساء بمدرسته وكان

يشجعهن على مواصلة الدراسة والبحث. وقد كان فيثاغورث ينتقد في مجتمع أثينا القديمة لهذا السبب ،ففي مدرسته كانت ثيانو واحدة من بين أربع وعشرين امرأة تمارس البحث في الرياضيات، وكان أيضاً ينتقد لأنه أول معلم في التاريخ يتقاضى أجراً من تلاميذه .في القرون التالية كان الفلاسفة أمثال سقراط وأفلاطون يدعون بعض النساء في مدارسهم لكن لم تبرز امرأة في البحث في مجال الرياضيات حتى القرن الرابع الميلادي.

كانت «ثيانو» أول من عملت على صيغة لاستخلاص «المستطيل الذهبي «.....a formula« to derive the golden rectangle » والذي مهد «لبسكال» أن يكتشف مثلثه المعروف بمثلث «باسكال». وهي أول من اكتشف نظرية الوسط الذهبي « Golden Mean» وسوف نتحدث عنها فيما بعد،وهي المرأة الوحيدة والأولى في التاريخ والتي مهدت الطريق للرياضيات ولكنه غير معترف بها.



The Fibonacci Numbers in Pascal's Triangle

اعتبرت «ثيانو» أن الكون مبني على أرقام ونسب بسيطة، وهو مكون من عشرة يقابلوا الشمس،وهم القمر والمشتري وزحل والمريخ والزهرة والأرض ، والنجوم

و..... وتتحرك الشمس والقمر والمشتري وزحل والمريخ والزهرة و.... بشكل موحد دائري حول «وسط النار». والنسبة بين الكواكب كالنسبة بين المسافات الموسيقية.

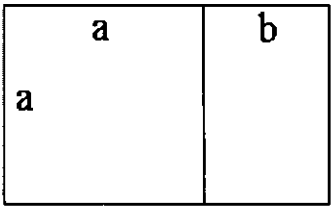
أهم أعمال ثيانو:

١ ـ «حياة فيثاغورث» «Life of Pythagoras»

٢ ـ «الكونيات» «Cosmology»

٣ ـ «نظرية الوسط الذهبي» «Theorem of the golden mean»

٤ ـ «نظرية الأعداد» «Theory of numbers»



a/b = (a+b)/a

المستطيل الذهبي عند «ثيانو»

(ج) النسبة الإلهية عند إقليدس

يعتبر «إقليدس» حوالي(٣٠٠ ق.م)، من أقدم رجال العلم وأعظمهم، الذين ارتبطوا بالعاصمة الجديدة (الإسكندرية)،هذا ولا يعرف تاريخ ميلاده ولا موته بالتحديد.إننا ندعوه بإقليدس السكندري، لأن الإسكندرية هي المدينة الوحيدة التي يمكننا أن نربطه بها ونحن نكاد نكون متأكدين.

ودعنا الآن نجمع المعلومات التي تسربت إلينا. فمن المحتمل أن يكون قد تعلم في أثينا،وإذا كان الأمر كذلك، فيكون قد تلقى تدريبه الرياضي في الأكاديمية، التي كانت مدرسة الرياضيات المبرزة في القرن الرابع قبل الميلاد، وهي الأكاديمية الوحيدة التي تمكّن فيها من جمع معلوماته بسهولة.

وقد انتقل إلى الإسكندرية، حينما أصبح من الصعب العمل في أثينا نتيجة لتغيير ظروف الحرب وللفوضى السياسية، وهناك ازدهر شأنه زمن بطليموس الأوّل وربما الثاني. « المعروف أنه حدث تزاوج بين الحضارتين المصرية القديمة واليونانية من هجرة أو زيارة علماء اليونان إلى مصر ، فقد أمضى إقليدس وقتاً طويلاً بها وكان

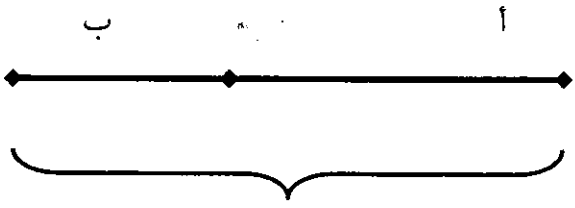
يطلق عليه المؤرخون إقليدس الإسكندري حتى إن المؤرخ « سميث » لا يستبعد أن يكون « إقليدس » مصرياً . لكن في الأغلب أنه يوناني المولد . وأن كتابه الشهير « الأصول » قد كتبه في الإسكندرية الذي يعد أشهر كتاب علمي على الإطلاق .

إقليدس والنسبة الإلهية :

يدّعي البعض أن النسبة الإلهية منذ زمن إقليدس وكان يسميها «النسبة القصوى والمتوسطة» حيث بطرح 1 منها يكون مقلوبها ، فيمكن رسم مستطيل أحد أبعاده الوحدة والآخر هذا العدد ونطرح من مساحته مربع طول ضلعه الوحدة فيتبقى مستطيل نسبة أبعاده هي أيضا « النسبة الذهبية » وهكذا .... ويمكن بذلك التعويض عن S في الطرف الأيمن للعلاقة $S=1+(1/s)$ لينشأ الكسر المتسلسل « Continued fraction »

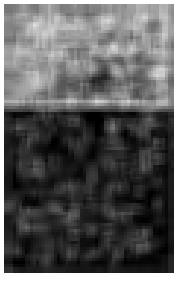
$$S = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\ddots}}}$$

خلال اشتغال اليونانيين في العلوم والفنون، جاء عالم الرياضيات «أقليدس» وقال: النسبة الذهبية، عبارة عن تناسب أطوال: أن تكون نسبة الطول كاملاً للجزء الكبير منه، مثل نسبة الجزء الكبير للصغير، ببساطة!



أ + ب

أ + ب إلى أ مثل إلى ب



هل يعني هذا أن النسبة مرتبطة بالخطوط المستقيمة فقط؟ كلا، فإنّ الشكل اللولبي يقوم بأكمله على النسبة الذهبية، بل إنه يوظفها أكثر من مرة بشكل متداخل يتصاغر مع كل انحناءه، وعلى هذا يمكنك القياس في المجالات الفنية الواسعة التي يمكن استغلال النسبة في تجميلها، من رسوم ومنحوتات ومباني وكل شيء يراد منه أن يكون جميلاً.

ملاحظة «إقليدس» كانت وليدة انتباهات لعلماء سبقوه، وقد اهتم بها علماء لحقوه كذلك، وتبين الدراسات والتجارب أن وجود هذه «النسبة الذهبية» في الأشكال والأطوال والتقسيمات يغدو أجمل في نظر الناس، وفي نظر الفنانين فإن النسبة الذهبية هي الأجمل في تنظيم وترتيب أجزاء العمل الفني. إن هذا يفتح باباً للتساؤلات: هل التذوق الجمالي الإنساني - مع تنوعه - خاضع دائماً لنسب رياضية؟ مرة أخرى أجد الإنسان والأرقام قريبين من بعضهما.

(د) النسبة الإلهية عند أودوكسوس

المفردات	البيانات الشخصية
الاسم	أودوكسوس
تاريخ الميلاد	في الفترة من ٤١٠ ـ ٤٠٨ ق.م.
تاريخ الوفاة	في الفترة من ٣٥٥ ـ ٣٤٧ ق.م.
مكان الميلاد	كنديوس.
مكان الوفاة	كنديوس.
الجنسية	يوناني.
الحالة الاجتماعية	متزوج ولديه ولد واحد وثلاث بنات
أسماء الأولاد	١ ـ الولد: أرسطاجورس. ٢ ـ البنات وهم: اكتيس،فيليتس،ديفس.
المهنة	طبيب ـ عالم فلك ـ عالم رياضيات.

الرياضي اليوناني «أودوكسوس» (Eudoxus)، عاش في المائة الثالثة قبل الميلاد ولد في كنديوس عام ٤٠٨ ق . م ، أحب أودكسوس مشاهدة النجوم في الليل، سافر إلى ترنوتو للدراسة وتعلم علم الرياضيات أثناء وجوده في إيطاليا،وزار جزيرة صقلية ،ودرس الطب هناك.

في حوالي عام ٣٨٧ ق.م. وهو في سن الثالثة والعشرين، سافر إلى أثينا لدراسة الفلسفة وأصبح تلميذاً من تلامذة «أفلاطون»،ولكن نظراً لخلافٍ ما ، فضلاً على أنه كان فقيرًا جداً وكان لا يستطيع دفع ثمن شقة في محل إقامته الجديدة، كان يمشي كل يوم سبعة أميال (حوالي ١١كم) يومياً لحضور محاضرات أفلاطون. فقد أعياه السير، وأشفق عليه زملائه وجمعوا له أموالاً ، لإرساله إلى مصر لمواصلة دراسته لعلم الفلك والرياضيات، وقضى في مصر ١٦ شهراً ثم سافر ، وفي حوالي عام ٣٦٨ ق.م. عاد إلى أثينا مع طلابه، وتولى رئاسة الأكاديمية بعد «أفلاطون» في «سيراكوز» حوالي ٣٦٧ ق.م. وفي نهاية المطاف عاد إلى بلده الأصلي كنديوس ، حيث خدم في الجمعية المدنية، وبنى مرصداً وواصل الكتابة وإلقاء المحاضرات في علم اللاهوت، وعلم الفلك والأرصاد الجوية،تزوج ولدية أربعة أولاد: ولد ، وثلاث بنات، الولد اسمه(أرسطاجورس) والبنات هم: (اكتيس،فيليتس،ديفس)

كان «أودوكسوس» الأوّل الذي عبر المحيط الهندي، وهو الذي جزم بأن قارة أفريقيا محاطة بالماء.وهو أول من أقام علم الفلك على أساس علمي. وهو الأوّل الذي جرّب أن يجد عن طريق التجربة والاختيار هذا العدد الذهبي، طلب «أودوكسوس» من مجموعة من الأفراد أن يقسموا مستقيماً محدود الطول إلى قسمين غير متساويين بحيث تبدو نتيجة القسمة مريحة للعين. لقد قصد «أودوكسوس» بعبارة «مريح للعين» أنه كان يعني تناسقاً أو تناغماً في القسمة أو جمالاً يلذّ للعين

رؤيته وملاحظته.

لو لم يشترط «أودوكسوس» أن يكون القسمان غير متساويين لِما كان يَصعب على الذين سألهم أن يُحددوا نقطة الوسط كنقطة تَقسِم المستقيم بشكل جميل ومتناسق ومتناغم، ولكن ما هو الجمال وما هو المتناسق عندما لا تكون نقطة الوسط هي المقصودة؟ إن هذه العبارات هي عبارات غير موضوعية وكل واحد قد يفهم الجمال أو التناسق على هواه، ولكن الغريب في الأمر أن معظم الناس يتفقون على أن «الجميل» هو جميل حقاً.

وهذا ما حدث في تجارب أودوكسوس إذْ أن معظم الذين سألهم أعطوا إجابات متقاربة، وعندما حَسَبَ أودوكسوس هذه الأجوبة وجد أن نقطة القسمة كانت تقسم المستقيم بنسبة مفاجئة هي :٦١٨ , ١ :١ تقريباً.

لقد وجد «أودوكسوس» ذاته أن «فيدياس» أشهر صانعي التماثيل اليونانيين قد بنى تماثيله حسب «النسبة الذهبية» هذه. ذلك أن «أودوكسوس» عاد إلى هذه التماثيل وبعد إجراء عدّة تجارب عليها وجد أن «فيدياس» قد حافظ بدقة على هذه النسب في الأجسام التي بناها دون أن يكون واعياً لِما يفعل. وهذا ما دعا «أودوكسوس» إلى الرمز بالحرف φ (الحرف ف في اليونانية أول أحرف من اسم فيدياس) للعدد الذهبي و قد ظهرت هذه التسمية سنة ١٩١٤ ق.م وفاء لذكرى «فيدياس»، وهو نحّات قام بتزيين «البارثينون» في أثينا.

السؤال الذي يتبادر للذهن ما الذي دعا «فيدياس» إلى مراعاة العدد الذهبي دون أن يسمع عنه؟

إن الأجسام تبدو هكذا أكثر تناسقاً. ولا يبقى أمام علماء الجمال، والحُكام في مسابقات الجمال إلا أن يستعملوا العدد الذهبي في الحُكم على أجمل الأجسام. وهذا

أيضاً ما فعله المصريون حين جاءوا ليبنوا أهرامهم، ومن ذلك التاريخ يجد الناس هذا العدد أكثر انتشاراً في الطبيعة مِما يتخيلون أول الأمر.

(هـ) النسبة الإلهية عند نيقوماخوس الجاراسيني

كما أورد «نيقوماخوس» تلميذ فيثاغورس «النسبة الذهبية» قبل «فيبوناشي» وغيره، ويقول كثير من الرياضيين أنها كانت معروفة قبله، ولكن ليس هناك نص يدعم ذلك ولكنهم يستدلون بعدد من النماذج المعمارية التي بُنِيَت قبل «فيثاغورس» و«نيقوماخوس» ومنها الأهرامات. ولم تُعرف اسم «النسبة الذهبية» حين ذاك، فهذه التسمية تمت لاحقاً بعد قرون عديدة. وأكد «نيقوماخوس» بأنها المعيار الحقيقي لرسم الشكل الخماسي.

محاولات لتقدير النسبة الذهبية

قَدَّمَ العربي «**أبو كامل شجاع**» (٢٣٦-٣١٨هـ / ٨٥٠ -٩٣٠م) ابن شجاع المعروف بالحاسب المصري مُعطيات كثيرة في محاولاته لتقدير قيمتها تقارب الدقة لحلها، حتى قَدَم «فيبوناتشي» تقديراً قريباً منها كثيراً (وهي الموجودة في ارتداداته).وقد اعترف بأنه في دراساته اعتمد على الكثير من المصادر العربية.

لقد كان أول تقدير دقيق لها عام ١٥٩٧ ميلادي بأنها تساوي ١,٦١٨٠٣٤٠.

وحالياً يعتبر الرقم الأكثر دقة = ١,٦١٨٠٣٣٩٨٨٧٤٩٨٩٤٨٤٨٢١.

ولد «كامل شجاع» بمصر، وبها نشأ وتعلم ثم عمل بالتدريس عاصر «أبو كامل» «الخوارزمي» عالم الجبر المعروف فتتلمذ عليه وقرأ كل كتبه

واستفاد كثيرا من حلوله في المسائل الجبرية، حتى نبغ في علم الرياضيات ونال شهرة كبيرة في علم الجبر

لقد كان «أبو كامل» أول من شرح المعادلات الجبرية التي هي أعلى من الدرجة الثانية بوضوح تام حتى لقب بالأستاذ . ولقد اشتهر أيضًا بمنهجه وطريقته في حل المسائل الصعبة باستخدام المجاهيل الجبرية الصحيحة، حيث كان يستعمل في حل المسائل الجبرية، الحيوانات و السيوف والرجال والنساء والأطفال. كما كان يعطي لمسائله حلولا كثيرة.

توفي «أبو كامل» عام٣١٨هـ / ٩٣٠ م عن عمر يناهز اثنين وثمانين عاما، تاركا وراءه تلاميذ ساروا على نهجه وسلكوا طريقته في علم الجبر من أشهرهم «الكرجي» ، و«عمرالخيام» ، ترك «أبو كامل» عددًا من المؤلفات الهامة في علم الرياضيات عامة والجبر خاصة منها كتاب «الجبر وتمامه والزيادة في أصوله» ، وكتاب «الجمع والتفريق» ، وكتاب «الخطأين» ، وكتاب «المساحة والهندسة» ، وكتاب «الوصايا في الجبر والمقابلة» ، وكتاب «الوصايا بالجذور» ، وكتاب «الطرائف في الحساب» . هذا بالإضافة إلى عدد من الرسائل أشهرها رسالة في المضلع ذي الزوايا الخمس وذي الزوايا العشر وتعرف أيضا بعنوان «رسالة في المخمس والمعشر».

يوهانز كيبلر

اكتشف حقيقة أن النسبة بين أعداد «فيبوناتشي» المتتالية تقترب من «النسبة الذهبية» كان الفلكي المعروف «يوهانز كبلر». هو أوضح هذا برسالته التي كتبها سنة ١٦٠٨. وهو أيضا أوجد، حتى قبل «أفلاطون» و«باتسيولي»، أن للمجسمات المكونة من خمس سُطوح مُنتظمة وظيفة كونية مهمة. وقد أوجد ذلك في كتابه «غموض الكون» الذي نُشر سنة ١٥٩٧ واقترح أن النسب بين أطوال أنصاف أقطار مسارات الكواكب السيّارة الستة، التي كانت معروفه في زمنه، هي نفس النسب بين أطوال أقطار الكُرات المحصورة والحاصرة بالسُطوح المنظمة. ليس عجباً أن «كيبلر» اهتم بالمجسمات و«بالنسبة الذهبية» وهذا واضح من خلال كتاباته بحيث كتب :« أنا أؤمن أن النسبة الهندسية هذه أوحت للخالق بفكرة خلق شبيه من شبيه آخر، والتي تستمر لما لا نهاية». وفي سنة ١٥٩٧ أرسل «كيبلر» للفلكي «ميكال مستلين»، الذي كان مُدَرِّسَهُ بجامعة «طيبنجن»، النظرية التالية بالنسبة لموضوع «النسبة الذهبية»: إذا كان الارتفاع يُقسم الوتر بالنسبة الذهبية، إذن طول العمود القصير يساوي طول المسقط الآخر. هذه النظرية دعيت بنظرية «كيبلر». من الواضح أن نظرية «كيبلر» كانت نتيجة لتشابه المثلثات، بحيث إذا أخذنا BD كوحدة طول، إذن:

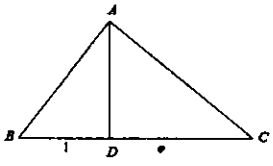
$$AB = \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB} = \frac{\varphi + 1}{AB}$$

من تشابه المثلثات: $\Delta ABD \cong \Delta CBA$

لذلك:

$$AB^2 = \varphi + 1 = \varphi^2 = DC^2$$

ينتج من ذلك: AB=DC



ولنتعرف على البطاقة الشخصية لكيبلر

الاسم	يوهانز كيبلر
تاريخ الميلاد	٢٧ ديسمبر ١٥٧١م
مكان الميلاد	دير ستاد ويل، فورتمبيرغ(ألمانيا)
تاريخ الوفاة	١٥ نوفمبر ١٦٣٠م
مكان الوفاة	ريغنسبورغ(الآن فى ألمانيا).

سبب الوفاة	الحمى
الديانة	المسيحية(بروتستانتي).
الجنسية	ألماني
الحالة الاجتماعية	متزوج، وتزوج مرتان.
الزوجة الأولى	بارا بارا موهليك
تاريخ الزواج	(إبريل١٥٧٩م- يوليو ١٦١١م)
عدد الأولاد	(خمسة أطفال)
الزوجة الثانية	سوزانا ريوتلينغير
تاريخ الزواج	أكتوبر ١٦١٣م-أكتوبر١٦٣٠م
عدد الأولاد	سبعة أطفال
اسم الأب	هنرى كيبلر
مهنة الأب	(اللورد ـ عمدة دير ستاد)
اسم الأم	كاترين غولدينمانن
عمل الأم	مزاولة السحر ، تم سجنها بسبب هذه المهنة.
الجامعة	توبنغن
المهنة	عالم فلك ، عالم رياضيات
أهم أبحاثه	قوانين حركة الكواكب

فايرو دال برنتسكا

الرسام الموهوب فايرو دال برنتسكا الذي وُلد في سنة ١٤١٢ بمدينة سان-سفولكرو، لقد اهتم بالرياضيات وبكتابه «الرسم المنظوري» في هذا الكتاب تناول موضوع رسم الأشياء بطريقة تبدو شبيهة منْ حيث أبعادها النسبية ومنظرها للواقع. وهو الذي فرض الأساس الرياضي للرسم المنظوري، وقام بكتابة مقال تطرق به إلى الأشكال الفراغية وهي: رباعي الوجوه المنتظم، المكعب، ثُماني الوجوه، ذو الـ١٢ وجهاً، وذو الـ٢٠ وجهاً (وهي ما تُعرَف بالمجسمات الأفلاطونية وهي أحجار منحوتة من العصر النيوليثي وُجِدَتْ في بريطانيا، وتَدُل على معرفة شعوب تلك الفترة بتلك المجسمات قبل أفلاطون بألف عام). لقد بين أن «النسبة الذهبية» موجودة في الأشكال الهندسية المستوية، كذلك نجدها في الأشكال الفراغية. ففي ذي العشرين وجهاً مثلاً، إذا وصلنا بين الحرفين المتقابلين تكون المسافة φ إذا كان طول الحرف يساوي ١.

المجسّمات الأفلاطونية

لوكا باتشيولي

Fra Luca Pacioli

أول من أطلق اسم «النسبة الذهبية» كان الرياضي الإيطالي «لوكا باتشيولي» الذي وُلد سنة ١٤٤٥ في سان- سفولكرو وهو تعلم الرسم عند الفنان «فايرو دال برنتسكا». في العام ١٥٠٩ نشر «لوكا باتشيولي»، الذي لُقِبَ بالراهب الثمل بالجمال، مؤلفاً بعنوان «النسبة الإلهية». وقد رسم صور هذا الكتاب «ليوناردو دافنشي» الذي لم يكن أقل من المؤلف سُكراً بالجمال وعشقاً «للنسبة الإلهية».

في سنة ١٥٠٩ أيضاً قام «باتشيولي» بنشر كتاب مُكون من ثلاث مُجلدات باسم «الرسم المنظوري الإلهي»، وقيل أن هناك علاقة بين النسبة الذهبية وبين الإله من خلال عدة أمور:

١. هذه النسبة الإلهية هي فريدة من نوعها كمثل الإله.

٢. النسبة الإلهية عبارة عن عدد غير نسبي وهذا يدل على اختلافها عن غيرها وهكذا الإله شامخ ورفيع ويصعب على الإنسان فهم قُدراته.

٣. النسبة الإلهية ليست متغيرة وغير متعلقة بطول القطعة أو بالمخمس المنتظم كذلك الإله فهو غير متعلق لا بإنسان ولا بجماد.

الألمان والنسبة الذهبية

اسم «النسبة الإلهية» ظهر بألمانيا، بالقرن التاسع عشر. حسب قول «مريف ليفاف»، المرة الأولى التي ظهر بها بالكتب كان عند الرياضي الألماني «مَرْتِين أووهام»، أخو الفيزيائي المعروف جيارغ سيمون. في نهاية القرن التاسع عشر تبدل اهتمامه من الغموض الكوني التي استحوذ عليه لشيء أخر، يُمكن القول أنها أقيمت تقريباً فرقة من الرياضيين الهاويين، الذين حاولوا إيجاد «النسبة الإلهية» بكل مكان، وبكل فترة مثل المباني القديمة للفراعنة، بتماثيل اليونانيين، البوابات، بالخرائط، رسومات الرسامين وغيرها من الأمور.

لقد قال «مريف» :إحدى الاكتشافات وجدتها من فترة البابليين وهي من خلال الهرم المعروف بهرم كاوبس.

الدراسات الحديثة

أظهرت الدراسات الحديثة التي أجراها العالم «روبنسون» إن الهرم الأكبر الذي بناه الفراعنة بالجيزة يخضع لقوانين «النسبة الإلهية » ، حيث إن النسبة بين المسافة من قمة الهرم إلى منتصف أحد أضلاع وجه الهرم، وبين المسافة من نفس النقطة حتى مركز قاعدة الهرم مربعة تساوي النسبة الذهبية.

في العام 1875 وجد «فينر» أن الزاوية 137 درجة و 30 دقيقة و 28 ثانية التي تظهر غالبًا في نمو الأوراق في أثناء التباعد الحلزوني الثابت لفروع التيجان، هي زاوية تنتج عن حل معادلة «النسبة الإلهية» ، وتساوي $\frac{360}{\varphi^2}$ ، وتُوافق الحل الرياضي لمسألة التوزيع الأمثل)يكون الأقصى في المناخ المعتدل (للأوراق، بحيث يكون الضوء الواصل محورياً أو عمودياً .وقد دُعِيَتْ هذه الزاوية بالزاوية المُثلى، وتساوي $\alpha = \frac{2\pi}{\varphi^2}$.

◆◆◆

رابعاً :النسبة الإلهية عند العالم « ليوناردو بيسانو»

لورنزو البيساني، الملقَّب بـ«فيبوناتشي».(1170-1250)

المفردات	البيانات الشخصية
الاسم	ليوناردو جويليلمو بيزانو
تاريخ الميلاد	1170م.
مكان الميلاد	مدينة بيزا الإيطالية
تاريخ الوفاة	1250م
مكان الوفاة	مدينة بيزا الإيطالية.
الجنسية	إيطالي
المهنة	عالم رياضيات

«فيبوناتشي»، هو عالم رياضيات إيطالي، اسمه الحقيقي ليوناردو بيزانو أو لورنزو البيساني **Lorenzo da Pisa** ويعرف بكنية «فيبوناتشي» أو «فيبوناتشي»، ولد في مدينة «بيزا» الإيطالية في سنة 1170م .وتوفي في نفس المدينة في سنة 1250م وهي مدينة اشتهرت ببرجها المائل المسمى برج بيزا المائل .

كان أبوه ويدعي جويليلمو **(Guilielmo)** .....تاجراً، عمل في وظيفة دبلوماسية)عمل ضابطًا للجمارك في شمال أفريقيا (كممثل لتجار بيزا في مدينة بيجايا الجزائرية وهي إحدى أجمل مدن الجزائر التي تقع في منطقة بين البحر والجبال على ساحل البحر الأبيض المتوسط، وقد كانت كغيرها من مدن ودول البحر المتوسط تربطها علاقات تجارية مع جمهورية بيزا .ممَّا أتاح له المجال للترحال كثيراً في الجزائر، ثم الذهاب في مهمَّات عمل في مصر وسوريا واليونان وصقلية والبروفانس.

تلقى «فيبوناتشي» تعليمه في مدرسة الرياضيات في هذه المدينة الجزائرية، وقد كان علم الرياضيات علما متطوراً، يحظى باهتمام كبير من قبل العرب، وقد سمحت له مهنة أبيه في التجوال بين مدن ودول البحر الأبيض المتوسط في البداية كتلميذ، ثم بعد ذلك في مهمات تجارية في كل من مصر، وسوريا، واليونان وصقلية ، وقد تمتع التجار في ذلك الزمان بحق التنقل بحرية لأنهم كانوا يتمتعون بحصانة أتاحت لهم فرصة عظيمة في التنقل بين المدن التجارية، وهو الأمر الذي ساعد فيبوناتشي على التعرف على المميزات الهائلة التي يقدمها هذا العلم في الكثير من أمور الحياة.

عاد« فيبوناتشي» في سنة 1200م .إلى وطنه الأم إيطاليا، وإلى مدينته «بيزا»، وهناك كتب كتبه الأربعة التي اشتهرت فيما بعد حيث نقل، وأحيا من خلال هذه الكتب الرياضيات القديمة، وأضاف إليها من علمه الشيء الكثير .علماً أن

«فيبوناتشي» عاش في فترة زمنية لم يكن قد اكتشفت فيه الطابعة بعد، لهذا كان يكتب كتبه باليد، والطريقة الوحيدة لنسخها كانت من خلال إعادة كتابتها مرة أخرى . ألف كتاب (**Liber Abaci**)في سنة .1202قال «فيبوناتشي» في هذا الكتاب : أنه تعلم في مدرسة الرياضيات ولأول مرة الرموز الهندية التسعة) وهي في الأصل عربية)من خلال مدرسين متميزين يملكون معرفة كبيرة بهذا الفن وهو الأمر الذي أسعده وسلب لبه وجعله شغوفا بعلم الرياضيات حتى وجد فيه سعادته أكثر من أي شيء آخر.

من الواضح في هذا الكتاب تأثر «فيبوناتشي» بالثقافة العربية ، وذلك لأنه كتب الكثير من الأرقام من اليمين إلى اليسار على عادة العرب في الكتابة. في الفصل الأول من هذا الكتاب قدم «فيبوناتشي» الأرقام الهندية العربية من خلال النظام العشري الذي يبدأ من الصفر وحتى الرقم 9، والتي عرفت بشكل واسع تحت اسم نظام العد العربي أو العشري (**Algorism**)، ومن المؤكد أن الكثير من القضايا والمسائل التي ناقشها «فيبوناتشي» في هذا الفصل كانت مشابهة لتلك التي عرضت من خلال المصادر العربية.

كان «فيبوناتشي» قادرًا على القيام بعمليات حسابية فذة، حيث قام بحساب «النسبة الذهبية»**Golden Section** ، التي رَمَزَ إليها بالحرف اليوناني **Φ.**وقد استخدم المعماريون الإغريق هذه النسبة أساسًا لبعض تصميمات أبنيتهم، التي من أشهرها معبد البارثينون الأثيني، المكرَّس للإلهة أثينا البتول.

ويبدأ الفصل الأول من الكتاب من خلال الجملة التالية:«هذه هي الأرقام الهندية التسعة1 :،2 ،3 ،4 ،9 ،8 ،7 ،6 ، 5 ومع هذه الأرقام التسعة الرمز (0 صفر) وهو عربي ويسمى . (**Zephirum**) » .

وترجع أهمية هذا الأمر إلى صعوبة استخدام الأرقام الرومانية في العد والحساب لأنها طويلة وتزيد من صعوبة الأمر، هذا إذا علمنا أن الرياضيات تحتاج ولاشك إلى قدرات خاصة لا تتوفر لدى الكثيرين.

في الفصل الثاني من الكتاب ناقش فيبوناتشي الكثير من المسائل التي كانت تهم تجار بيزا، مثل أسعار البضائع، طريقة حساب أرباح العمليات التجارية، وكيف يمكن تحويل العملة المستخدمة في دول البحر المتوسط.

وفي الفصل الثالث، قام «فيبوناتشي» بحل الكثير من المسائل الرياضية، إلا أن أشهرها مسألة كانت السبيل إلى اكتشاف ما أصبح يسمى فيما بعد بأرقام «فيبوناتشي»، وهي السبب في شهرة «فيبوناتشي» لدى قطاع كثير من الناس.

يجب أن نفهم أنه في ذلك الزمن، كان من الشائع أن تقوم التحديات والمنافسات في بيزا ، وبمباركة من الإمبراطور «فريدريك الثاني» في حل بعض المسائل الحسابية، وفي تلك الأثناء تم عرض المسألة الشهيرة التي كانت السبب في اكتشاف أرقام «فيبوناتشي» ومن ثم نسب «فيبوناتشي».

المسألة:

كان الهدف من المسألة اكتشاف سرعة إنجاب الأرانب لو توفرت لها الظروف الملائمة، وقد نوقشت هذه المسألة في سنة 1202م.

نص المسألة الرياضية:

لو أن رجلا قام بوضع زوجين من الأرانب في مكان محاط بجدار من كل الجوانب .كم زوج من الأرانب يمكن أن ينتج من هذين الزوجين في السنة؟ بافتراض أن في كل شهر ينتج كل زوج من الأرانب زوج آخر فقط ، وبافتراض أن إنتاج كل زوج يبدأ من الشهر الثاني، وبافتراض أنه لن يموت أي زوجًا من الأرانب طوال هذه المدة؟

الحل:

النتيجة التي عرضها «فيبوناتشي» كانت الأرقام المتتالية التالية:

1، 1، 2، 3، 5، 8، 13، 21، 34، 55، .....الخ .هذا الترتيب والذي هو عبارة عن أن كل رقم يمثل جمع الرقمين السابقين له، أثبت فيما بعد أنه سلسلة من الأرقام المتسلسلة التي كانت ذات فائدة عظيمة في الكثير من الاستخدامات الرياضية والعلمية المختلفة .وعرفت هذه الأرقام فيما بعد بأرقام «فيبوناتشي». قام «فيبوناتشي» بنشر نسخة ثانية من كتابه في سنة 1228 حيث عرض فيها حل الكثير من المسائل الرياضية.

من الكتب الأخرى التي كتبها ونشرها «فيبوناتشي» كتابه (Practica Geometriae) الذي عني بحل الكثير من المسائل الرياضية في فصوله الثمانية.

وفي سنة 1225 قام فيبوناتشي بنشر كتابه المسمى (Liber Quardratorum) والذي يعتبر تحفة مدهشة، وبالرغم من أن هذا الكتاب لم يكن السبب في شهرة

فيبوناتشي ، إلا أنه يعتبر أكثرها قيمة ، وإسم الكتاب يعني كتاب المربعات (Book of Squares)وهو عدد من النظريات التي قامت باختبار الكثير من المسائل الرياضية الهامة ومن ضمنها كيفية الحصول على المضاعف الثلاثي لفيثاغورس.

أرقام ونسب «فيبوناتشي»:

0، 1، 1، 2، 3، 5، 8، 13، 21، 34، 55، 89 ، 144 ،233، 377 ، .....610إلى مالا نهاية .

كل رقم من هذه الأرقام في هذه السلسلة هو نتيجة جمع الرقمين السابقين له في هذه السلسلة.

المهم هنا ليست الأرقام بحد ذاتها، لكن العلاقة الرياضية بين هذه الأرقام،وأحد أهم الميزات الرائعة لهذه الأرقام المتسلسة، هو أن كل رقم هو تقريبا 1.618 مرة أعظم من الرقم الذي يسبقه، هذه العلاقة العامة بين هذه الأرقام هي الأساس الذي تم من خلاله اكتشاف نسب «فيبوناتشي».

ماهي أهمية هذه النسب؟

لسبب ما مجهول، وجد أن هذه النسب تلعب دورًا هامًا في سوق الأوراق المالية كما هو الحال في الطبيعة، ويمكن استخدامها في تحديد النقاط الحرجة التي يحتمل أن تتراجع عندها أسعار الأسهم، وقد أثبتت التجارب أن السعر كلما لامس إحدى هذه النقاط يعود مرة أخرى للاتجاه السابق للسهم.

وفي الطبيعة كانت أرقام «فيبوناتشي» تثير الكثير من الاهتمام، على سبيل المثال لا الحصر :وجد أن بعض فروع النباتات تنمو بطريقة معينة تتوافق وأرقام

«فيبوناتشي»، وجد أن الزهور مثلا في الغالب لها بتلات تتناسب مع أرقام «فيبوناتشي»، مثلا زهرة الربيع (**Daisy**)وجد أنها من الممكن أن يكون عدد بتلاتها 34،55 ، أو حتى 89 بتلة.

في الحقيقة عندما نشرت هذه الأرقام أول مرة، اعتقد البعض أنه حصل على رقم ألله، هذا لأنهم وجدوا أن هذه النسب تتكرر في الكثير من أشكال الحياة. وقد تم اكتشاف مثلا أن كل شيء تقريبا له بعد نسبي يلتزم بالنسبة 1.618، وكذلك بالنسبة المقابلة لها وهي0.618 :هذا البعد النسبي يعرف كما ذكرنا سابقا بالنسبة الذهبية، أو المتوسط الذهبي، وقد وجد أن كل شيء في الحياة له بعد نسبي له علاقة بالنسبة 1.618، ويبدو أن هذه النسبة لها علاقة بالبنية الأساسية لأي وحدة بناء أو خلية في العالم.

◆◆◆