(٥)

دَعِ القلق
واستمتع بالرياضيات

القلق.. الخوف.. الإحباط

القلق: حالة نفسية تصيب الشخص حالة عدم ثقته أو اطمئنانه لمواقف أو أحداث يتوقعها أو يواجهها. يصاحب ذلك توتر وانشغال «البال»... واضطرابات عصبية.

من أمثلة ذلك الشعور بالانزعاج والاضطراب قبل الامتحانات أو فى انتظار نتائجها أو حتى أثناء أدائها... وبصفة عامة فالقلق يؤثر فى عمليات العقل المرتبطة بالتركيز والانتباه والقدرة على الإنجاز.

والقلق «الرياضياتى» أو القلق من الرياضيات هو توتر عصبى يصيب المتعلم نتيجة دراسة الرياضيات أو الخوف من دراستها أو الامتحانات فيها. وقد يكون سبب ذلك «معتقداته» عن الرياضيات، أو معتقدات أسرته أو أصدقاء له، أو نتيجة خبرات سيئة له فى مواقف دراسية أو امتحانية تعرض لها ولم يتحقق له فيها الأمان النفسى أو النجاح... وربما يكون صاحبها لوم أو تأنيب جسدى أو نفسى من معلم أو أم أو أب... أو سخرية من زملاء!!

الخوف: حالة من دوام التفكير مصاحبة بالإحساس بالهَم تتراوح بين الشعور بالاضطراب والاستياء وبين الذُّعر الشديد. فى طفولته المبكرة يكون خوف الطفل نتيجة أحداث ملموسة يتعرض لها، فى بيئته.. وقد يأتى الخوف عند الطفل نتيجة مخاطر يتوقعها، أو من تهديدات يتعرض لها فى الأسرة، أو من «الشارع» «بالقرب من المنزل» أو من أطفال كبار. عندما ينمو عنده الإحساس بالسلوك التنافسى، ويكون واعيا بأدائه مُقارنًا بأقرانه، أو كما هو «مفروض» عليه من الكبار، فإن الطفل قد يخشى الفشل أو «الإهانة»... أو «الإساءة» البدنية أو النفسية... كثير من مخاوف الطفولة تستمر فى مرحلة الرشد وما بعده. الخوف من الرياضيات يعود إلى صعوبة يجدها المتعلم فى فهم ما يقدم له من مفاهيم وتمرينات، قد يجدها «مجردة» أو لا تهمه أو يشعر أنها لا قيمة لها، أو قد يعود إلى معلم لم يشجعه، أو صوّر له الأمر بأنه ليس فى حدود إمكاناته العقلية أو التحصيلية... أو لعله يشعر أن دراسته للرياضيات سوف تكلِّفه أو تكلف أسرته مبالغ كبيرة فى دروس «خصوصية» لا طائل لهم بها... مما يجعل «المتعلم» يقع تحت ضغوط نفسية أو أسرية...

أسباب نقص الاهتمام والدافعية لتعلم الرياضيات عند البعض:

من مسح ومراجعة العديد من الدراسات لبحث أسباب القلق والخوف من الرياضيات، ومن ثم العزوف عن تعلمها، تبينت الأسباب التالية:

- الإحساس بأنها صعبة ويسهل نسيان نظرياتها وقوانينها.
- عدم الوعى بتطبيقاتها المباشرة فى حياة المتعلم.
- الخوف من أن دراستها لا تؤدى إلى وظيفة مستقبلية.
- وجود فرص لدراسات أسهل.
- عدم الارتياح للكتب المدرسية والمصادر المتاحة لفهمها.
- الرياضيات لا تشبع دراستها من يدرسونها وتُفرض عليهم فرضا.
- عدم الاتساق بين موضوعات الرياضيات المدرسية.
- كثافة المعلومات والمعارف وازدحامها فى المقررات.
- شعور المتعلم بالاغتراب عن المصطلحات الرياضية، وعن مضامين الموضوعات التى تُدرس.

- عدم تواؤم قدرات بعض الطلاب مع مستوى التجديد فى الرياضيات.
- الشعور بأن بعض الإحصاءات – إذا ما تم إدراكها – غير صحيحة.
- عدم أُلفة أولياء أمور التلاميذ بالرياضيات وأهميتها.
- عدم ملاءمة المناهج مع أهداف (ومعايير) تعليمها.
- التغير المستمر فى المناهج وعدم استقرارها... وسوء تخطيطها.
- تعميم تدريس المناهج بدون تجريبها وتعديلها.
- عدم قدرة بعض المعلمين على شرح الرياضيات وتبسيطها.
- عدم «إشباع» ما يقدم من الرياضيات للمستويات المختلفة من المتعلمين.
- عدم رضا معظم المعلمين عن مهنتهم التدريسية.
- كثرة حالات الرسوب فى امتحانات الرياضيات أكثر من غيرها فى المواد الدراسية الأخرى.

- حاجة مذاكرة الرياضيات إلى «وقت» كبير على حساب المواد الأخرى.. وعلى حساب وقت «للترويح».

إن الخوف والقلق من تعلُّم الرياضيات ينبغى ألا يؤدى إلى الإحباط والعزوف عن تعلّمها، بل يتطلب الاقتراب منها و«التصالح» معها... يكون ذلك من خلال معلم واعٍ ويمتلك مهارات وكفايات القدرات التدريسية، وبيئة آمنة ممتعة للدراسة... وطرق تربوية لعلاج الصعوبات التى يكون التلميذ متخوفًا منها... ويدعم ذلك تشجيع الأسرة ودعمها وإشعار الابن والابنة بأنهما قادران ويمتلكان القدرة والإرادة للنجاح... كما أن الابن/ الابنه قد يحتاج إلى إرشاد نفسى ينزع القلق والخوف ويحولهما إلى عوامل وقوى إيجابية داعمة لدراسة الرياضيات... بل حُب الرياضيات والاستمرار فى دراستها... مع اكتساب - بطريقة صادقة - رؤى حقيقية لأهمية الرياضيات فى كل المواد الدراسية اللاحقة، سواء أكانت فنية أم أدبية أم علمية أو مهنية.

نحن نتعلم من الفشل:

يقول تشارلز كترينج (Kettering) المهندس، الذى ابتكر التحرك الذاتى للسيارة (Self starter) والذى كان قد اكتشف العديد من الابتكارات فى حياته: «من الوقت الذى يبدأ فيه طفل رياض الأطفال إلى وقت تخرجه من الجامعة سوف يخضع للامتحانات ثلاث أو أربع مرات كل عام. وإذا رسب فى أحد الامتحانات، فإنه قد يتعرض للطرد. الآن قد يحدث أن يفشل المُبْتكِر (٩٩٩) مرة ولكنه إذا نجح مرة واحدة فإنه قد يكون وصل إلى مبتغاه... المُبْتكِر يعامل مرات فشله مثل ممارسة التدريب على الرماية». مؤسس IBM – توماس واطسن – يكرر النصيحة السابقة بقوله: «أن تصل إلى النجاح عليك أن تضاعف معدلات فشلك»... لينوس باولينج (Pauling) الحائز على جائزة نوبل مرتين، قال: «الطريقة للإتيان بأفكار جيدة هو أن تفكر فى العديد من الأفكار العظيمة ثم تتخلص من تلك الأفكار غير الصالحة».

يتطلب النجاح: أن تكون على وعيٍ تام بما تريد، وأن تكون إيجابيًّا، وبطبيعة الحال أن تفكر وتحلل أفكارك وتستبعد

المتشائمة منها، وأن تراجع طريقة عملك، وأن تكون لديك الشجاعة فى التغيير والتنقيح حتى تصل إلى الأفكار التى تصل بك إلى النجاح.. مُغَلِبًا طموحك وثقتك فى نفسك على التردد والقلق والخوف... وموظفًا ما قد تشعر به من قلق أو توتر أو خوف لعوامل دافعة لتحقيق النجاح، وكما يحدث عند الكثيرين من الفنانين والمطربين، وهم يؤدون بنجاح فائق أداءاتهم على خشبة المسرح ينعمون بتصفيق الجماهير.. بعد أن بدأوا والقلق كان يساورهم أو ربما يراوح مشاعرهم.

نافذة (٩) : من مذكرات أستاذ رياضيات :

عند التحاقى (طالبا) للتخصص بقسم الرياضيات... دخل علينا أحد الأساتذة فى أول محاضرة، وقال لنا: «لقد اخترتم بأنفسكم هذا التخصص... أود أن أقول لكم أننى بكيت فى حياتى مرتين، مرة عندما توفى لى أحد الأقارب الأعزاء... ومرة عندما حصل طالب عندى على تقدير امتياز فى نهاية العام..!!».

صُدِمتُ فى أول الأمر، وفكرت فى الانسحاب من ذلك المقرر.. أو التخصص إذا لزم الأمر... ولكنى تماسكت وجاءنى شعور «بالتحدى» فذهبت إليه وقلت له – وبداخلى نوع من القلق –:

«أستاذى... لا تزعل منى.. أنا أنوى أن أجعلك تبكى مرة ثالثة...». ضحك الأستاذ وربت على كتفى، وقال: «لقد أردتُ تحفيزكم وخلق دافعية عندكم،... لن أبكى إذا حصلتَ على تقدير امتياز... ولكننى سأفرح جدًّا... وعليك أن تجتهد حتى تجعلنى أفرح هذه المرة...».

وفعلا تفوقتُ فى الرياضيات حتى عُيِّنت أستاذا لها...

ماذا عن اختبارات الذكاء؟

فى أوائل القرن العشرين طلبت الحكومة الفرنسية السيكولوجى «ألبرت بينيه» (Binet) ليضع اختبار ذكاء، يمكن بواسطته التعرف على الأطفال المتأخرين، الذين يحتاجون إلى «تربية خاصة». وقد كان ذلك عملية صعبة... كان على «بينيه» فى أول الأمر أن يعرِّف الذكاء، ثم أن يجد طريقة لأن «يمسك» بالذكاء بواسطة أجزاء صغيرة متمثلة فى أسئلة الاختبار. عرَّف «بينيه» الذكاء بأنه يعنى «إصدار أحكام وإلا اعتبر حِسًا جيدًا» اختبارات بينيه حاولت قياس كيف يستطيع الأطفال إدارة حياتهم اليومية، من خلال سؤالهم للتعرف على صور لأشياء عادية عامة، قراءة الوقت، التعامل بالأعداد. اختبارات «بينيه» بُنيت على الافتراض بأن هناك مستوى متوسطًا للكفاءة العقلية يمكن قياسها عند كل سن معينة. ومن ثم جرَّب أسئلة مختلفة واحتفظ فى الاختبارات النهائية بتلك الأسئلة، التى استطاع غالبية الأطفال عند سن معين – فى العينة التى طبق عليها الاختبارات – الإجابة عنها بطريقة صحيحة... من ذلك أنشأ معيار «العمر العقلى»

للاختبار، بينما أطلق على العمر الحقيقى للطفل مصطلح «العمر الزمنى»... لإيجاد معامل الذكاء، أو ما يرمز له بالرمز IQ (Intelligent Quotient)، والذى يقاس بخارج قسمة العمر العقلى للطفل على عمره الزمنى. فمثلاً طفل السن العاشرة «كريم» الذى عمره العقلى (١١) سنة يكون معامل ذكائه (١,١)... فى مرحلة تالية عبَّر السيكولوجيون عن معامل الذكاء بمضاعفته × ١٠٠ ؛ أى إن معامل ذكاء طفلنا كريم هو (١١٠)، واضعين فى الاعتبار أن الرقم (١٠٠) يمثل متوسط معامل الذكاء للطفل فى أى سن.

عندما يصل الشخص إلى سن الرشد، يبدأ «العمر الزمنى» فى أن يتجاوز بكثير «الأعمار العقلية» ما تقاس باختبارات «بينيه». لذلك تم مراجعة الاختبار وطريقة تحديد علاماته. وصمم السيكولوجيون اختبارات ذكاء، مستخدمين إحصاءات وأشكالًا بيانية لتحديد «علامات ذكاء» للكبار.

وبينما كانت اختبارات الذكاء مفيدة فى إيجاد معيار موضوعى لقياس قدرات معينة، إلا أنه لابد من القول – وكما أشرنا سابقًا – أن مثل تلك الاختبارات لا يمكنها التنبؤ بالدقة

المؤكدة بمستقبل أداءات الشخص. إن معامل الذكاء لشخص يمكن أن يتغير مع تقدم ثقافة وتعلم نفس الشخص.

تتعدد حاليًا أنواع الاختبارات، فهناك اختبارات تحصيلية تقيس «التمكن» من مواد دراسية معينة، مثل الاختبارات التحصيلية فى الرياضيات، وهناك اختبارات الاستعداد (Aptitude) التى تقيس قدرات كامنة عند الطالب، واستعداده لاكتساب معارف ومهارات فى مجال معين. أكثر الاختبارات شهرة فى هذا المجال اختبارات الاستعداد الدراسى والمعروفة باسم SAT وهو اختصار للـ(Scholastic Aptitude Test). هذه الاختبارات تقيس قدرات رياضية ولفظية وفهمًا قرائيًّا... هناك أيضًا اختبارات للاستعداد المهنى(Vocational) بقصد قياس الميل لمهن مختلفة.

يعيدنا الحديث عن الاختبارات إلى «قضية» قلق الاختبار... وكما أشرنا سابقًا فإن بعض التلاميذ الطلاب يعانون «قلق الاختبار خشية الرسوب أو يصنفون على أنهم «ضعاف» أو «بطيئو التعلم»... وللتغلب على ذلك فإننا ننصح بأن يتدرب «المتعلمون» فى كل مراحل تعليمهم على التعود على أخذ اختبارات، واعتبارها شيئًا عاديًا وأحد «الطقوس» وشعيرة من

«شعائر» الحياة المدرسية، وأنها خبرة لابد أن يمر بها المتعلم. وقد يقابلها أثناء تقدمه للتوظيف فى سوق العمل.

من المهم أن يدرك «المتعلم» أن الاختبارات يمكن تكرار أخذها... وأن يدرك تمامًا أنه لا يوجد اختبار يمكنه أن يقيس تمامًا قدراتهم أو رغبتهم فى التعلم... ومن الأهم أكثر أن يدرك المعلمون ومسئولو تقويم أداء المتعلمين ذلك التحفظ على الاختبارات وأن يجعلوا نتائج الاختبارات «إرشادية» ولا تؤدى بعض نتائجها السلبية إلى «فرمانات» حاسمة ضد طموحات التلاميذ وتطلعاتهم... كما لا تكون عاملاً فى الخوف من تعلم... الرياضيات أو غيرها من المواد الدراسية... بل أيضًا هناك أهمية لوجود اختبارات **تشخيصية** للتعرف على **الصعوبات**، عند بعض الطلاب **وعلاجها**.

نماذج من أسئلة واختبارات فى الرياضيات:

(١) أوجد أكبر عدد من الحلول بأعداد صحيحة موجبة للمعادلة:

$$١ = \frac{س}{٢} + \frac{ص}{٦} + \frac{ع}{١٨}$$

مثلا (١، ٣، ٠)، (٢، ٠، ٠)، (١، ٢، ٣)...

(٢) أوجد مجموعة الحل للمعادلة

$$\frac{س}{س-٢} = \frac{٢}{س-٢}$$

الحل : س = ϕ

(٣) المسافة التقريبية ف بالقدم، التى يقطعها جسم أسقط من ارتفاع يمكن الحصول عليها من القانون: ف = ١٦ ن^{٢}

بعد (٨) ثوانٍ من السقوط يكون الجسم قد سقط:

(أ) ١٥٣٨٤ قدمًا، (ب) ١٠٢٤ قدمًا،

(جـ) ٢٥٦ قدمًا، (د) ٢٠٤٨ قدمًا،

(هـ) لا شيء مما سبق.

(٤) واحد من الآتى لا يمكن أن يكون مربعًا كاملاً (حِل بمجرد النظر)

(أ) ١٥١٢٩، (ب) ١٥٣٧٦،

(جـ) ١٦٩٤٢، (د) ٦٢٥٠٠

الحل: [١٦٩٤٢ لأنه لا يوجد مربع كامل يكون رقم آحاده (٢)]

دور معلم الرياضيات فى إزالة أو تقليل القلق والخوف من الرياضيات:

للمعلم دور أساسى وحاكم فى جذب المتعلمين – صغارًا أو كبارًا – لتعلم الرياضيات.. كما وأنه – كما ذكرت بعض الدراسات قد يكون المعلم من أسباب المشاعر السلبية لبعض الطلاب نحو الرياضيات.. ومن ثم فإن هناك أهمية لأن يمارس المعلم تميزا فى أساليب تعليمه للرياضيات.

تتمثل معايير التميز فى تعليم الرياضيات بما يجعلها مادة جاذبة، ومع الاستفادة بالعديد من الأدبيات فى دول ومؤسسات تعليمية مختلفة، فى الآتى:

- أن يكون المعلم متمكنا من الموضوعات التى يقوم بتدريسها وارتباطها بما قبلها وما بعدها... مع إدراك عام عن الرياضيات كعلم وكمادة تدريسية، تساهم فى النمو المتكامل للمتعلم.
- يؤدى الشرح والأداء فى الفصل بدقة مع الثقة فى سلامة وصحة أدائه.. ويعمل كمُنشِّط أو مولد همة لمن يجد بين تلاميذه من يعمل بطاقة منخفضة أو فاترة.

- يربط بين الرياضيات وما يدرسه الطالب من مواد دراسية أخرى، كما يربط بين الرياضيات ومواقف حياتية ومجتمعية معاصرة يدركها الطلاب.

- يتواصل بلغة رياضية صحيحة ومناسبة لمستوى تلاميذه وطلابه، ويتدرب على طرق التدريس المختلفة، ويطلع على الكتب التربوية المتخصصة فى ذلك، وعلى التجارب الناجحة فى هذا الشأن.

- يشرح ويستخدم وسائط تعليمية جاذبة وجدانيا وعلميا... وحِسِّيًا.

- يحترم آراء تلاميذه/ طلابه ويتفاعل معهم بإيجابية، ويجد طرقًا تشجعهم على التفاعل والحوار دون خشية من الخطأ أو من عواقب سيئة إذا أخطأوا، ويشجع استقلاليتهم ومبادراتهم... وأسئلتهم... وإجاباتهم.

- يقدم أنشطة تعليمية متنوعة تناسب المستويات المختلفة من موهوبين ومتوسطى التحصيل وبطيئ التعلم... ومن هم يشعرون أنهم فى مواقف حرجة أو خطيرة بالنسبة لتعلم الرياضيات.

- يخصص أوقاتًا مكتبية للإرشاد والمعالجات الفردية أو لمجموعات صغيرة «نوعية»، ويعلن مواعيدها لتلاميذه.
- يوفر للمتعلمين مصادر تعلم متنوعة، ويشجعهم على «البحث» بأنفسهم فى مصادر ورقية وإلكترونية.. وعلى التعلم الذاتى من تلك المصادر، ويعمل على أن يبنى التلميذ خبراته بنفسه، ويؤمن بأن التعليم ليس عملية إناء ملئ يفيض على أو يصب فى إناء فارغ.
- يُطلع التلاميذ وأولياء أمورهم على مستويات المتعلمين ونوعيات الصعوبات التى يواجهها البعض.. وخاصة الحالات الحرجة، ويتعاون مع الأسر فى العمل على التغلب على تلك الصعوبات.
- يُشعِر التلاميذ الذين يعانون صعابا أنهم يمكنهم النجاح، ويقدم لهم امتحانات تبدأ بمستويات سهلة، تشعرهم بإمكانية النجاح والتقدم.
- يستخدم أساليب تقوية متنوعة تتضمن اختبارات شفوية، يمكن أن يتعرف منها مواطن الضعف إن وجدت.

- يستمع إلى أولياء الأمور عن أحوال أبنائهم، ومدى تطور قدراتهم فى التعلم.
- يكوِّن جمعيات نشاط رياضية تتضمن مسابقات وألعابًا ومجلات حائط ورحلات علمية وندوات ثقافية عن تطور الرياضيات وفائدتها، والقيم الأخلاقية التى يمكن أن تنميها.
- يكون مبتسما ويخلق بيئة تعلم مريحة وآمنة، يشعر فيها المتعلم بالأمان والمساواة والموضوعية والانتماء.

والآن: ما دورك عزيزى الطالب؟

إن نجاحك فى الرياضيات يتوقف بالدرجة الأولى عليك... الانتظام فى المدرسة، الإيجابية داخل الفصل، التفاعل المثمر مع المعلم ومع الأقران، قراءة الدرس فى الكتاب المدرسى قبل عرض المعلم له فى الحصة، تعلَّم كيف تتعلم، استمع بتركيز، اسأل المعلم واسأل زملاءك، وتعاطف مع ماتسمعه.. اكتشف قدراتك وثق بنفسك.

يقـول «فرانسيس بيكـون» أحـد رواد عصـر النهضة، والمهتمين بأهمية أن تكون العلوم تجريبية، وأن يكون تعليم الرياضيات وتعلمها مكونًا أساسيًّا فى التعليم بصفة عامة... يقول: «إذا كان عقل الإنسان فى تيه (تُوهان) فليدرس علم الرياضيات».

يتطلب تعلم الرياضيات أن تدرب «عقلك» على العادات التالية:

- الإصرار:

حدِّد هدفك، فهم نظرية. حل مسألة...، تمسك بهدفك، ضعه بين عينيك، لا تستسلم بسهولة عندما تواجه صعوبة أو عائقًا، تعوَّد المثابرة.. بمرونة.

- **فكرِّ فيما تفكر فيه:**

كـن واعـيا بما تفكـر فيـه... وبمشاعـرك وانفعالاتك وتأثيرات ذلك على إنتاجيتك، بل وعلى الآخرين.

- **فكِّر وتواصل:**

ليكن ذلك بدقة ووضوح، وَلِّد أفكارا جديدة وناقشها مع آخرين.

- **ابتكر ونَمِّ خيالك**

حاول حل المسائل بأكثر من طريقة، وحبذا لو كانت بطرق غير مسبوقة، قُم بمخاطرات محسوبة فى إعطاء أفكار وحلول جديدة، فكر قبل التنفيذ، وطوِّر طرق تفكيرك.

- استفد من خبراتك ومعلوماتك السابقة.
- تعلم جمع البيانات وقراءاتها وتفسيرها، مستخدمًا كل حواسك وخبراتك.
- لا تُصَب بالإحباط إذا الأمور سارت بطرق لا ترضاها، عاود العمل بعد فترة استرخاء.. وفكر من جديد.. وتحقق... وكن منفتحًا لأفكار جديدة... ولا تخجل من أن تستشير معلمًا أو زميلاً... حاول السيطرة على انفعالاتك... ولا تتسرع فى اتخاذ قرارات... خاصةً إذا كانت سلبية.
- قاوم الحلول الصفرية للمواقف الصعبة بمعنى لا تستسلم ولا تنسحب.

- كوِّن لعقلك «خريطة ذهنية» تحدد فيها: «أين أنت، وإلى أين أنت ذاهب» والمسارات التى يمكن أن تصل بها... كذلك الحال فى حالات حل مشكلات أو براهين علاقات ونظريات: ضع خريطة للمعطيات وللمطلوب إثباته أو الوصول إليه، والخطوات المنطقية أو العملية وتسلسلاتها الخطية أو غير الخطية، التى تراها خريطة طريق للحل...
- كن مَرِّحًا: ابتسم دومًا، اضحك للمواقف التى تراها مزعجة، تبادل المرح والفكاهات البريئة...

كيف تنجح فى الامتحان وتحافظ على... إنسانيتك؟

على العكس مما يعتقده كثير من الطلاب، فإن الامتحانات لم توضع لتكون مصيدة للأخطاء أو للترسيب أو «الغربلة» لمن يعرف ومن لا يعرف. ولكن يقصد بها أن توفر للطلاب فرصًا لعرض معارفهم وإبراز مهاراتهم التحليلية ومرونتهم العقلية فى تناول القضايا والمسائل، التي تثار فى الأوراق الامتحانية. لذلك فإنه مع مواظبة التلميذ/ الطالب

على حضـور دروسه فى المدرسـة وإكمال واجــباته المنزلية، فــإنه لا يصبح لديه قلق أو تخوف من الاختبارات والامتحانات.. يتطلب النجاح بل والتفوق إعدادًا ذكيًا قبل الامتحانات وأداءً فاعلاً أثناء التفاعل مع الورقة الامتحانية:

(١) الإعداد للامتحان:

- الاستعداد المبكر للامتحان دراسةً ومراجعة. مراجعة اللحظة الأخيرة تسبب الكثير من التشوش والمعاناة فى الاستيعاب.
- تكـوين اتجـاه إيجـابى نحـو الامتحانات، باعتبار أن الامتحانات ليست دائمًا سلبية النتائج، إنها شىء عادى يظهر كثيرًا من الطاقات الكامنة عند التلاميذ.
- اخـتزال التـوتر والثقــة بالنفس والاسـتفادة مـن خبراتك فى اختبارات سابقة، والتعرف على طريقة وضع الأسئلة ومواصفات الورقة الامتحانية – والتى لابد وأن تكون معلنة للطلاب من المسئولين عن الامتحانات – مع الاستعداد لإمكانية أن تصاغ الأسئلة بطرق جديدة.

- وضع التلميذ/ الطالب بنفسه أسئلة أثناء مذاكرته والإجابة عنها، ومراجعة صحتها يزيد من الثقة بالنفس ويُبعد القلق من الامتحان.
- مراجعة المادة بانتظام والتعرف على الأساسيات فيها.
- التدرب على فن استرجاع واستدعاء المعلومات والقوانين من الذاكرة، ذلك إذا لم يكن هناك ما يسمح باتباع نظام «امتحان الكتاب المفتوح».
- التدرب علي تنظيم الإجابة عن الأسئلة بعيدًا عن الإجابات السطحية والمشتتة.. وفي الزمن المحدد للامتحان.
- عدم الاستماع إلى الشائعات والمعتقدات الخاطئة عن طريق التصحيح، وما بها من انطباعات عن التشدد أو تحديد نسب نجاح مقصودة مسبقًا.

(٢) التفاعل مع الورقة الامتحانية:

- تجنب الذعر: لا شيء يسبب الذعر للممتحن أكثر من وصوله متأخرًا، إحضِر معك كل أدواتك المناسبة

للمادة: «حساب، جبر، هندسة، إحصاء...» آلة حاسبة، حاسبة بيانية، أدوات هندسية.

- اقرأ تعليمات الامتحان بعناية. تأكد من الزمن المحدد. ضع توزيعا مناسبا متوازنا للإجابة عن كل سؤال... تأكد من وجود أسئلة اختيارية... وضَعْ فى اعتبارك وقتًا لمراجعة الإجابة.
- تخيّر الأسئلة التى تبدأ الإجابة عنها أولاً... رَتِّب ذلك بحسب إتقانك لمادة السؤال... فكر جيدًا فى المطلوب فى السؤال قبل أن تجيب عنه. هناك أسئلة مباشرة وأخرى غير مباشرة. احترس من التبسيط أو التسطيح المفرط فى الإجابة، ومن الإطناب أو التفصيل المفرط الذى قد يشتت المصحح.
- إعطِ لذهنك فرصة لتفكر بحرية فى السؤال قبل الإجابة عنه. اكتب النقاط الأساسية. ضع مخططا - ولو ذهنيا - للإجابة، كن واضحًا فى أفكارك وفى تقديم الأدلة على الخطوات التى تقوم بها عند حل معادلة أو برهان نظرية... إذا ما كان ذلك مطلوبًا .

لا تضيع وقتك فى أشياء هامشية مثل رسم الشكل أكثر من مرة أو إعادة كتابة السؤال.

- أجِب وفى ذهنك أنك ستحصل على أعلى الدرجات. يتطلب ذلك فهم السؤال ووعى تام بالمطلوب. لتكن خطوات إجاباتك واضحة وبخط مقروء وكتابة منظمة، تريح – إن لم تكن تبهج – المصحح.

الآن عزيزى الطالب عرفت أن الرياضيات يمكن تعلمها بل والتفوق فيها، وأنه يمكنك أن تحافظ على استمرارية تعلمك وتفوقك، الذى هو عنوان ومحور إنسانيتك، فالإنسان مخلوق تعلم يمتلك إمكانات التفوق والإبداع... ليس فقط فى الرياضيات، بل فى كل ما يرغب فى تعلمه بعيدًا عن القلق والخوف...

والآن... هيا نستمتع بالرياضيات...

الرياضيات ممتعة... وجاذبة

نعرض فيما يلى نماذج لأنشطة رياضية ممتعة، تجذب إلى تعلم الرياضيات دون قلق أو خوف:

(١) رقمك «الرياضى» ماذا يقول عنك؟

قبل استخدام الرموز العربية الحالية وانتشارها من خلال كتاب الخوارزمى، كان العرب يستخدمون الحروف الأبجدية لتدل على الأعداد بحسب الترتيب التالى:

أ ب ج د

هـ و ز

ح ط ى

ك ل م ن

س ع ف ص

ق ر ش ت

ث خ ذ

ض ظ غ

وكان الترقيم كالآتى (مع ملاحظة أنه لم يكن هناك ترميز للصفر لأنه لم يكن قد ابتكر بعد ولا جرى الاعتراف به كعدد):

أ ١	ب ٢	ج ٣	د ٤	هـ ٥	و ٦	ز ٧	ح ٨	ط ٩
ى ١٠	ك ٢٠	ل ٣٠	م ٤٠	ن ٥٠	س ٦٠	ع ٧٠	ف ٨٠	ص ٩٠
ق ١٠٠	ر ٢٠٠	ش ٣٠٠	ت ٤٠٠	ث ٥٠٠	خ ٦٠٠	ذ ٧٠٠	ض ٨٠٠	ظ ٩٠٠
غ ١٠٠٠								

للحصول على رقمك الرياضى:

- اكتب اسمك بحروف منفردة.
- أوجد العدد (من جدول الترقيم أعلاه) الذى يدل عليه كل حرف.
- أجمع الأعداد الدالة على حروف اسمك.
- إذا كان المجموع عددًا مكونًا من رقمين أو أكثر، أجمع الأرقام حتى تصل إلى رقم واحد.
- العدد الناتج سيكون أحد الأرقام من (١) إلى (٩)، وهذا هو رقمك الرياضى.
- حظك هو ما تقوله العبارة أمام رقمك الرياضى... فى الجدول التالى:

رقمك	ماذا يقول عنك
١	تتميز بالثقة بالنفس، تسهل عليك إقامة علاقات ودية، ترغب دائمًا أن تكون منهمكا بالعمل.
٢	أنت هادئ وخجول، يسهل عليك العمل مع الآخرين.
٣	أنت لديك نزعة فنية، تحب الجمال، اجتماعى تحب الحياة، كما تحب امتلاك الكثير.
٤	أنت ذكى، نشيط، تحب المغامرة، ولكنك تفقد أعصابك بسهولة.
٥	أنت نشيط، مستقل فى رأيك، ومن الصعب أن تغير أفكارك بسهولة، أصدقاؤك يثقون بك كثيرًا.
٦	أنت عادل فى تعاملاتك وغير أنانى، تهتم بمشاعر الآخرين، تحب أن تبقى الأشياء مرتبة ونظيفة.
٧	أنت تحب أن تكون مستقلا ومتميزًا، لا ترغب أن تفعل ما يفعله الآخرون، تعتز برأيك الشخصى.
٨	أنت تحب التخطيط لما تريد أن تقوم به وأن تتأكد من صحة ما تقوم به، فى كثير من الأحيان تراجع نفسك.
٩	أنت تحب الناس، تؤمن بالحرية، شفوق، تعطى أكثر مما تأخذ.. عليك أن تبذل مجهودًا أكبر للتفوق فى الرياضيات...

(٢) منزل العم «عشم الله»

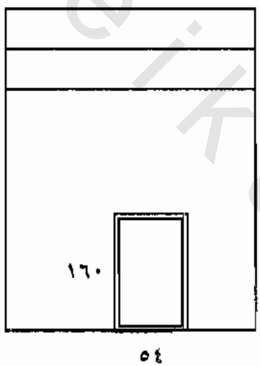
يعيش المعلم «عشم الله» فى قرية «الشامية» بمحافظة أسيوط، بنَى منزلاً وكانت أبعاد فتحة الباب كالآتى: (١٦٠ سم) الارتفاع، (٦٤ سم) العرض.

(أ) أى من الآتى يمكن دخوله أو إدخاله من هذا الباب؟

- حمار عليه حمولة عرضها (٨٠سم) وطوله (١٣٥ سم) وارتفاعه (٥٥ سم).
- خزينة (على شكل متوازى مستطيلات) طولها (٦٦ سم) وعرضها (٦٠ سم) وارتفاعها (٤٨ سم).
- «كنبة» طولها (١٢٠ سم) وعرضها (٧٤ سم) وارتفاعها (٥٨ سم).
- زوجته «سميكة» طولها (١٢٠ سم) ومعها طفل طوله (٨٠ سم) ووزنها (٨٥ كيلو جرامًا).

(ب) وضح بشكل تقريبى الوضع الذى يمكن به دخول أو إدخال الأشياء التى يمكن إدخالها.

(جـ) اقترح أبعادا مناسبة للباب تسمح بدخول كل الأشياء السابقة.



(٣) دعنا نفكر معًا فى طريقة الحل :

س ١ : أ ب جـ مثلث، م دائرة محصورة داخله بحيث تمس أ ب فى نقطة د حيث أد = ٥ سم، د ب = ٣ سم.

أوجد ب جـ إذا كان قياس الزاوية أ = ٦٠ °

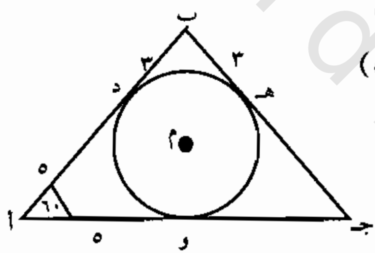
الحـــل:

نرسم أولاً تمثيلاً لهذه المسألة ولتكن نقاط تماس الدائرة مع أضلاع المثلث هى: د، هـ، و .

نعلم أن المماسين من نقطة خارج الدائرة يكونان متساويين فى ... (الطول)

وإذن ب هـ = ... (٣)

، أ و = ... (٥)



نحن نبحث عن طول ب جـ

كيف سنحصل عليه؟

- هل هناك علاقة بين أطوال أضلاع المثلث؟

نعم: يمكن إيجاد طول ضلع بمعلومية الضلعين الآخرين، والزاوية المحصورة بينهما.

نعم: نعم! تستخدم قانون جيب التمام... هيا بنا نضع القانون:

(ب جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢} – ٢ (أ ب) (أجـ) جتا ٦٠ (١)

ماذا لو افترضنا أن جـ هـ = س ، ماذا عن جـ و؟

نعلم أن جـ هـ = جـ و (لأنهما مماسان من نقطة خارج الدائرة...)

وإذن جـ و = س أيضًا

هيا نستخدم قانون جيب التمام (١)

(س+٣)^{٢} = (٨)^{٢} + (س+٥)^{٢} – ٢×٨× (٥ + س) جتا ٦٠

فُك الأقواس... وحل المعادلة لإيجاد قيمة س

نعم! نعم! الحل هو س = ١٠

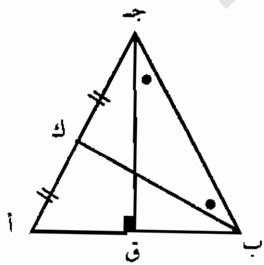
وإذن : ب جـ = ٣ + ١٠ = ١٣ سم وهو المطلوب

س ٢: أ ب جـ مثلث حاد الزوايا، فإذا كان جـ ق ارتفاع فى المثلث وكان ب ك «مستقيما» متوسطا به وكان جـ ق = ب ك وكان قياس زاوية ك ب جـ = قياس زاوية ق جـ ب. أثبت أن Δ أ ب جـ متساوى الأضلاع

الحل:

نمثل المسألة بالرسم لنحدد معًا المعطيات والمطلوب

المعطيات:



* جـ ق ارتفاع، ماذا يعنى ذلك؟

● جـ ق عمودى على أ ب

* $\overline{\text{ب ك}}$ «مستقيم» متوسط، ماذا يعنى ذلك؟

- جـ ك = أ ك
- جـ ق = ب ك، معطى صراحة
- قياس الزاوية ك ب جـ = قياس الزاوية ق جـ ب، معطى صراحة

المطلوب:

إثبات أن Δ أ ب جـ متساوى الأضلاع

وماذا يعنى ذلك لنا؟

هذا يعنى إثبات أن أطوال أضلاعه متساوية

أى إثبات أن أ ب = ب جـ = جـ أ

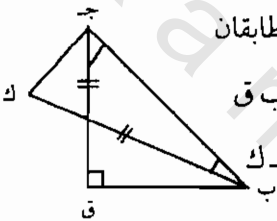
دعنا نثبت تساوى ضلعين فى كل مرة.

وكيف نثبت تساوى ضلعين... آه، دعنا نجرب تطابق مثلثين.. سن الواضح أن المثلثين ب ك جـ ، جـ ق ب مرشحان لأن يكونا متطابقين.

نعم! نعم!: واضح أن الضلع جـ ب مشترك ومعلوم لنا أن ب ك = جـ ق

هذا حسن: هذان ضلعان وماذا عن زاوية محصورة بينهما؟

نعم: قياس الزاوية ك ب جـ = قياس الزاوية ق جـ ب وهما محصورتان...



إذن Δ Δ ب ك جـ ، جـ ق ب متطابقان

وماذا ينتج عن التطابق؟ جـ ك = ب ق

وماذا أيضًا؟ ب ك عمودى على جـ ك

لماذا؟ لأن قياس زاوية ك = قياس زاوية ق

من التطابق ب ك عمودى على أ جـ وينصفه

آه... ذلك يعنى أن Δ أ ب جـ متساوى الساقين

حيث ب أ = ب جـ (١)

الآن علينا أن نبحث عن وضع $\overline{\text{أ جـ}}$

من تطابق المثلثين ب ك جـ، جـ ق ب ينتج أن

قياس ∢ق ب جـ = قياس ∢ك جـ ب... وهذا يعنى أن

أ ب = أ جـ (٢)

من (١)، (٢) ينتج أن أ ب = ب جـ = أ جـ

أى أن المثلث أ ب جـ متساوى الأضلاع

رائع!!.. وهذا هو المطلوب إثباته

وعليك الآن عزيزى الطالب... أن تثبت التمرين بنفسك ودون أن تنظر لهذا الحوار

س ٣: عندما تكتب الأعداد من (١) إلى (١٠٠) كم مرة تستخدم رمز العدد (٠)، كم مرة تستخدم رمز العدد (١)، رمز العدد (٢)... وهكذا؟

الحـــل

ضع خريطة ذهنية للأعداد من (١) إلى (١٠٠)

مــا رأيـك... رتب الأعـــداد عشرة بعـد عشــرة فى صفوف كما بالشكل

هيا نفكر:

١٠		٣	٢	١
٢٠		١٣	١٢	١١
⋮				⋮
٩٠				٨١
١٠٠			٩٢	٩١

الأصفار فى العمود الأيسر

لدينا عشرة صفوف

ولكن الصف الأخير به صفران

(فى العدد ١٠٠)

وإذن يوجد (١١) رمزًا للصفر

- فكر بنفس الطريقة لرمز العدد (١)

ها! ها! رمز العدد (١) موجود كرقم آحاد... وأيضًا كرقم عشرات

وإذن عدد المرات للرمز (١) = ١٠ (فى الآحاد) + ٩ (فى خانة العشرات) + ١ (فى العدد عشرة) + ١ (فى العدد مائة) = ٢١ مرة

الآن: أبحث الرموز الباقية...

- سؤال بسيط ولكنه ممتع... أليس كذلك؟
- هل يمكنك أن تمثل أعداد «الرموز» المختلفة المستخدمة بيانيًا؟

- تريد أن أمثل تكرار الرموز (٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩) بأعمدة؟
- شكرًا، شكرًا.... أعِدُك ذلك.

س ٤: كم قطرا فى مضلع (مغلق) عدد أضلاعه (ن)؟

الحــل

دعنا نفكــر معًا: ما معنـى قطـر فى مضلع؟... إنه قطعة مستقيمة تربط بين نقطتين غير متاليتين.

المثلــث: ليس به أقطار (٠)

الرباعــى: قطران (٢)

الخماســى: خمسة أقطار (٥)

السداسى: تسعة أقطار (٩)

استمر...

- تلاحظ أن كل رأس يخرج منها أقطار عددها ينقص (٣) عن عدد أضلاع المضلع: مثلا: كل رأس فى السداسى

يخرج منه ٣ أقطار (٦-٣)، وكل رأس فى الخماسى يخرج منها قطران أى (٥-٣). ويكون عدد الأقطار فى المضلع الخماسى $\frac{(٥-٣)}{٢}$ = ٥ (لاحظ أن كل قطر يتكرر مرتين)

وهكذا السباعى سيخرج من كل رأس فيه (٧-٣) أى ٤ أقطار

ويكون عدد أقطار السباعى = (٧ × ٤) ÷ ٢

لأن كل رأس مكرر مرتين وإذن عدد أقطار المضلع السباعى = $\frac{٧ \times ٤}{٢}$ = ١٤ قطرًا

وهكذا...

إذن، عدد أقطار المضلع الذى عدد أضلاعه (ن) = $\frac{ن(ن-٢)}{٢}$ قطرا

هل عرفت لماذا عدد الأقطار فى المثلث يساوى صفرًا

(لأن جميع رؤوس المثلث متتالية!!)

وإذا اعتبرت الدائرة مضلعا له عدد لا نهائى من الرؤوس فما عدد أقطار الدائرة... إنه لا نهائى أيضًا

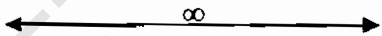
هل تعرف كيف تكتب رمز اللانهاية؟

إنه يشبه رمز الثمانية (8) النائمة ويكتب هكذا ∞

لعلهـا رمـز يبحـث عن الاسترخاء بعد العد ١، ٢، ....
إلى ما لا نهاية أى الذى لا ينتهى.

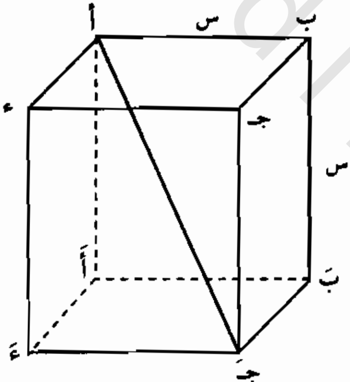
أو

لعلها كائن يسير على خط الأعداد يبحث عن نهاية يستريح فيها... فلا يجد



س ٥: استشر صديقًا

أوجد حجم المكعب، الذى طول القطعة المستقيمة التى تصل بين رأس الزاوية العلوية (أ) فى أقصى اليسار، رأس الزاوية السفلية فى أقصى اليمين (جـَ) يساوى (٣) سم.



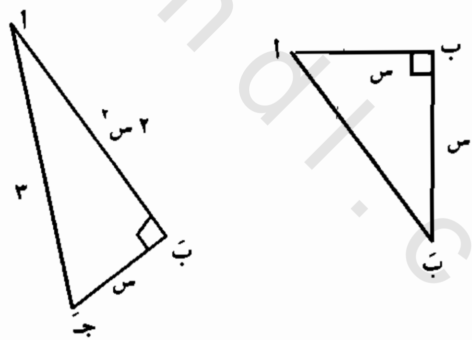
الصديق: دعنا نضع أ جـ في مثلث.

أنتَ (المتعلم): أشعر بأننى لو وصلت أَبَ سأحصل على مثلث مناسب.

الصديق: حسنًا.

أنتَ: هل المثلث أ بَ جـَ قائم الزاوية؟

الصديق: نعم، هذا يمكن استنتاجه من الهندسة «الفراغية»، وعليك أن تسأل معلم الرياضيات ليشرح لك خواص المستويات المتعامدة.



أنتَ: سأقبل أن المثلث أ بَ جـَ قائم الزاوية (لحين سؤال معلم الرياضيات) دعني أرسمه بشكل تقريبي.

الصديق: حاول أن ترسم أيضًا كيف تحصل على أ بَ.

أنت: دعنا نفترض أن طول ضلع المكعب يساوى (س)

إذن (من فيثاغورس): $(أ بَ)^{٢} = ٢ س^{٢}$

الصديق: حسنًا، انتقل إلى المثلث أ بَ جـَ.

أنتَ : $(أ بَ)^{٢} + (بَ جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢}$ وبالتعويض

$٢ س^{٢} + س^{٢} = ٩$

$٣ س^{٢} = ٩$ إذن $س^{٢} = ٣$ ، $س = \sqrt{٣}$

ولا يوجد بالسالب

نعم! نعم: إذن حجم المكعب = $\sqrt{٣} \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٣} = ٣\sqrt{٣}$ $سم^{٣}$

الصديق: براڤو... براڤو!!! لقد وصلت إلى الحل الصحيح

(٤) اكتشف المغالطة فى كل من الحالات التالية :

مغالطة (أ) $س^{٢} - س^{٢} = س^{٢} - س^{٢}$

بالتحليل س (س – س) = (س + س) (س – س)

بالقسمة على (س – س) ينتج أن س = ٢ س

بالقسمة على س ينتج أن ١ = ٢

[المغالطة: لا يصح القسمة على الصفر مهما تكون صورته وهى هنا (س – س)]

مغالطة (ب) لتكن ص = $\frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س} - ٢}$

بوضع س = ٢ فإن ص = $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

ولكن بالتحليل نجد أن ص = $\frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س} - ٢}$

= $\frac{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)}{(\text{س} - ٢)}$

وباختزال الكسر نجد أن ص = س + ٢

وبوضـــع س = صفر نجد أن ص = ٢

وفى حالة ص = $\frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س} - ٣}$

وبنفس الطريقة نجد أن ص = $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ ، وأيضًا ص = ٣

[لا يعنى ذلك أن ٢ = ٣ ولكن يعني أن $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ عدد غير معين، يمكن أن يأخذ قيما مختلفة بحسب الموقف الرياضى.

وعندما تدرس النهايات سوف تجد أن

نها $\frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س} - ٢}$ (عندما س تقترب من ٢) تساوى ٢

وأن نها $\frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س} - ٣}$ عندما س تقترب من ٣) تساوى ٣

ذلك أنه عند الاختزال يشترط أن س ≠ ٢ ، س ≠ ٣]

مغالطة (جـ) دخل ثلاثة أصدقاء محل فول وفلافل بعد تناول الطعام، دفع كل منهم عشرة جنيهات؛ أى إنهم دفعوا (٣٠) جنيها. أعاد صاحب المحل لهم خمسة جنيهات معا. أعطوا العامل جنيهين بقشيشا، وأخذ كل واحد منهم جنيها. جلس أحدهم ففكر كالآتى:

كل واحد دفع عشرة جنيهات واستعاد جنيها واحدا

أى أن كل واحد من الثلاثة دفع ٩ جنيهات

وإذن جملة ما دفعوه هو ٣ × ٩ = ٢٧ جنيها

البقشيش = ٢ جنيه

أى أن المجموع = ٢٧ + ٢ = ٢٩ جنيها

ولكن ما دفعوه فى البداية كان (٣٠ جنيها)

وتساءل بينه وبين نفسه:

أين ذهب الجنيه؟

[لا توجد مغالطة هنا، ولكن الصديق قام بعملية حسابية لا علاقة لها بالثلاثين جنيها...] ما حدث فعلاً الآتى:

- دفعوا (٢٧) جنيها وأخذ كل منهم جنيها، وهذا جملته (٣٠ جنيها).
- جملة ما دفعوه ٢٧ جنيها، وهذا يساوى

ثمن الأكل + البقشيش، حيث :

٢٧ = ٢٥ + ٢

- ثمن الأكل + ما استعادوه + البقشيش = ٢٥ + ٣ + ٢ = ٣٠

- ويعنى كل ما سبق أنه لا مبرر لجمع ما دفعوه مع البقشيش ومقارنته بالمبلغ الأصلى.
- ترى هـل أكْل الفـول والفــلافل يتسبب فى مثـل هذا التفكير؟

مغالطة (د) طلب الأستاذ إيجاد مشتقة الدالة ص = س٢

قام سمير بإيجاد المشتقة كالآتى بحسب ما تعلمه فى دروس التفاضل:

صَ = ٢ س

ولكن سَمَر أوجدت المشتقة كالآتى:

ص = س٢

= س × س

= س من المرات للمتغير س

= (س + س + س + ...) س من المرات

وإذن صَ = (١ + ١ + ١ + ١ + ...) س من المرات

= س

وعليه، فإن س = ٢ س

ومنها ١ = ٢ ؟؟

فهل هذا معقول: صَ = ٢ س وأيضًا صَ = س ؟

وأن ١ = ٢ ؟

- المغالطة تكمن فى أن:

سمير أجرى عملية التفاضل، باعتبار أن ص = س٢ دالة متصلة، بينما سَمَر اعتبرت ص = س٢ دالة غير متصلة

بمعنى ص = (س + س + ...) س من المرات

لذلك: ينبغى تحديد الخواص التحليلية للدلالة المطلوب إيجاد تفاضلها أو مشتقاتها، ولا يكتفى بقاعدتها.

(٥) دومينو ومربعات ذكية (سحرية)

المربع الذكى (السحرى) هو المربع الذى يتكون من شبكة مربعات صغيرة يكون بكل منها عدد، ومنظمة بحيث يكون مجموع كل صف = مجموع كل عمود = مجموع كل من القطرين، وسوف نطلق على هذا المجموع مصطلح المجموع السحرى، فمثلاً المربع التالى هو مربع ذكى (تُساعى) أى أن المجموع السحرى فيه يساوى ٩ فى كل الحالات.

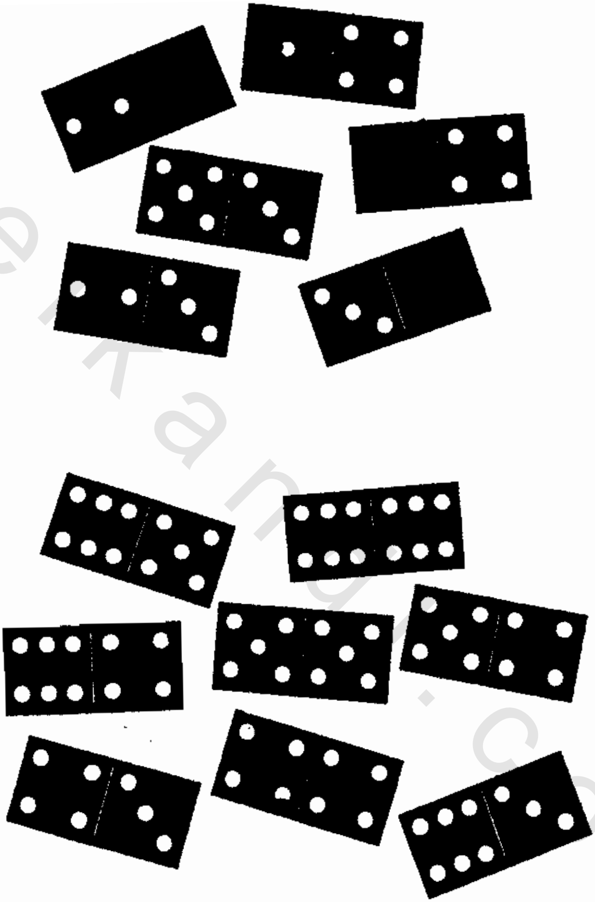
٢	٥	٢
٣	٣	٣
٤	١	٤

المطلوب:

- استخدام (٦) قطع دومينو تكوّن بها مربعًا ذكيًّا بحيث يكون المجموع السحرى يساوى (٩). الأجزاء البيضاء فى قطع الدومينو توضع فى عمود واحد ولا تعتبر خلايا فى المربع

٢	٥	٢	
٣	٣	٣	
٤	١	٤	

- استخدام (٨) قطع دومينو لتكوين مربع ذكي (٤ × ٤) يكون مجموعة الحل السحرى ١٩ (يمكنك الاستعانة بشبكة المربعات المبينة).



٣	٦	٤	٦
٦	٥	٥	٣
٦	٤	٥	٤
٤	٤	٥	٦

- أكمل المربعات التالية بأعداد مناسبة لتصبح مربعات ذكية.

١٠	٨	٦

مربع الـ(٢٤)

٩		
	٧	
		٥

مربع الـ(٢١)

	٢	٩
	٦	

	١٥	

(٦) مسألة تُحَل بأكثر من طريقة:

ثلاث حدائق عامة:

(أ) ويلعب بها (٤٠) تلميذا، ومساحتها (٥٠٠) مترًا مربعًا.

(ب) ويلعب بها (٣٠) تلميذا، ومساحتها (٥٠٠) مترًا مربعًا.

(جـ) ويلعب بها (٣٠) تلميذا، ومساحتها (٣٠٠) مترًا مربعًا.

أيٍ من هذه الحدائق تعتبر مزدحمة؟

أربعة طرق للحل:

(أ) أكثر ازدحاما من (ب)

لأن لها نفس المساحة، ولكن أعداد (أ) أكبر من أعداد (ب)

(جـ) أكثر ازدحامًا من ب

لأن: نفس الأعداد ولكن مساحة (جـ) أصغر من مساحة (ب)

ماذا عن أ، جـ؟

حل (١):

(جـ) أكثر ازدحامًا من (أ)

لأن: فى كل (١٠٠) متر مربع من (جـ) يلعب ٣٠ ÷ ٣ = (١٠) تلاميذ، بينما فى كل (١٠٠) متر مربع من (أ) يلعب ٤٠ ÷ ٥ = (٨) تلاميذ.

حل (٢):

(جـ) أكثر ازدحامًا من (أ)

لأن: فى كل (١٥٠٠) متر مربع من (جـ) يمكن أن يلعب (١٥٠) تلميذًا، بينما فى كل (١٥٠٠) متر مربع من (أ) يمكن أن يلعب (١٢٠) تلميذًا.

حل (٣):

(جـ) أكثر ازدحاما من (أ)

لأن: كل (١٠) تلاميذ يحتاجون إلى (١٠٠) م٢ فى (جـ)،

بينما: كل (١٠) تلاميذ يحتاجون إلى (١٢٥) م٢ فى (أ)

حل (٤):

(جـ) أكثر ازدحامًا من (أ)

لأن: التلميذ الواحد يحتاج إلى (١٠) م٢ فى (جـ)،

بينما التلميذ الواحد يحتاج إلى (١٢,٥) م٢ فى (أ)

وإذن ترتيب الحدائق بحسب الأكثر ازدحاما: جـ > ب > أ

(حيث > يعنى هنا أكثر ازدحامًا)

(٧) النسبة الذهبية

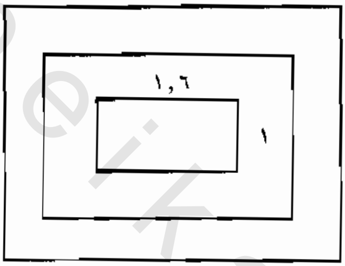
ارسم قطعة مستقيمة طولها «الوحدة». قسِّم طول هذه القطعة إلى جزءين بحيث تكون النسبة بين طول الجزء الأقصر وبين الطول الأكبر مساوية للنسبة بين الطول الأكبر وبين الطول الكلى للقطعة المستقيمة الأصلية...

- للحصول على هذه النسبة:

نفرض طول أحد الجزئين = س

إذن طول الجزء الآخر = ١ – س

وإذن $\frac{\text{١ – س}}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{\text{١}}$



س^{٢} = ١ – س

س^{٢} + س – ١ = صفر

ومنها:

س = ٦١٨ر

النسبة (٦١٨ ر٠ : ١) تسمى النسبة الذهبية

وقد عرفت هذه النسبة واستخدمت فى تناسبات بعض أبعاد الأهرامات عند بنائها. وقد أطلق الإغريق على هذه النسبة «القطاع الذهبى»، وفى العصور الوسطى كان يطلق عليها «قانون التناسب الإلهى».

تستخدم هذه النسبة فى إطارات الصور والرسومات، وتناسبات المبانى والمعابد.

(٨) **أعياد الميلاد** (مثال من مسابقة الأولمپياد المصرى)

إحدى المدارس بها (٧٣١) تلميذا. برهن على أنه يوجد على الأقل ثلاثة تلاميذ فى هذه المدرسة لهم نفس تاريخ عيد الميلاد (باعتبار أن العام = ٣٦٥ يومًا)

الحـــل:

- هناك (٣٦٥) يومًا فى العام.

إذن، يمكن أن يكون لكل واحد من (٣٦٥) تلميذا عيد ميلاد مختلف (فرضا)

- بقى لدينا ٣٦٥ تلميذا آخر من الباقين، سوف يكون لكل واحد منهم عيد ميلاد مختلف (فرضا).

وإذن، يكون هناك تلميذان لهما نفس عيد الميلاد فى كل يوم من أيام السنة.

- بقى تلميذ واحد من الـ ٧٣١،

لأن ٧٣١ = ٣٦٥ + ٣٦٥ + ١

أى أن: لابد وأن عيد ميلاد هذا التلميذ «الأخير» يصادف أحد الأيام من الـ(٣٦٥) يومًا.

بذلك: يكون هناك على الأقل (٣) تلاميذ لهم نفس عيد الميلاد.

(عيد ميلاد سعيد)

(٩) جمال النمط وتنوع المواقف:

- لاحظ نمط توليد الأعداد فى كل صف فى الشكل المبين.

يسمى التنظيم «مثلث باسكال»

ويقال أن عمر الخيام توصل إلى بعض صفوفه، ولاحظ علاقة كل صنف بالصف السابق له حيث يتكون كل عدد من مجموع عددين أعلاه. فمثلاً فى الصفين الثالث والرابع

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

1 8 28 56 70 56 28 8 1

1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

وهكذا

- لاحظ نمط قوى العدد (١١)

$(١١)^{٠} = ١$

$(١١)^{١} = ١\ \ ١$

$(١١)^{٢} = ١\ \ ٢\ \ ١$

$(١١)^{٣} = ١\ \ ٣\ \ ٣\ \ ١$

$(١١)^{٤} = ١\ \ ٤\ \ ٦\ \ ٤\ \ ١$

وهكذا نفس نمط مثلث باسكال

• لاحظ معاملات مفكوك ذات الحدين $(\text{أ} + \text{ب})^{\text{ن}}$

حيث ن عدد صحيح غير سالب

المعاملات					١
				١	١
			١	٢	١
		١	٣	٣	١
	١	٤	٦	٤	١

$(\text{أ} + \text{ب})^{٠} = ١$

$(\text{أ} + \text{ب})^{١} = \text{أ} + \text{ب}$

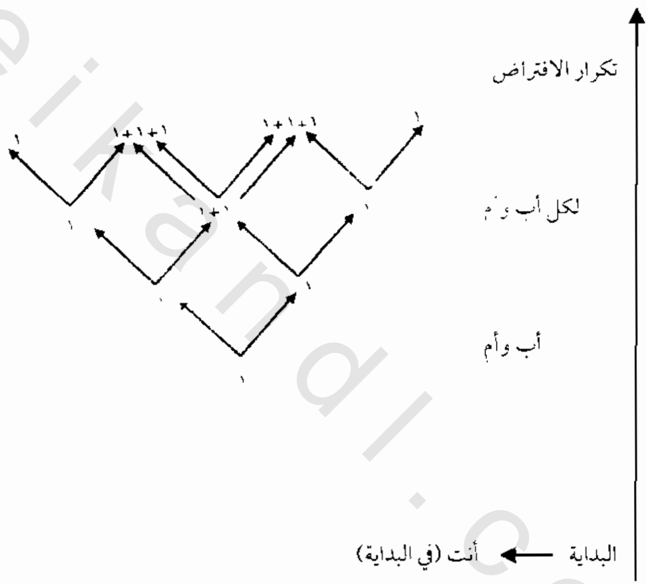
$(\text{أ} + \text{ب})^{٢} = \text{أ} + ٢\,\text{أ}\,\text{ب} + \text{ب}^{٢}$

$(\text{أ} + \text{ب})^{٣} = \text{أ}^{٣} + ٣\,\text{أ}^{٢}\,\text{ب} + ٣\,\text{أ}^{٢}\,\text{ب} + \text{ب}^{٣}$

$(\text{أ} + \text{ب})^{٤} = \text{أ}^{٤} + ٤\,\text{أ}^{٣}\,\text{ب} + ٦\,\text{أ}^{٢}\,\text{ب}^{٢} + ٤\,\text{أ}\,\text{ب}^{٣} + \text{ب}^{٤}$

وهكذا نفس نمط مثلث باسكال

• والآن لاحظ عدد أجدادك ... (افتراضيا) وفكر فى مفارقة أن يكون عدد الأجيال السابقة أكثر من عد الأجيال التالية لها!!



نافذة (١٠) الطيور تغرد أعدادًا

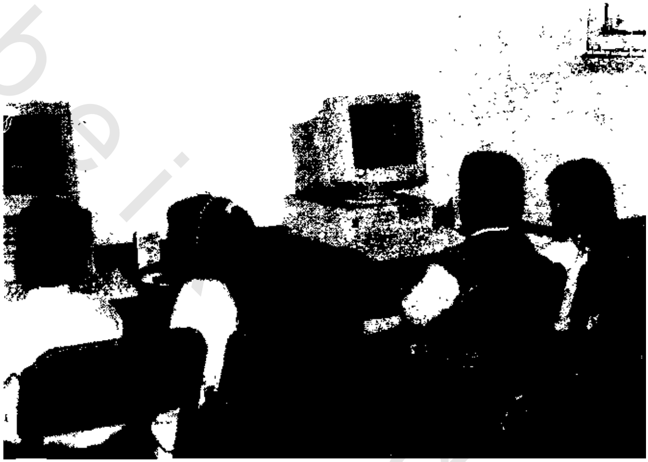
قديمًا قال الفيلسوف الإغريقى أرسطو إن الإنسان حيوان عاقل لأنه يستطيع أن يَعُد... حديثًا، أفاد العالِم الألمانى كِهلر (kohler) أنه قام بعدة تجارب أثبت فيها أن الطيور «تفهم» - أو قل تدرك «العدد». توصل إلى أن بعض أنواع الطيور تميز بين «مجموعات» صغيرة من الأعداد، وأنها تربط بين عدد من البقع أو العلامات على غطاء صندوق، وبين ما بداخل الصندوق من وحدات... أو أن بعض الحشرات تأكل حبات بعدد مساوٍ لعدد علامات قريبة يراها الطير.

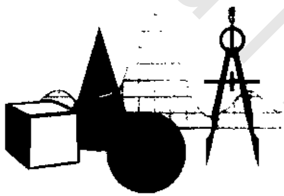
ببغاء صغيرة كانت تقوم بحركات، عددها مساوٍ لعدد من العلامات من ١ إلى ٥، وبعض «غربان الزرع» كانت تلتقط وحدات وتذهب، ثم تعود لاستكمال التقاط ما كان أمامها من وحدات (حتى ٧ وحدات)... بعضها كان يبدو قلقًا ومترددًا ولكنه يعود لاستكمال مهمته... الطيور - كما يقول الباحث - تدرك أعدادًا... إدراكًا داخليًّا بنفس الطريقة، التى يدرك بها الطفل أعدادا (صغيرة بالطبع)، قبل أن يكتسب القدرة على الكلام.. وبعد اكتساب اللغة يمكنه

أن يعِّد. ولكن الطيور لأنها لا تمتلك لغة ولا كلمات فهى «تدرك» عددًا، ولكنها لا تستطيع أن تعِّد. إدراك الطيور فِطرى، ولكن ليست لديها القدرة على التعلم... على الرغم من أنه عن طريق «الإشراط» يمكن أن تستجيب لبعض الأوامر.

تُرى ماذا تَرى أو «كم» ترى «اليمامة»، وهى تغرد صباحًا على الشجرة التى تطل على غرفتك!!

أو تلك التى على حافة شباك غرفتك!! ولعلها تقول «أنا أحب الرياضيات».





نعم

نحن نحب الرياضيات

مراجع

مراجع عربية

(١) إبراهيم يعقوب وعدنان عابد (١٩٩٠): «مقياس قلق الرياضيات للأطفال...»، دراسات الجامعة الأردنية، عمان، الأردن.

(٢) تونى بوزان (الترجمة العربية، ٢٠٠٦): «استخدام خرائط العقل»، مكتبة جرير، القاهرة.

(٣) جون ماكليش (الترجمة العربية، ١٩٩٠): «العدد من الحضارات القديمة حتى عصر الكومبيوتر»، عالم المعرفة، الكويت.

(٤) حسن هاشم وعلاء متولى (٢٠٠٠): «فاعلية نموذج الألعاب التعليمية التنافسية فى علاج صعوبات تعلم الرياضيات واختزال القلق الرياضى المصاحب لها...» كلية التربية، بنها، ج م ع.

(٥) فردريك بل (الترجمة العربية، ١٩٨٩): «طرق تدريس

الرياضيات - جزآن»، الدار العربية للنشر والتوزيع، القاهرة.

(٦) محمد أحمد صوالحة، مريم عسفا (٢٠٠٨): «فعالية استخدام إجراءات التعزيز فى خفض مستوى قلق الاختبار فى الرياضيات»، كلية التربية، جامعة اليرموك، الأردن.

(٧) مصطفى حاتم، بديع توفيق، أسامة زيد، إبراهيم معوض (٢٠٠٩): «أولمبياد الرياضيات المصرى»، المركز القومى للامتحانات والتقويم، القاهرة.

(٨) وليم عبيد وآخرون (١٩٩٤): «الكتاب المرجع فى الرياضيات لمرحلة التعليم الأساسى»، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، تونس.

(٩) وليم عبيد (٢٠٠٩): «قصة الرياضيات»، الدار الأكاديمية، القاهرة.

(١٠) وليم عبيد (٢٠١٠ ط٢): «تعليم وتعلم الرياضيات لجميع الأطفال» الدار الأكاديمية، القاهرة.

(١١) وليم عبيد (١٩٩٧): «إعاقة فى الصغر وعبقرية فى الكبر»، مجلة التقدم العلمى، مؤسسة التقدم العلمى، الكويت.

(١٢) وزارة التربيـة والتعليـم (٢٠٠٧-٢٠٠٠) : «كتـب مدرسية فى الرياضيات...»، وزارة التربية والتعليم، قطاع الكتب، القاهرة.

مراجع أجنبية

(1) Amnesty International (2004): "Human Rights In the Curriculum – Mathematics", Website: www.amnesty.org.uk.

(2) Day, M. (1994): "Effect of Cognitive Modificational Multimodal Treatments On Test Anexiety...". Dissertation Abstracts International – Doctoral Degrees, Wayne state University and University Of Michigan, Ann Arbor, U.S.A.

(3) Ebeid, William and Ghada Gholam (2004): "Gender Inclusive Scientific and Capacity Building For Enhancing Life skills", Unesco Office, Cairo and Unesco, Paris.

(4) Green, Dan (2010): "Mathematics, A Book Can Count on", Kingfisher, N.Y., U.S.A.

(5) Hashimoto, Yosh. And Becke., J. (N.D.): "The Open Approach To Teaching Matnematics – Creating A Culture Of Mathematics In The Classroom: Japan", S. Ilinois, Carbondale, Il. U.S.A.

(6) Mighton, John (2007): The Myth of Abitity – Nurturing Mathematical Ability In Every Child", House of Anansi, Press, Toronto, Canada.

(7) Richardson, F.C. and Suinn, R.M. (1972): "The Mathematics Anexiety Scale: Psychology

Data", Journal Of Counsling Psyehology, N.Y., U.S.A.

(8) Vergar, William (59, 62): "Mathematics In Everyday Things", The New American Library", N.Y. U.S.A.

(9) West, Thomas (1991): "In The Minds Eye", Prometheus Books, Buffalo, N.Y.. U.S.A.