الفصل الثامن

البرمجة الديناميكية

مقدمة :

يتلخص منطق البرمجة الديناميكية Dynamic Programming فى ان حل المشكلة لا يتم خلال خطوة واحدة وقرار واحد ، بل تحل على مجموعة من المراحل Phases وتؤثر كل خطوة وكل قرار على النتيجة العامة المطلوب التوصل اليها ، ومعنى ذلك ان الحل يأخذ صورة متتابعة بحيث يمكن فى كل مرحلة اتخاذ قرار .

ويرجع الفضل فى معالجة هذه المشاكل الى العالم الامريكى ريتشارد بلمان Richard Bellman عام ١٩٥٠ عندما قام بحل مشكلة يلعب فيها الزمن دورا فعالا .

ويلزم عند حل أى مشكلة من هذا النوع ان تحدد :

١ — عدد الخطوات او المراحل الموجودة (مثل سنوات الخطة مثلا) سواء أكان العدد محدودا او غير محدود .

٢ — عدد القرارات داخل كل مرحلة .

٣ — قانون الحركة من مرحلة الى اخرى وقد تكون الحركة عشوائية او غير عشوائية .

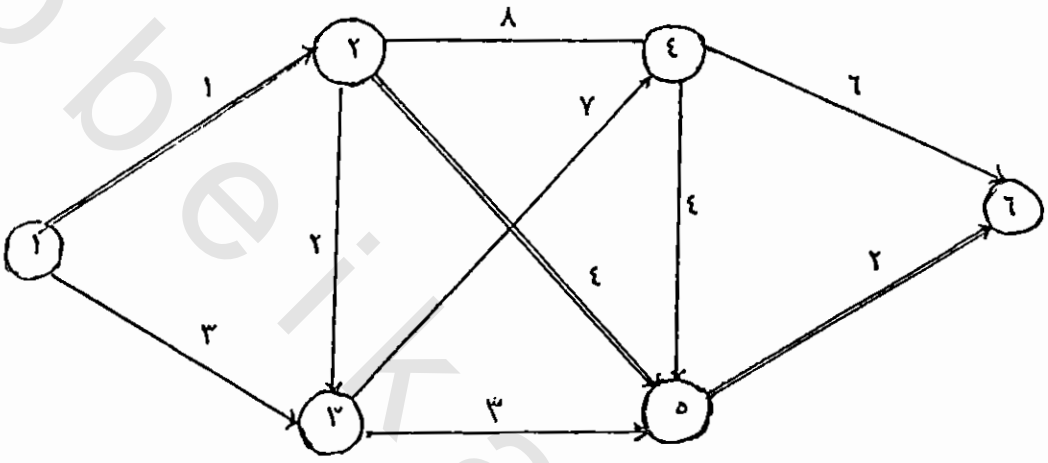
٤ — دالة الهدف وتمثل قيمة المنفعة الناتجة عن الوضع فى كل مرحلة ، واختيار القرار . كما يتضح من المثال الاتى :

تحديد اقصر طريق للانتقال بين مكانين :

تقابلنا فى الحياة العملية حالات ومستمرة فعندما ترد الى الميناء سفن تحمل بضاعة لتفريغها بالميناء ويراد نقلها الى المحافظات المختلفة داخل الدولة ، ونفرض انه معلوم لدينا المسافات بين الميناء والمحافظات تكون المشكلة هى ايجاد اقصر طريق Shortest route لسيارات النقل الداخلى لنقل البضائع من الميناء الى المحافظات المختلفة .

ونفرض ان احدى سيارات النقل الداخلى قامت بتحميل بضاعة من الميناء الذى نرمز اليه بالرقم (١) وتريد الوصول الى المحافظة رقم (٦) ولكى تصل الى

هذه المحافظة يستلزم الامر ان تمر السيارة بعدة محافظات. ويوضح الشكل التالى المسافة بين الميناء (١) والمحافظات ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ ويكون المطلوب هو تحديد اقصر طريق تسلكه السيارة من (١ — ٦).



ويمكن حل المشكلة مباشرة بتحديد المسارات الاتية :

المسار الاول ١/٢/٥/٦ = ٧

المسار الثانى ١/٣/٥/٦ = ٨

المسار الثالث ١/٢/٣/٥/٦ = ٨

المسار الرابع ١/٢/٣/٤/٥/٦ = ١٦

المسار الخامس ١/٢/٣/٤/٦ = ١٦

المسار السادس ١/٢/٤/٥/٦ = ١٥

المسار السابع ١/٢/٤/٦ = ١٥

المسار الثامن ١/٣/٤/٥/٦ = ١٦

المسار التاسع ١/٣/٤/٦ = ١٦

ويتضح من المسارات السابقة ان اقصر مسار هو المسار ١/٢/٥/٦ = ٧ .

وباستخدام البرمجة الديناميكية يمكن الوصول الى نفس النتيجة وهى ان اقصر مسار هو المسار الاول وتتحدد اقصر مسافة بين الميناء رقم (١) والمحافظة الاخيرة

رقم (٦) على عدة مراحل محدد في كل مرحلة اقصر مسافة بين المحافظة الاخيرة رقم (٦) والمحافظة رقم (٥) ثم بين المحافظة رقم (٦) والمحافظة رقم (٤) ثم المحافظة (٦) والمحافظة رقم (٣) والمحافظة رقم (٦) والمحافظة رقم (٢) ثم بين المحافظة الاخيرة رقم (٦) والميناء رقم (١) .

ولحساب المسافات نستخدم المعادلة العامة الاتية :

$$ف_{ى} = \text{اقل ما يمكن} (ت_{ى ج} + ف_{ج})$$

حيث :

$ت_{ى ج}$ — المسافة بين المحافظة (ى) والمحافظة (ج) .

$ف_{ى}$ — اقل مسافة للنقل بين المحافظة (ى) الى المحافظة (ج) .

ويكون حل المشكلة بالمراحل الاتية :

المرحلة الاولى :

تبدأ من المحافظة الاخيرة رقم (٦) وتكون $ف_{٦}$ = صفر

المرحلة الثانية : تحسب المسافة من المحافظة (٥) حتى المحافظة (٦) + مسافة المحافظة رقم (٦) .

أى $ف_{٥}$ = اقل ما يمكن $ت_{٥/٦} + ف_{٦}$ = أقل مايمكن (٢ + صفر) = ٢

المرحلة الثالثة : من المحافظة رقم (٤) يمكن الوصول الى المحافظة رقم (٦) بطريقين : الاول (٤ / ٥ / ٦) والطريق الثانى (٤ / ٦) وتكون اقل مسافة للنقل كالاتى :

$$ف_{٤} = \text{اقل مايمكن} \begin{Bmatrix} ت_{٤/٥} + ف_{٥} \\ \\ ت_{٤/٦} + ف_{٦} \end{Bmatrix} = \text{اقل مايمكن} \begin{Bmatrix} ٤ + ٢ \\ \\ ٦ + \text{صفر} \end{Bmatrix} = ٦$$

وهذا يعنى انه بأى الطريقين نصل الى نفس المسافة وهى ستة كيلومترات .

المرحلة الرابعة : من المحافظة رقم (٣) الى المحافظة رقم (٥) يمكن ان نصل بطريقين : اما ان نتجه من (٣) الى (٥) مباشرة او نتجه من (٣) الى (٤) ثم الى (٥) وتصبح النتيجة كالاتى :

$$ف_{٥} = \text{اقل مايمكن} \begin{Bmatrix} ت_{٤/٣} + ف_{٤} \\ ت_{٥/٣} + ف_{٤} \end{Bmatrix} = \text{اقل مايمكن} \begin{Bmatrix} ٧ + ٦ \\ ٣ + ٢ \end{Bmatrix} = ٥$$

ومعنى ذلك ان اقصر طريق ان نتجه مباشرة من المحافظة رقم (٣) الى المحافظة رقم (٥).

المرحلة الخامسة : للحصول على المسافة من المحافظة رقم (٦) حتى المحافظة رقم (٢) هناك ثلاثة طرق هى :

١ ـ اما ان نحسب المسافة من المحافظة (٢) الى المحافظة (٤) مضافا اليها المسافة السابق حسابها للمحافظة رقم (٤).

٢ ـ او نحسب المسافة من المحافظة رقم (٢) الى المحافظة (٥) مضافا اليها المسافة السابق حسابها للمحافظة (٥).

٣ ـ واما ان نحسب المسافة من المحافظة (٢) الى المحافظة (٣) مضافا اليها المسافة السابق حسابها للمحافظة رقم (٣).

ويتم الحساب بالطريقة الاتية :

$$ف_{٢} = \text{اقل ما يمكن} \begin{Bmatrix} ت_{٤/٢} + ف_{٤} \\ ت_{٥/٢} + ف_{٥} \\ ت_{٣/٢} + ف_{٣} \end{Bmatrix} = \text{اقل مايمكن} \begin{Bmatrix} ٨ + ٦ \\ ٤ + ٢ \\ ٢ + ٥ \end{Bmatrix} = ٦$$

ومعنى ذلك ان اقصر مسافة من المحافظة (٦) الى المحافظة (٢) هى ٦ = ٦/٥/٢ ومعنى ذلك ان اقصر مسافة من المحافظة رقم (٦) حتى المحافظة رقم (٢) هى المسافة للمحافظة (٦) الى المحافظة (٥) ثم الى المحافظة رقم (٢).

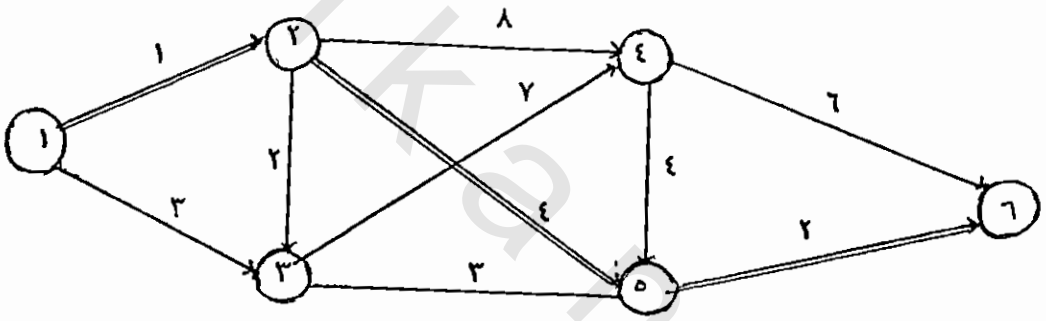
الخطوة الاخيرة : للوصول الى اقصر مسافة من المحافظة رقم (٦) الى الواقعة رقم (١) هناك طريقان :

ـ اما الاتجاه من المحافظة (١) الى (٢) مضافا اليها المسافة عند المحافظة رقم (٢).

ـ او الاتجاه من المحافظة رقم (١) الى المحافظة رقم (٣) مضافا اليها المسافة عند المحافظة رقم (٣) ويتم الحساب كالاتى :

$$ف_{١} = \text{اقل مايمكن} \begin{Bmatrix} ت_{١/٢} + ف_{٢} \\ ت_{١/٣} + ف_{٣} \end{Bmatrix} = \text{اقل مايمكن} \begin{Bmatrix} ١ + ٦ \\ ٣ + ٥ \end{Bmatrix} = ٧$$

ويعنى ذلك ان اقصر طريق من المحافظة رقم (٦) حتى المحافظة رقم (١) هو المسار ١/٢/٥/٦ ومجموع المسافة الكلية = ٢ + ٤ + ١ = ٧ كيلومتر . ويأخذ المسار الخطوط السميكة على الرسم الشبكى الاتى :



تطبيقات فى الموانى البحرية والترســـانات

باستخدام البرمجة الديناميكية يمكن حل مجموعة المشاكل الاتية :

أولا : الخطة الخمسية الاستثمارية لتطوير الموانى البحرية :

تتلخص المشكلة فى وجود عدد من الموانى البحرية لدولة معينة تخصص لهـــا مبلغا من الاستثمارات لتطويرها • ويتناول التطوير النقاط الاتية على سبيل المثال :

- تطوير معدات الشحن والتفريغ بهدف زيادة معدلات الشحن والتفريغ •
- تطهير الاعماق Dredging Depth بهدف السماح للسفن كبيرة الحجـــم بالدخول •
- زيادة سعة المخازن بهدف استيعاب اكبر كمية ممكنة من الشحنات •
- تحسين النقل الداخلى بالميناء بهدف نقل اكبر كمية ممكنة من الشحنات •
- تحسين الخدمات البحرية مثل القاطرات وشمعات الربط والاتصالات اللاسلكيـــة ••• الخ •
- زيادة اعماق الارصفة لتتناسب مع اعماق المياه الجـديدة •

لذلك نفرض ان :

ج — ترمز الى عـدد الموانى المطلوب تطويرها (ج = ١، ٢، ٠٠٠، م)

ى — عـدد سنوات الخطة التى سيتم فيها التطوير ، حيث

(ى = ١، ٢، ٠٠٠، ن)

ك — المبلغ الكلى للاستثمارات الذى سيتم به التطوير خلال كل فترة الخطة •

ك$_{ى}$ — المبلغ المحدد للاستثمار فى السنة (ى) والذى يحدد بالسنوات الامكانية الانتاجية والذى يمكن ان يصل فقط الى (ك$_{ى}$) وفى ظل ذلك فان :

ك$_{١}$ + ك$_{٢}$ + ك$_{٣}$ + ٠٠٠ + ك$_{ن}$ = ك

ويكون المطلوب هو توزيع هذه المبالغ السنوية من الاستثمارات على المـــوانى المختلفة بحيث نحصل عن كل الفترة الخطة على اكبر حجم ممكن من الانتاج •

وقبل صياغة المشكلة رياضيا يجب ان نأخذ فى الاعتبار الافتراضات الاتية :

١ ـ ان المبالغ المتساوية للاستثمارات تعطى احجاما مختلفة من الانتاج فى الموانى المختلفة ٠

٢ ـ ان حجم الانتاج الذى تحصل عليه نتيجة الاستثمارات فى تطوير الموانى المختلفة يمكن التعبير عنه بالطن مثلا ٠

٣ ـ ان حجم الانتاج الذى نحصل عليه من اى ميناء نتيجة الاستثمار فى تطويره لا يعتمد على ان مبلغ الاستثمار مخصص للموانى الاخرى ، ولكن يعتمد حجم الاستثمارات المخصصة لهذا الميناء ٠

٤ ـ ان حجم الانتاج الكلى يمكن تحديده كمجموع حجم انتاج الموانى المختلفة المزمع تطويرها ٠

ولذلك نضيف الى الرموز السابقة الرموز الاتية :

$س_{ى}^{(ج)}$ ـ الاستثمارات فى السنة (ى) والمخصصة لتطوير الميناء (ج) او سياسة التوزيع للاستثمارات ٠

$س_{ى}$ ـ المبلغ العام للاستثمار المخصص لكل الموانى فى بداية السنة (ى) ٠

حيث (ج = ١ ، ٢ ، ٠٠٠ م) (ى = ١ ، ٢ ، ٠٠٠ ، ن)

$و_{ى}$ = $س_{ى}$ ـ سياسة التوزيع للاستثمارات الكلية فى بداية السنة (ى) والتى تخص فقط السنة (ى) ولا تخص الخطة كلها ٠

ومعنى ذلك أن :

$$و_{ى} = س_{ى}^{(١)} = س_{ى}^{(١)} ، ٠٠٠ ، س_{ى}^{(م)} \qquad (١)$$

ومعنى المعادلة رقم (١) ان سياسة توزيع الاستثمارات فى بداية السنة (ى) تساوى مجموع الاستثمارات الموزعة فى بداية نفس السنة (ى) والتى تساوى بدورها مجموع مبالغ الاستثمارات الموزعة على الموانى ٠ فمثلا الاستثمارات الموزعة فى بداية السنة (ى) على الميناء الاول هى $س_{ى}^{(١)}$ وعلى الميناء الثانى $س_{ى}^{(٢)}$ والثالث $س_{ى}^{(٣)}$ والميناء (م) $س_{ى}^{(م)}$ ٠

ومعنى ذلك ايضا ان المبلغ العام للاستثمار ($ك_{ى}$) والمخصص لكل السنة (ى) يجب ان يتم التوزيع فى حدوده ٠

ونتيجة التخصيص للموانى (ج) فى السنة (ى) استثمارات $س_{ى}^{(ج)}$ تحصل على حجم انتاج يعادل $ف_{ى}^{(ج)}$ ، $س_{٢}^{(ج)}$ ومن ثم فعند استخدام سياسة التوزيع ($و_{ى}$) نراعى الافتراض رقم (٤) ومن ثم نحصل من كل الموانى فى السنة (ى) على مجموع انتاج يعادل :

$$ف_{ى}(س_{ى}) = ف_{ى}^{(١)}(س_{ى}^{(١)}) + ف_{ى}^{(٢)}(س_{ى}^{(٢)}) + \cdots\cdots + ف_{ى}^{(م)}(س_{ى}^{(م)})$$

وتكون سياسات توزيع الاستثمار على تطوير الموانى الخاضعة بكل فترة الخطة عبارة عن مجموع سياسات التوزيع (وهى القرارات الخاصة بتخصيص وتوزيع الاستثمارات على تطوير الموانى المستخدمة فى كل سنة ($و_{ى}$) حيث (ى = ١، ٢، ... ، ن) عبارة عن :

$$و = (و_{١}، و_{٢}، \cdots، و_{ن}) = (س_{١}^{(١)}، س_{٢}^{(٢)}، \cdots، س_{ن}^{(م)}، س_{٢}^{(١)}، \ldots$$

$$س_{٢}^{(٢)}، \cdots، س_{٢}^{(م)}، \cdots س_{ن}^{(١)}، \cdots س_{ن}^{(م)}$$

وبذلك تتلخص المشكلة فى اختيار مجموع سياسات توزيع الاستثمار ($و_{ى}$) والتى بمقتضاها يصبح حجم الانتاج لكل الموانى التى طورت عن فترة الخطة (ن) اكبر ما يمكن ، اى ان تكون :

$$ف = ف(و_{١}، \cdots، و_{ن}) = \text{اكبر ما يمكن}$$

وبهذه الطريقة يمكن صياغة المشكلة بالطريقة الاتية :

المطلوب تحديد خطة توزيع الاستثمارات الاتية :

$$و = (و_{ى}) = (س_{١}^{(١)}، س_{١}^{(٢)}، \cdots، س_{١}^{(م)}، س_{٢}^{(١)}، س_{٢}^{(٢)}، \cdots$$

$$س_{٢}^{(٣)}، س_{ن}^{(١)}، س_{ن}^{(٢)}، \cdots س_{ن}^{(م)}$$

والتى تحقق القيود الاتية :

القيد الاولى : ان مبلغ الاستثمار (س) المخصص لجميع الموانى (ج) فى بداية السنة (ى) لايجب ان يتعدى المبلغ الكلى للاستثمار (ك) مطروحا منه مجموع مبالغ الاستثمارات لفترة بقية سنوات الخطة (ن) ولجميع الموانى كما لايجب ان تتجاوز الاستثمارات الموزعة على كل الموانى فى السنة (ى) المبلغ الكلى للاستثمار لهذه السنة (ك ى) اى ان :

$$\text{مجـ}_{ج=1}^{م} \; س_{ى}^{(ج)} \leq ك \; \text{مجـ}_{ج=1}^{م} \; \text{مجـ}_{ى=1}^{ن} \; س_{ن}^{(ج)} \leq ك_{ى}$$

القيد الثانى : ان مجموع الاستثمارات لكل السنوات ولكل الموانى لابد ان تساوى المبلغ الكلى للاستثمار اى ان

$$\text{مجـ}_{ج=1}^{م} \; \text{مجـ}_{ى=1}^{ن} \; س_{ى}^{(ج)} = ك$$

القيد الثالث : يشترط ان تكون قيم س ى لاسالبة اى ان :

$$و_{ى} = س_{ى} = س_{ى}^{(1)}، س_{ى}^{(2)}، \ldots س_{ى}^{(م)} \geq \text{صفر}$$

وحيث (ى = ١، ٢، ... ، ن) (ج = ١، ٢، ... ، م)

وبحيث يمكن لهذه القيود تعظيم دالة الهدف الاتية :

$$ف (و_1، و_2، \ldots و_ن) = ف (س_1، س_2، \ldots س_3) =$$

$$ف = (س_1^{(1)}، س_1^{(2)}، \ldots س_1^{(م)}، س_2^{(1)}، س_2^{(2)}، \ldots س_2^{(م)}، س_ن^{(1)}، س_ن^{(2)}، \ldots س_ن^{(م)}) =$$

$$ف_1 (س_1^{(1)}، س_1^{(2)}، \ldots س_1^{(م)}) + ف_2 (س_2^{(1)}، س_2^{(2)} \ldots س_2^{(م)}) + \ldots + ف_ن (س_ن^{(1)} \ldots س_ن^{(م)}) =$$

$$\text{مجـ}_{ج=1}^{م} \; \text{مجـ}_{ى=1}^{ن} \; ف_{ى}^{(ج)} \; (س_{ى}^{(ج)})$$

وبذلك تصبح المشكلة بالصورة الرياضية الاتية :

والمطلوب تعظيم دالة الهدف الاتية :

$$\text{مجـــ}_{ج=1}^{م} \ \text{مجـــ}_{ى=1}^{ن} \ \text{ف}_{ى}(ج) \ (\text{س}_{ى}(ج))$$

بشرط تحقيق القيود الاتية :

$$\text{مجـــ}_{ج=1}^{م} \ \text{س}_{ى}(ج) \leqslant \text{ك}_{ى} - \text{مجـــ}_{ج=1}^{م} \ \text{مجـــ}_{ى=1}^{ى-1} \ \text{س}(ى) \qquad (١)$$

$$\text{مجـــ}_{ج=1}^{م} \ \text{مجـــ}_{ى=1}^{ن} \ \text{س}_{ى}(ج) = \text{ك} \qquad (٢)$$

$$\text{س}_{ى}(١) \ ، \ \text{س}_{ى}(٢) \ ، \ \text{س}_{ى}(م) \geqslant \text{صفر} \qquad (١)$$

حيث (ى = ١ ، ٢ ، ٠٠٠ ن) (ج = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٠٠٠ م)

ثانيا : الخطة الخمسية الاستثمارية المثلى لتجديد معدات الشحن والتفريغ بالميناء :

تصلح هذه الخطة لتجديد السفن المتجانسة او بعض الآلات والمعـــدات بالترسانة .

وقد يحدث احيانا فى قطاع النقل البحرى ان تكون كفاءة التشغيل لمعـــدات الشحن والتفريغ منخفضة نتيجة تقادمها وكثرة فترات التعطلات بها مما يؤثر علـــى تكلفة التشغيل والانتاجية لها . ويبدو من ظاهر الامر ضرورة شراء معدات شحـــن جديدة حتى يمكن زيادة الانتاج ، الا ان الواقع العملى قد يحتم احيانا بعـــدم توافر الاموال اللازمة لشراء معدات شحن وتفريغ جديدة وحتى اذا ما توفرت هـــذه الاموال لشراء معدات جديدة فان المنطق يقتضى قبل شراء تلك المعدات ان تكـــون المعدات الحالية مستغلة اقصى استغلال .

ومعنى ذلك ان احدى البدائل لشراء معدات جديدة هو تجديد المعدات العاملة بحيث يمكن زيادة الانتاجية لها ومن ثم الحصول على ارباح اضافية تبرر تجديدها .

لذا كان الغرض من هذا النموذج اعداد خطة خمسية لتجديد المعدات الخاصة بالشحن والتفريغ على اساس الافتراضين الآتيين :

١ — ان مجموعة معدات الشحن والتفريغ المطلوب تجديدها متجانسة بمعنى ان كلا من التكلفة الخاصة بالتجديد والريع السنوى الاضافة نتيجة لهذا التجديد لا يختلف من معدة الى اخرى الا فى حدود بسيطة .

٢ — نعلم ان تكلفة التجديد تزداد بنسبة معينة من سنة الى اخرى فى الوقت الذى يتناقص فيه الريع الاضافى بنسبة معينة وسنفرض ان كلا من هاتين النسبتين صغيرة خلال فترة الخطة بحيث يمكن اهمالها ، اى سنفرض ان كلا من تكلفة التجديد والريع الاضافى للمعدات ثابت خلال هذه الفترة وذلك لتبسيط النموذج .

وقد استخدم اسلوب البرمجة الديناميكية لتصميم الخطة الخمسية المثلى للتجديد حيث يتم الحل على عدة مراحل (سنوات) وفى كل مرحلة يشترط ان نحصل على الحل الامثل كما ان الحل يبدأ من السنة الاخيرة لفترة الخطة ثم يتجه عكسيا حتى يصل الى السنة الاولى لهذه الفترة .

عرض المشكلة : تتلخص المشكلة فى رغبة ادارة الميناء فى اعداد خطة خمسية لتجديد معدات الشحن والتفريغ بها ، لذا تقوم بتخصيص مبلغ من الاستثمار للتجديد فى السنة الاولى فاذا علم المبلغ اللازم لتجديد المعدة الواحدة يمكن تحديد عدد المعدات التى يمكن تجديدها فى السنة الاولى واذا علم مقدار الريع الاضافى الذى يتحقق من تجديد المعدة الواحدة يمكن حساب اجمالى الارباح الاضافية فى نهاية السنة الاولى الذى يتحقق من المعدات التى تم تجديدها .

ثم تقوم الادارة بتخصيص نسبة معينة من اجمالى الارباح الاضافية التى تم تحقيقها فى نهاية السنة الاولى وذلك لتجديد بعض المعدات القديمة فى السنة الثانية ومنه يمكن حساب عدد المعدات التى يمكن تجديدها فى هذه السنة والجزء الباقى من الارباح الاضافية يعتبر الريع الاضافى المتبقى فى نهاية السنة الأولى وباضافة عدد المعدات التى يمكن تجديدها فى السنة الثانية الى عدد المعدات التى امكن تجديدها فى السنة الاولى نحصل على عدد المعدات التى يمكن تجديدها فى نهاية السنة الثانية اى بعد سنتين وبضرب الناتج فى الريع الاضافى

لتجديد المعدة الواحدة نحصل على اجمالى الارباح الاضافية فى نهاية السنة الثانية ثم تخصص نسبة معينة من هذا الاجمالى لتجديد بعض المعدات القديمة فى السنة الثالثة وهكذا ٠

وفى السنة الاخيرة من الخطة نحسب كلا من عدد المعدات التى تتم تجديدها فى نهاية السنة الاخيرة واجمالى الارباح الاضافية ويعتبر هذا الاجمالى الربح الاضافى المتبقى ٠

ويصبح الهدف من تجديد معدات الشحن والتفريغ هو الوصول الى اكبر ربح اضافى ممكن خلال سنوات الخطة ، ومعنى آخر فان مجموع الارباح المتبقية فى نهاية كل سنة من سنوات الخطة يجب ان يكون اكبر ما يمكن ٠

لذلك نفرض ان :

ص — تمثل المبلغ الكلى المخصص للتجديد فى السنة الاولى ٠

وأن تجديد المعدة الواحدة يتكلف ١٥٠٠ جنيه كما يسمح تجديد المعدة الواحدة بالحصول على ربح اضافى قدره ٦٠٠ جنيه سنويا ٠

وفى بداية السنة الثانية نأخذ جزء من الارباح الاضافية لتجديد جزء من المعدات القديمة ويتم الحل على اساس خطة التجديد فى خمس سنوات كالاتى :

السنة الاولى :

عدد المعدات التى يتم تجديدها $م_1 = \frac{ص}{1500}$

جملة الارباح الاضافية نتيجة التجديد $600\ م_1$

ويؤخذ جزء من هذه الارباح $س_1$ قيمة صفر $\leq س_1 \leq 1$ ويستخدم التجديد فى بداية السنة الثانية ومن ثم يبقى مبلغ $1 - س_1$ نعطيه رمز $و_1$ ويبقى غير مستخدم حتى بداية السنة الثانية ، ومعنى ذلك ان :

$$و_1 = 600\ م_1 (1 - س_1)$$

صفر $\leq س_1 \leq 1$

السنة الثانية :

يتم التجديد باستخدام جزء من الارباح الاضافية السنة الاولى ومعنى ذلك

اننا نستخدم (صفر ≤ س١ ≤ ١) ويكون هذا الجزء مبلغ ٦٠٠ ن١ س١ ومعنى ذلك ان المعدات التى يمكن تجديدها فى السنة الثانية هى :

$$\frac{٦٠٠\ ن_١\ س_١}{١٥٠٠} = ٠٫٤\ ن_١\ س_١ \qquad (٢)$$

كما يصبح عدد المعدات التى جددت حتى نهاية السنة الثانية يعادل :

$$ن_٢ = ن_١ + ٠٫٤\ ن_١\ س_١ = ن_١ (١ + ٠٫٤\ س_١) \qquad (٢)'$$

فاذا استخدمنا جزء من ارباح السنة الثانية س٢ (صفر ≤ س٢ ≤ ١) للتجديد فى السنة الثالثة فمعنى ذلك ان و٢ = ٦٠٠ ن٢ (١ — س٢)

$$صفر \leq س_٢ \leq ١ \qquad (٢)''$$

ومن المنطقى انه بالنسبة للسنوات الثالثة والرابعة تكون النتيجة كالاتى :

السنة الثالثة :

$$ن_٣ = ن_٢ (١ + ٠٫٤\ س_٢) \qquad (٣)$$

$$و_٣ = ٦٠٠\ ن_٣ (١ — س_٣) \qquad (٣)'$$

$$صفر \leq س_٣ \leq ١$$

السنة الرابعة :

$$ن_٤ = ن_٣ (١ + ٠٫٤\ س_٣) \qquad (٤)$$

$$و_٣ = ٦٠٠\ ن_٤ (١ — س_٤) \qquad (٤)'$$

$$صفر \leq س_٤ \leq صفر$$

وبالنسبة للسنة الخامسة تكون عدد المعدات المجددة وهى :

$$ن_٥ = ن_٤ (١ + ٠٫٤\ س_٤) \qquad (٥)$$

ولن تخصص اى مبالغ من الارباح الاضافية للتجديد بعد ذلك ومعنى ذلك ان

$$و_٥ = ٦٠٠\ ن_٥ \qquad (٥)'$$

ويكون مجموع الارباح الاضافية المتبقية فى السنوات الخمس كالاتى :

$$ف_٥ = و_١ + و_٢ + و_٣ + و_٤ + و_٥ \quad (٦)$$

وواضح ان الارباح المتبقية فى نهاية كل سنة تعتمد على قيم المتغيرات الاربعة $س_١ ، س_٢ ، س_٣ ، س_٤$ وتكون المشكلة اختيار قيم هذه المجاهيل بحيث يكون مجموع الارباح الكلية من تجديد المعدات القديمة اكبر ما يمكن ، وبمعنى اخر يكون المطلوب الحصول على قرار الحل الذى نبحث فيه عن اعظم دالة لعدة متغيرات هى :

$$ف = \text{اقصى ما يمكن } (س_١ ، س_٢ ، س_٣ ، س_٤) \quad (٧)$$

$$\text{صفر} \leq س \leq ١$$

ولحل هذه المشكلة نستخدم مبدأ المراحل المتتالية لقيم المتغيرات ولذلك نفرض ان :

$ف_١$ — الارباح الاضافية نتيجة التجديدات فى السنة الاولى .

$ف_٢$ — الارباح الاضافية نتيجة التجديدات فى السنة الثانية .

$ف_٣$ — الارباح الاضافية نتيجة التجديدات فى السنة الثالثة .

$ف_٤$ — الارباح الاضافية نتيجة التجديدات فى السنة الرابعة .

$ف_٥$ — الارباح الاضافية نتيجة التجديدات فى السنة الخامسة .

لذلك نبدأ الحل من السنة الخامسة ثم نتحرك فى الاتجاه العكسى حتى السنة الاولى ، وواضح من المعادلة رقم (٥) ان مجموع الارباح الاضافية من التجديد عن السنة الرابعة وهى $و_٥ = ٢٥٠٠ س_٥$ فاذا اخذنا مجموع الارباح الاضافية عن السنوات الاربع الماضية $ف_٤$ فان مجموع الارباح عن فترة السنوات الخمس يمكن التعبير عنها بالمعادلة الاتية :

$$ف_٥ = ف_٤ + ٦٠٠ س_٥ \quad (٨)$$

وبالحصول على قيمة $س_٥$ من المعادلة رقم (٥) نحصل على المعادلة الاتية :

$$ف_٥ = ف_٤ + ٦٠٠ (١ + ٤ر٠ س_٤) \quad (٨)$$

وبالنسبة لمجموع الارباح عن السنة الرابعة $ف_٤$ فهى تتجمع من ارباح السنوات الثلاثة السابقة + أرباح السنة الرابعة ونحصل على

$$ف_٤ = ف_٣ + و_٤ \quad (٩)$$

فاذا كانت قيمة ($و_٤$) معروفة من المعادلة رقم (٤) فاننا نحصل على :

$$ف_{٤} = ف_{٣} + ٦٠٠ \, س_{٤} \, (١ - س_{٤}) \qquad (٩)$$

وبمعرفة قيمة (ف٤) من المعادلة رقم (٨) نحصل على

$$ف_{٥} = ف_{٣} + ٦٠٠ \, س_{٤} \, (١ - س_{٤}) + ٦٠٠ \, س_{٤} \, (١ + ٤ر٠ \, س_{٤})$$

$$= ف_{٣} + ١٢٠٠ \, س_{٤} - ٣٦٠ \, س_{٤} \, س_{٤} \qquad (١٠)$$

وفى هذه المرحلة يمكن تحديد قيمة (س٤) وهى عبارة عن جزء من ارباح السنة الرابعة الذى يمكن استخدامه للتجديد فى السنة الخامسة وواضح من المعادلة (١٠) انه كلما كانت قيمة (س٤) صغيرة تكون دالة الهدف (ف٥) اكبر ما يمكن وبالتالى فان احسن حل لهذه المرحلة يمكن الحصول عليه عندما تكون قيمة (س٤) اقل ما يمكن اى تساوى صفر بمعنى ان :

$$س_{٤} = صفر \qquad (١١)$$

وفى هذه الحالة فان المجموع الكلى للارباح سيكون :

$$ف_{٥} - و_{٣} + ١٢٠٠ \, س_{٤} \qquad (١٢)$$

ومعنى ذلك اننا لن نخصص اى جزء من ارباح السنة الرابعة فى التجديد للسنة الخامسة .

وبالنسبة للسنة الثالثة يمكن تحديد ارباح السنة الثالثة من ارباح السنتين الاولى والثانية + ارباح السنة الثالثة اى :

$$ف_{٣} = ف_{٢} + و_{٣} \qquad (١٣)$$

ومن المعادلة رقم (٣) معروف قيمة (و٣) ومعنى ذلك ان :

$$ف_{٣} = ف_{٢} + ٦٠٠ \, س_{٣} \, (١ - س_{٣}) \qquad (١٣)$$

فاذا اخذنا قيمة (ف٣) من المعادلة رقم (١٢) نحصل على المعادلة الاتية :

$$ف_{٥} = ف_{٢} + ٦٠٠ \, س_{٣} \, (١ - س_{٣}) + ١٢٠٠ \, ف_{٤} \qquad (١٤)$$

وبالتعويض عن (س٤) من المعادلة (٤) نحصل على :

$$ف_{٥} = ف_{٢} + ٦٠٠ \, س_{٣} \, (١ - س_{٣}) + ١٢٠٠ \, س_{٣} \, (١ - ٤ر٠ \, س_{٣})$$

$$= ف_{٢} + ١٨٠٠ \, س_{٣} - ١٢٠ \, س_{٣} \, س_{٣} \qquad (١٥)$$

وفى هذه الحالة يمكن تحديد قيمة (س٣) وتكون دالة الهدف اكبر ما يمكن كلما كانت قيمة (س٣) اقل ما يمكن اى عندما تكون :

س٣ = صفر (١٦)

وعندئذ تصبح المعادلة (١٦) على النحو التالى :

ف٥ = ف٢ + ١٨٠٠ م٣ (١٧)

وبالنسبة للسنة الثانية تكون الارباح هى :

ف٢ = ف١ + و٢ (١٨)

وبالتعويض عن قيمة (و٢) من المعادلة رقم (٥) نحصل على :

ف٢ = ف١ + ٦٠٠ م٢ (١ — س٢) (١٩)

وبالتعويض من المعادلة رقم (١٧) لقيمة (ف٢) من المعادلة (١٩) وقيمة (م٣) من المعادلة (٢) نحصل على :

ف٥ = ف١ + ٦٠٠ م٢ (١ — س٢) + ١٨٠٠ م٢ (١ + ٤ر٠ س٢)

= ف١ + ٢٤٠٠ م٢ + ١٢٠ م٢ س٢ (٢٠)

وفى هذه المرحلة نبحث عن قيمة (س٢) فكما هو واضح من المعادلة (٢٠) تزيد دالة الهدف كلما زادت قيمة (س٢) ومعنى ذلك ان :

س٢ = ١ (٢١)

وعلى ذلك تصبح المعادلة رقم (٢٠) على النحو التالى :

ف٥ = ف١ + ٢٤٠٠ م٢ + ١٢٠ م٢

= ف١ + ٢٥٢٠ م٢ (٢٢)

اما السنة الاولى :

فتكون آخر مرحلة نحصل فيها على قيمة (ف١) من المعادلة (١) وواضح من هذه المعادلة ان الارباح التى نستلمها الى نهاية السنة الاولى (او بداية السنة الثانية) هى :

ف١ = ٦٠٠ م١ (١ — س١) (٢٣)

وبالتعويض فى المعادلة (٢٢) عن قيمة (ف١) من المعادلات (٢٣) ، (م٢) من المعادلة (٢) نحصل على :

$$ف_{٥} = ٦٠٠ م_{١} (١ - س_{١}) + ٢٥١٠ م_{١} (١ + ٤ر٠ س_{١}) ؛$$

$$= ٣١٢٠ م_{١} + ٤٠٨ م_{١} س_{١} \qquad (٢٤)$$

وتزيد دالة الهدف فى المعادلة (٢٤) كلما زادت قيمة ($س_{١}$) ومعنى ذلك ان :

$$س_{١} = ١ \qquad (٢٥)$$

وعلى ذلك يصبح مجموع الارباح :

$$ف_{٥} = ٣١٢٠ م_{١} + ٤٠٨ م_{١} = ٣٥٢٨ م_{١} \qquad (٢٦)$$

ومعنى ذلك ان قيم س تصبح على الوجه التالى :

$$س_{١} = ١ ، س_{٢} = ١ ، س_{٣} = صفر ، س_{٤} = صفر \qquad (٢٧)$$

وتصبح قيمة دالة الهدف :

$$ف = اقصى ما يمكن ف_{٥} (س_{١} ، س_{٢} ، س_{٣} ، س_{٤}) = ٣٥٢٨ م_{١} \qquad (٢٨)$$

فاذا وضعنا بدلا من ($م_{١}$) قيمتها من المعادلة (١) نحصل على النتيجة النهائية :

$$ف = \frac{٣٥٢٨ ص}{١٥٠٠} = ٢ر٣٥٢ ص \qquad (٢٩)$$

وبفرض ان قيمة ص = ١٥٠٠ فان النتيجة النهائية هى :

$$ف = ١ر٣٥٢ \times ١٥٠٠ = ١٠٥٨٤$$

وبذلك فان حل هذه المشكلة يعطى لنا التفسير الاتى :

ان خطة تجديد معدات الشحن والتفريغ تكون مثلى فى الحالات الاتية :

١ - فى بداية السنة الاولى للتجديد يتحقق التجديد من استثمار مبلغ ٤٥٠٠ جنيه لتجديد بعض المعدات القديمة .

٢ - فى بداية السنة الثانية لتجديد المعدات نستخدم كل الارباح الاضافية التى حصلنا عليها من السنة الاولى .

٣ - فى بداية السنة الثالثة لتجديد المعدات نستخدم كل الارباح الاضافية التى حصلنا عليها فى نهاية السنة الثانية .

٤ - فى السنوات الرابعة والخامسة لانستخدم اى ارباح اضافية للتجديد .

البديل الثانى للحل :

يمكن تحديد الارباح التى نحصل عليها من التجديد اذا استخدمنا الارباح من السنة الاولى والثانية والثالثة والرابعة بمعنى ان قيم س = ١ اى ان :

س ى = ١ (ى = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)

وبذلك نحصل على الحل الاتى :

السنة الرابعة :

ف ٥ = ف ٣ + ١٢٠٠ ن ٤ — ٣٦٠ ن ٤ — ف ٣ + ٨٤٠ ن ٤

السنة الثالثة :

ف ٥ = ف ٢ + ١٤٤٠ ن ٣ — ٢٦٤ ن ٣ = ف ٢ + ١١٧٦ ن ٣

السنة الثانية :

ف ٥ = ف ١ + ١٧٧٦ ن ٢ — ٦ر١٢٩ ن ٢ = ف ١ + ٤ر١٦٤٦ ن ٢

السنة الاولى :

ف ٥ = ٤ر٢٢٦٤ ن ١ + ٥٦ر٥٨ ن ١ = ٩٦ر٢٣٠٤ ن ١

ومعنى ذلك ان :

$$ف_{٥} = \frac{٢٣٠٤ر٩٦}{١٥٠٠} = ١ر٥٣٦٦٤ \text{ ص}$$

اى ان قيمة (ف ٥) فى البديل الثانى تقل عن قيمة (ف ٥) فى البديل الاول بالمقدار

(٢ر٣٥٢ — ١ر٥٣٦٦٤) = ٠ر٧١٥٣٦

البديل الثالث :

اذا فرضنا ان جميع قيم س = صفر اى ان :

س ٥ = صفر (ى = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)

عن السنوات الرابعة والثالثة والثانية والاولى نحصل على النتائج الاتية :

السنة الرابعة : ف ٥ = ف ٣ + ١٢٠٠ ن ٤

السنة الثالثة : ف ٥ = ف ٢ + ١٨٠٠ ن ٣

السنة الثانية : $ف_{٥} = ف_{١} + ٢٤٠٠ \, ن_{٢}$

السنة الاولى : $ف_{٣} = ٣٠٠٠ \, ن_{١}$

وتكون $ف = \frac{٣٠٠٠ \, ص}{١٥٠٠} = ٢ \, ص$

وهى اقل من البديل الاول بالمقدار (٢٫٣٥٢ — ٢) = ٠٫٣٥٢

البديل الرابع : اذا فرضنا ان $س_{١} = ١$ ، $س_{٢}$ = صفر ، $س_{٣}$ = صفر ، $س_{٤} = ١$

نحصل على الجدول الاتى :

السنة الرابعة : $ف_{٥} = ف_{٣} + ١٢٠٠ \, ن_{٤} - ٣٦٠ \, ن_{٤} \, س_{٤}$

$= ف_{٣} + ٨٤٠ \, ن_{٤}$

السنة الثالثة : $ف_{٥} = ف_{٢} + ١٤٤٠ \, ن_{٣} - ٢٦٠ \, ن_{٣} \, س_{٣}$

$= ف_{٢} + ١٤٤٠ \, ن_{٣}$

السنة الثانية : $ف_{٥} = ف_{١} + ٢٠٤٠ \, ن_{٢} - ٢٤ \, ن_{٢} \, س_{١}$

$= ف_{١} + ٢٠٤٠ \, ن_{٢}$

السنة الاولى : $ف_{٥} = ٢٦ \, ن_{١} + ٢١٦ \, ن_{١} \, س_{١} = ٢٨٥٦ \, ن_{١}$

وتكون قيمة $ف = ٢٨٥٦ \, ن_{١} = \frac{٢٨٥٦ \, ص}{١٥٠٠} = ١٫٩٠٤ \, ص$

وهى اقل من البديل بالمقدار (٢٫٣٥٢ — ١٫٩٠٤) = ٠٫٤٤٨

ومعنى ذلك ان اكبر ربح نحصل عليه من البديل الاول عندما تكون قيم :

$س_{١} = ١$ ، $س_{٢}$ = صفر ، $س_{٣}$ = صفر ، $س_{٤} = ١$

ثالثا : الخطة السنوية المثلى لتوزيع الاستثمارات على الترسانات :

تعتبر مشكلة الكفاءة الاقتصادية للاستثمارات من اهم المشاكل التى تواجه قطاع النقل البحرى ومن ثم فان ترشيد توزيعها على الانشطة المختلفة يمكن الوصول اليه باستخدام حسابات اقتصادية دقيقة بحيث تستطيع تحديد طرق الوصول الى تحقيق اكبر عائد او انتاج نتيجة التوزيع السليم للاستثمارات ، وبمعنى آخر الوصول الى اعلى كفاءة لتوزيع الاستثمارات .

وكثيرا ما يحتاج الامر مثلا الى تطوير الترسانات عن طريق تخصيص مبلغ من الاستثمارات لانفاقه على التطوير المطلوب للوصول الى اكبر عائد ممكن من هذا الانفاق ويتمثل التطوير المطلوب للترسانات فيما يلى :

١ — تطوير يتناول رفع كفاءة مكاتب التصميم عن طريق تزويد تلك المكاتب بالأدوات الهندسية اللازمة لها ورفع كفاء مهندسى التصميم والرسامين عن طريق دورات تدريبية تتم فى الداخل او فى الخارج .

٢ — تطوير يتناول رفع كفاءة الورش عن طريق رفع كفاءة العاملين بها والصيانة والاصلاحات الدورية واحلال آلات حديثة محل آلات قديمة اذا لزم الامر والمحافظة على تدفق الخامات اللازمة للورش وامداد تلك الورش بما تحتاجه من موارد وخامات

٣ — تطوير خاص برفع كفاءة القرقات ويختص هذا النوع من التطوير بالاستغلال الامثل لهذه القرقات وصيانتها واصلاحها ورفع كفاءة العاملين بها وتطوير القرقات الحالية او بناء قرقات جديدة .

٤ — تطوير خاص بمعدات المناولة والنقل الداخلى بالترسانات عن طريق عمليات تجديد فى المعدات الحالية والصيانة والاصلاحات الدورية اللازمة .

٥ — تطوير خاص بالمخازن عن طريق رفع كفاءتها من حيث اتباع الاسلوب الحديث لعمليات التخزين او زيادة مساحتها او رفع كفاءة العاملين بها عن طريق التدريب ... الخ .

وتتلخص المشكلة فى وجود مبلغ من الاستثمار يراد توزيعه على عدد من الترسانات لتطويرها بحيث نصل الى اكبر عائد كلى ممكن نتيجة هذا التطوير .

٢ — الصياغة الرياضية للمشكلة :

نفرض ان :

ج — ترمز الى الترسانات حيث (ج = ١ ، ٢ ، ... ، ن)

ف (س) — الربح للترسانة (ج) نتيجة توزيع مبلغ (س) من الاستثمارات
ج ج
على الترسانة (ج) .

ك — المبلغ الكلى للاستثمار المراد توزيعه .

$ك_{ن}$ — الربح الكلى نتيجة توزيع الاستثمارات على (ن) من الترسانات .

ويكون المطلوب ايجاد قيم $س_{1}$ ، $س_{2}$ ، ... ، $س_{ن}$ والتى تجعل دالة الهدف الاتية اكبر ما يمكن .

$$ف_{ن}(ك) = \text{مجـ}_{ج=1}^{ن} \; ف_{ج}(س_{ج})$$

وبشرط تحقيق القيود الاتية :

$$\text{مجـ}_{ج=1}^{ن} \; س_{ج} = ك \qquad (1)$$

$$س_{ج} \geqslant \text{صفر} \qquad (2)$$

وبشرط ان تكون ($س_{ج}$) اعدادا صحيحة .

ويمكن تصوير المشكلة كما فى الجدول الاتى :

جدول رقم (١)

الاستثمارات / $س_{ج}$	$ف_{1}$	$ف_{2}$	...	$ف_{ج}$	...	$ف_{ن}$
صفر	(صفر) $ف_{1}$	(صفر) $ف_{2}$	...	(صفر) $ف_{ج}$	...	(صفر) $ف_{ن}$
١	(١) $ف_{1}$	(١) $ف_{2}$	...	(١) $ف_{ج}$	...	(١) $ف_{ن}$
...	...	...	...	...	...	...
ى	(ى) $ف_{1}$	(ى) $ف_{2}$	...	(ى) $ف_{ج}$	...	(ى) $ف_{ن}$
...	...	...	...	...	...	...
ك	(ك) $ف_{1}$	(ك) $ف_{2}$	...	(ك) $ف_{ج}$	...	(ك) $ف_{ن}$

فلتوزيع مبلغ (ك) من الاستثمارات بين الترسانة (ج + ١) ومجموع الترسانات (ج) نفرض ان الترسانات (ج) تحصل على مبلغ ($س_{ج}$) من الاستثمارات وبناء عليه يكون نصيب الترسانة (ج + ١) هو (ك — $س_{ج}$) مع ملاحظة انه بالنسبة لتوزيع مبلغ

(س) حيث ك ≥ س ≥ صفر من الاستثمارات على الترسانات (ج) ويجب ان تكون قيمة الدالة ف (س) مثلى . ومن هنا يمكننا تحديد قيمة التوزيعات على الترسانة (ج + ١) فقط كالاتى :

$$ف_{ج+١}(ك) = ف_{ج}(س) + ف_{ج+١}(ك - س)$$

ويهدف الحصول على امثل توزيع للاستثمار (ك) من هذه المرحلة اى :

$$ف_{ج+١}(ك) = \text{اقصى مايمكن } ف_{ج}(س) + ف_{(ج+١)}(ك - س)$$

فاذا اخذنا فى الاعتبار الترسانة الاولى فقط اى (ج + ١) تكون المشكلة بسيطة حيث ان ف١ (١)، ف١ (٢)، ف١ (ك) تكون محددة من الجدول العام رقم (١) .

واذا كان عدد الترسانات (ج = ن) ومبلغ الاستثمار هو (ك) تكون خطوات حل المشكلة كالاتى : ف١ (ك) = ف (س) .

$$ف_{١}(ك) = ف_{١}(س) \quad (١)$$

$$ف_{٢}(ك) = \text{اقصى ما يمكن } (ف_{١}(س) + ف_{٢}(ك - س)) \quad (٢)$$

$$ف_{٣}(ك) = \text{اقصى ما يمكن } (ف_{٢}(س) + ف_{٣}(ك - س)) \quad (٣)$$

$$ف_{ن-١}(ك) = \text{اقصى مايمكن } (ف_{ن-٢}(س) + ف_{ن-١}(ك - س)) \quad (٤)$$

$$ف_{ن}(ك) = \text{اقصى مايمكن } (ف_{ن-١}(س) + ف_{ن}(ك - س)) \quad (٥)$$

ونفرض انه معلوم لدينا البيانات الواردة فى الجدول الاتى رقم (٢) والمطلوب الوصول الى امثل توزيع للاستثمارات للحصول على اكبر ربح كلى ممكن .

جدول رقم (٢)

الاستثمارات	الربح بدلالة حجم الاستثمارات		
	ربح الترسانة الاولى ف١ (س)	ربح الترسانة الثانية ف٢ (س)	ربح الترسانة الثالثة ف٣ (س)
صفر	صفر	صفر	صفر
١	٢ر٥	٢	٣
٢	٣ر٥	٣ر٥	٥ر٥
٣	٤ر٥	٥	٦ر٥
٤	٦ر٥	٧ر٥	٨ر٥
٥	٩	٨ر٥	١٠ر٥

الخطوة الاولى :

من المنطقى اننا لو خصصنا كل الاستثمارات للترسانة الاولى فقط يكون توزيع الاستثمارات بالشكل الاتى :

جدول رقم (٣)

الاستثمارات	ف١ (س)	خطة توزيع الاستثمارات		
		الترسانة الاولى	الترسانة الثانية	الترسانة الثالثة
صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
١	٢ر٥	١	صفر	صفر
٢	٣ر٥	صفر	صفر	صفر
٣	٤ر٥	٣	صفر	صفر
٤	٦ر٥	٤	صفر	صفر
٥	٩	٥	صفر	صفر

الخطوة الثانية : لو تم توزيع الاستثمارات بين الترسانة الاولى والثانية فقط :

مبلغ الاستثمارات مليون جنيه فقط أى ان ك = ١

ف٢ (١) = ف٢ (١) + ف١ (صفر) = ٢ + صفر = ٢

ف٢ (١) = ف٢ (صفر) + ف١ (١) = صفر + ٢ر٥ = ٢ر٥

ومعنى ذلك انه فى الجدول الجديد نخصص المليون جنيه للترسانة الاولى اى ان

اقصى ما يمكن لقيمة ف٢ (١) = ٢ر٥

مبلغ الاستثمار (٢) مليون جنيه ،اى ان ك = ٢ :

ف٢ (٢) = ف٢ (٢) + ف١ (صفر) = ٣ر٥ + صفر = ٣ر٥

" = ف٢ (١) + ف١ (١) = ٢ + ٢ر٥ = ٤ر٥

" = ف٢ (صفر) + ف١ (١) = صفر + ٣ر٥ = ٣ر٥

ومعنى ذلك اننا نخصص مليون جنيه للترسانة الاولى وميلون جنيه للترسانة الثانية .

اى ان اقصى ما يمكن لقيمة ف٢ (٢) = ٤ر٥

مبلغ الاستثمار (٣) مليون جنيه ،اى ان ك = ٣ :

ف٢ (٣) = ف٢ (٣) + ف١ (صفر) = ٥ر٥ + صفر = ٥ر٥

" = ف٢ (٢) + ف١ (١) = ٣ر٥ + ٢ر٥ = ٦

" = ف٢ (١) + ف١ (٢) = ٢ + ٣ر٥ = ٥ر٥

" = ف٢ (صفر) + ف١ (٣) = صفر + ٤ر٥ = ٤ر٥

ومعنى ذلك اننا نخصص مليون جنيه للترسانة الاولى ومليونين للترسانة الثانية .

اى ان اقصى ما يمكن لقيمة ف٢ (٣) = ٦

مبلغ الاستثمار (٤) مليون جنيه ،اى ان ك = ٤ :

ف٢ (٤) = ف٢ (٤) + ف١ (صفر) = ٢ر٥ + صفر = ٢ر٥

ف ٢ (٤) = ف ٢ (٣) + ف ١ (١) = ٥ + ٢ر٥ = ٧ر٥

" = ف ٢ (٢) + ف ١ (٢) = ٣ر٥ + ٣ر٥ = ٧

" = ف ٢ (١) + ف ١ (٣) = ٢ + ٤ر٥ = ٦ر٥

" = ف ٢ (صفر) + ف ١ (٤) = صفر + ٦ر٥ = ٦ر٥

ومعنى ذلك اننا نخصص مليون جنيه للترسانة الاولى ، ٣ مليون جنيه للترسانة الثانية .

اى ان اقصى مايمكن لقيمة ف ٢ (٤) = ٧ر٨

مبلغ الاستثمار (٥) مليون جنيه ، اى ان ك = ٥ :

ف ٢ (٥) = ف ٢ (٥) + ف ١ (صفر) = ٨ر٥ + صفر = ٨ر٥

" = ف ٢ (٤) + ف ١ (١) = ٧ر٥ + ٢ر٥ = ١٠

" = ف ٢ (٣) + ف ١ (٢) = ٥ + ٣ر٥ = ٨ر٥

" = ف ٢ (٢) + ف ١ (٣) = ٣ر٥ + ٤ر٥ = ٨

" = ف ٢ (١) + ف ١ (٤) = ٢ + ٦ر٥ = ٨ر٥

" = ف ٢ (صفر) + ف ١ (٥) = صفر + ٩ = ٩

ومعنى ذلك اننا نخصص ميلون جنيه للترسانة الاولى ، ٤ مليون جنيه للترسانة الثانية . أى ان اقصى ما يمكن لقيمة ف ٢ (٥) = ١٠

ويظهر جدول توزيع الاستثمارات بالشكل الاتى بين الترسانتين :

جدول رقم (٤)

الاستثمار س	$ف_1$ (س)	$ف_2$ (س)	$ف_2$ (س)	توزيع الاستثمارات على الترسانات		
				الترسانة الاولى	الترسانة الثانية	الترسانة الثالثة
صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
١	٢ر٥	٢	٢ر٥	١	صفر	صفر
٢	٣ر٥	٣ر٥	٤ر٥	١	١	صفر
٣	٤ر٥	٥	٦	١	٢	صفر
٤	٦ر٥	٧ر٥	٧ر٥	١	٣	صفر
٥	٩	٨ر٥	١٠	١	٤	صفر

الخطوة الثالثة : لو تم توزيع الاستثمارات على الترسانات الثلاثة :

مبلغ الاستثمار مليون جنيه ، اى ان ك = ١ :

$ف_3^{(1)} = ف_3$ (١) + $ف_2$ (صفر) = ٣ + صفر = ٣

$ف_3$ (صفر) + $ف_2$ (١) = صفر + ٢ر٥ = ٢ر٥

ومعنى ذلك ان المليون جنيه تخصص للترسانة الثالثة .

مبلغ الاستثمار ٢ مليون جنيه ، اى ان ك = ٢ :

$ف_3^{(2)} = ف_3$ (٢) + $ف_2$ (صفر) = ٥ر٥ + صفر = ٥ر٥

$ف_3$ (١) + $ف_2$ (١) = ٣ + ٢ر٥ = ٥ر٥

$ف_3$ (صفر) + $ف_2$ (٢) = صفر + ٤ر٥ = ٤ر٥

ومعنى ذلك اننا امام حالتين : اما ان نخصص ٢ مليون جنيه للترسانة الثالثة ، واما ان نخصص مليون جنيه للترسانة الاولى ومليون جنيه للترسانة الثالثة .

مبلغ الاستثمار ٣ مليون جنيه ، اى ان ك = ٣ :

$ف_3^{(3)} = ف_3$ (٣) + $ف_2$ (صفر) = ٦ر٥ + صفر = ٦ر٥

ف٣ (٢) + ف٢ (١) = ٥ر٥ + ٢ر٥ = ٨

ف٣ (٢) + ف٢ (٢) = ٣ + ٤ر٥ = ٧ر٥

ف٣ (صفر) + ف٢ (٣) = صفر + ٦ = ٦

ومعنى ذلك اننا نخصص مبلغ ٢ مليون جنيه للترسانة الثالثة ومليون جنيه للترسانة الاولى .

مبلغ الاستثمار ٤ مليون جنيه ، اى ان ك = ٤ :

ف٢(٤) = ف٣ (٤) + ف٢ (صفر) = ٨ر٥ + صفر = ٨ر٥

ف٣ (٣) + ف٢ (١) = ٦ر٥ + ٢ر٥ = ٩

ف٣ (٢) + ف٢ (٢) = ٥ر٥ + ٤ر٥ = ١٠

ف٣ (١) + ف٢ (٣) = ٣ + ٦ = ٩

ف٣ (صفر) + ف٢ (٤) = صفر + ٧ر٥ = ٧ر٥

ومعنى ذلك اننا نخصص ٢ مليون جنيه للترسانة الثالثة ومليون جنيه لكل من الترسانة الاولى والثانية .

مبلغ الاستثمار ٥ مليون جنيه ، اى أن ك = ٥ :

ف٢(٥) = ف٣ (٥) + ف٢ (صفر) = ١٠ر٥ + صفر = ١٠ر٥

ف٣ (٤) + ف٢ (١) = ٨ر٥ + ٢ر٥ = ١١

ف٣ (٣) + ف٢ (٢) = ٤ر٥ + ٦ر٥ = ١١

ف٣ (٢) + ف٢ (٣) = ٥ر٦ + ٦ = ١١ر٥

ف٣ (صفر) + ف٢ (٥) = صفر + ١٠ = ١٠

ومعنى ذلك اننا نخصص ٢ مليون جنيه لكل من الترسانة الثالثة والثانية ومليون جنيه للترسانة الاولى .

ويظهر الجدول النهائى لتوزيع الاستثمارات واقصى ربح كالاتى :

obeikan.com

جدول رقم (٥)

الاستثمار س	ف (س) ١	ف (س) ٢	ف (س) ٣	توزيع الاستثمارات على الترسانات		
				الترسانة الاولى	الترسانة الثانية	الترسانة الثالثة
صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
١	٢ر٥	٣	٣	صفر	صفر	١
٢	٤ر٥	٥ر٥	صفر	صفر	صفر	٢
٣	٦	٦ر٥	٨	١	صفر	٢
٤	٧ر٥	٨ر٥	١٠	١	١	٢
٥	١٠	١٠ر٥	١١ر٥	١	٢	٢

وواضح من الجدول رقم (٥) ان التوزيع الامثل يتم كالاتى :

١ — لو تم توزيع مبلغ مليون جنيه على الترسانات الثلاثة فان امثل توزيع هو ان يخصص هذا المبلغ للترسانة الثالثة ويكون الربح الكلى ٣ مليون جنيه .

٢ — لو تم توزيع ٢ مليون جنيه على الترسانات الثلاثة فان امثل توزيع هو ان يخصص كل المبلغ للترسانة الثالثة او نخصص مليون جنيه للترسانة الاولى ومليون جنيه للترسانة الثالثة وفى كلتا الحالتين فان الربح الكلى يكون ٦ر٥ مليون جنيه .

٣ — ولو تم تخصيص مبلغ ٣ مليون جنيه على الترسانات الثلاثة فان امثل توزيع هو ان نخصص مليون جنيه للترسانة الاولى و ٢ مليون جنيه للترسانة الثالثة ويكون الربح الكلى ٨ مليون جنيه .

٤ — ولو تم تخصيص مبلغ ٤ مليون جنيه على الترسانات الثلاثة فان امثل توزيع هو ان نخصص مليون جنيه لكل من الترسانة الاولى والثانية و ٢ مليون جنيه للترسانة الثالثة ويكون الربح الكلى ١٠ مليون جنيه .

٥ — اما لو تم تخصيص ٥ مليون جنيه على الترسانات الثلاثة فان امثل توزيع هو ان نخصص مليون جنيه للترسانة الاولى و٢ مليون جنيه لكل من الترسانة الثانية والثالثة ويكون الربح الكلى ١١ر٥ مليون جنيه .

رابعا : تحديد الزمن الامثل لانشاء مجمع لاصلاح السفن :

بفرض انه يراد انشاء مجمع سفن يتكون من ٦ ورش هى ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ وأنه بعد بناء هذه الورش يتطلب الامر تركيب الآلات الخاصة بكل ورشة من هذه الورش وبحيث يمكن الانتهاء من عملية التركيبات فى اقصر زمن ممكن .

لذلك نرمز بالآتى :

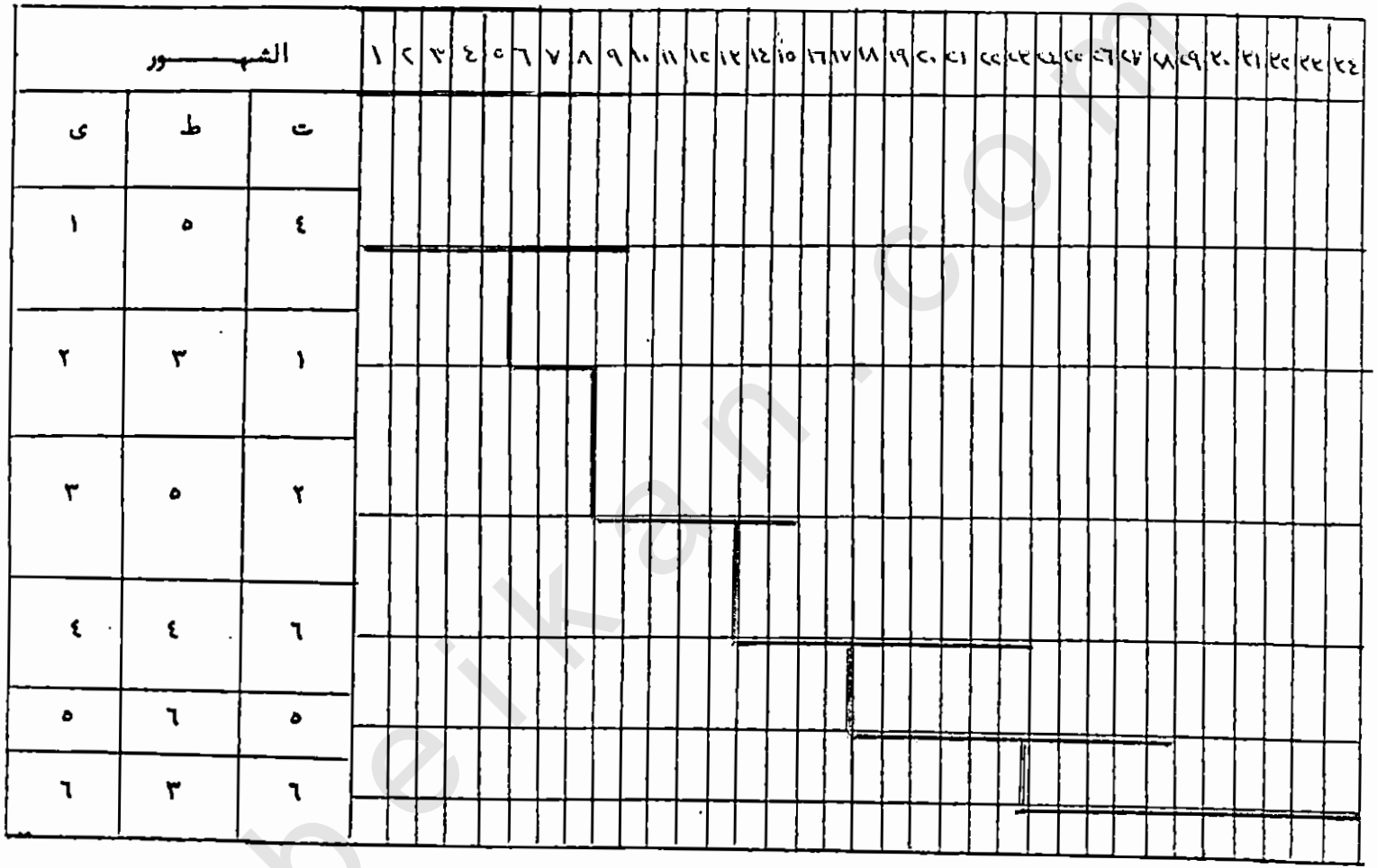
$ط_ى$ — ترمز الى زمن اعمال الانشاءات فى الورشة (ى) بالشهر .

$ت_ى$ — ترمز الى زمن تركيب الآلات فى الورشة (ى) بالشهر .

وتظهر البيانات الخاصة بهذه المشكلة فى الجدول الاتى :

الورشة (ى) الرقم	زمن اعمال الانشاء $ط_ى$ بالشهور	زمن تركيب الآلات $ت_ى$ بالشهور
١	٥	٤
٢	٣	١
٣	٥	٢
٤	٤	٦
٥	٦	٥
٦	٣	٦

ويمكن تصوير هذه الارقام فى الرسم البيانى الاتى :


الشهـــــور
ت
ط
ى
٤ ٥ ١
١ ٣ ٢
٢ ٥ ٣
٦ ٤ ٤
٥ ٦ ٥
٦ ٣ ٦
١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠ ٢١ ٢٢ ٢٣ ٢٤ ٢٥ ٢٦ ٢٧ ٢٨ ٢٩ ٣٠ ٣١ ٣٢ ٣٣ ٣٤

ومعنى ذلك انه اذا تم العمل بالنظام الموضح بالجدول الاول فان زمن العمل يكون ٣٤ شهرا • وتكمن المشكلة فى ضرورة خفض زمن التعطل وذلك عن طريق تخفيض الزمن الكلى للانشاءات والتركيبات •

وتتلخص صعوبة هذه المشكلة فى ان الورش المختلفة تتطلب ازمنة مختلفة لانجاز اعمال الانشاءات والتركيبات وفى ظل اتباع طريقة غير صحيحة لترتيب العمل فى الانشاءات والتركيبات فسوف تظهر فترات تعطلات لا اساس لها • فاذا رمزنا بالرمز (س ى) الى فترة التعطل بسبب ان ادارة الترسانة لم تستكمل اعمال الانشاءات والتركيبات للورشة (ى) فان مجموع زمن التعطل لكل الورش يمكن ان نعبر عنه كالاتى :

$$\text{أقل ما يمكن } = \text{ق}_{\text{ن}} = \sum_{\text{ى}=1}^{6} \text{س}_{\text{ى}} \qquad (1)$$

بشرط ان تكون : $\text{ق}_{\text{ن}} = \sum_{\text{ى}=1}^{4} \text{ط}_{\text{ى}} - \sum_{\text{ى}=1}^{\text{ن}-1} \text{ت}_{\text{ى}}$ (٢)

وواضح انه يلزم ان نجد طريقة للعمل والتى فى ظلها تأخذ المعادلة (١) اقل قيمة • وتحل المشكلة التى امامنا بطريقة البرمجة الديناميكية باستخدام البيانات الواردة فى الجدول السابق بحيث يتم الحل بالتتابع الاتى :

١ — ايجاد اقل قيم بالعمود (ط ى) و (ت ى) فاذا كانت (ط ى) هى الاقل يوضع السطر المذكور اولا (فى اول السطر) اما اذا كانت (ت ى) هى الاقل فتوضع فى السطر المذكور اخيرا (توضع فى آخر السطر) •

٢ — واذا كانت ط ى = ت ى فان ترتيب السطر يتم بطريقة ط ى اى يوضع فى اول سطر •

٣ — نستبعد السطر المعاد ترتيبه فى الخطوات القادمة •

٤ — تكرر كل المراحل والبيانات الواردة فى النقاط ١ ، ٢ ، ٣ بالاسطر الباقية •

وطبقا لهذه القاعدة تتم مراحل الحل بالترتيب الاتى :

الخطوة الاولى : بالنظر الى الجدول رقم (١) نجد أن اقل قيمة هى بالسطر الثانى عندما تكون (ت ٢ = ١) لهذا يوضع هذا السطر آخر سطر ونحصل على الجدول الاتى :

ى	$ط_ى$	$ت_ى$
١	٥	٤
٣	٥	٢
٤	٤	٦
٥	٦	٥
٦	٣	٦
٢	٣	١

ثم نستبعد هذا السطر من الخطوات القادمة .

الخطوة الثانية : بالنظر الى الورش الخمسة نجد ان اقل قيمة هى $ت_{٣}$ = ٢ لهذا نضع هذا السطر قبل السطر الاخير السابق تحديده فى الخطوة الاولى ويكون التتابع كما هو واضح بالجدول الاتى (جدول رقم ٣) .

ى	$ط_ى$	$ت_ى$
١	٥	٤
٤	٤	٦
٥	٦	٥
٦	٣	٦
٣	٥	٢
٢	٣	١

ثم نستبعد هذا السطر للورشة رقم ٣ من الخطوات القادمة .

الخطوة الثالثة : بالنظر الى باقى الورش رقم ١ ، ٤ ، ٥ ، ٦ نجد ان اقل رقم هو للورشة رقم ٦ حيث $ت_{٦}$ = ٣ . لهذا يوضع هذا السطر كأول سطر فى الجدول رقم ٤ الاتى :

ى	$ط_{ى}$	$ت_{ى}$
٦	٣	٦
١	٥	٤
٤	٤	٦
٥	٦	٥
٣	٥	٢
٢	٣	١

ولهذا نستبعد هذا السطر (السطر السادس) من الخطوات القادمة ٠

الخطوة الرابعة : وبالنظر الى باقى الورش رقم ١ ، ٤ ، ٥ نجد ان الورشة رقم ٤ صاحبة اقل رقم حيث $ت_{٤}$ = ٤ ويكون الجدول رقم (٥) بالصورة الاتية :

ى	$ط_{ى}$	$ت_{ى}$
٦	٣	٦
٤	٤	٦
١	٥	٤
٥	٦	٥
٣	٥	٢
٢	٣	١

ومعنى ذلك اننا نستبعد السطر الرابع من الخطوات القادمة ٠

الخطوة الخامسة : بالنظر الى الورشة رقم ١ ، ٥ نجد ان اقل رقم هو للورشة رقم ١ حيث $ت_{١}$ = ٤ وبذلك يصبح الجدول كالاتى :

ى	$ط_{ى}$	$ت_{ى}$
٦	٣	٦
٤	٤	٦
٥	٦	٥
١	٥	٤
٣	٥	٢
٢	٣	١

ويعتبر الجدول رقم (٥) حل اخير للمشكلة • ولهذا فان التتابع الامثل للعمل فى الورش الستة يكون فى الورشة السادسة ثم الورشة الرابعة ثم الورشة الخامسة ثم الورشة الاولى فالثالثة فالثانية • وعلى أساس بيانات هذه الجداول يكون الرسم الاتى للعمل بالمجمع والذى يتضح منه اقل زمن للانشاءات والتركيب هو ٢٧ شهرا بدلا من ٣٤ شهرا •

ت	ط	ى
٦	٣	٦
٦	٤	٤
٥	٦	٥
٤	٥	١
٢	٥	٣
١	٣	٢