الفصل الرابع عشر

أسلوب المحاكاة

مقدمة :

يعتبر أسلوب المحاكاة من الاساليب المفيدة فى حل المشاكل التى تكون فيها قيم كثيرة للمتغيرات غير المعروفة أو المعروفة جزئيا مقدما بحيث لاتوجد طريقة سهلة لايجاد هذه القيم .

وفى المبحث الثانى من الفصل الاول سبق ان قسمنا النماذج طبقا لطريقة الحل الى قسمين : النماذج التحليلية Analytical ونماذج المحاكاة واعتبرنا كل الفصول السابقة من النماذج التحليلية .

ويركز هذا المبحث على نماذج المحاكاة وكيف يمكن استخدامها فى اتخاذ القرارات بحيث نفرق أولا بين الطريقة التحليلية وطريقة المحاكاة ثم نوضح لماذا تستخدم نماذج المحاكاة ؟

ويلاحظ انه فى الطريقة التحليلية يوجد نوعان من الحلول : حلول عامة فى شكل تجريدى حيث يحدد الحل باستخدام رموز كما يمكن الحصول على الحل العام باستخدام اساليب رياضية لحل مشكلة محددة مثل مشكلة المخزون مثلا بحيث يعتبر الحل المشتق بالطريقة التحليلية حلا عاما وبحيث لا يعتمد على قيم محددة لمعلومات المشكلة والنوع الثانى من الحلول يكون لدينا طريقة عامة للحل Algorithm تستخدم لحل مشاكل محددة وهى طريقة عددية بطبيعتها تتكون من بحث القيم المختلفة للمتغيرات القرارية ونختار منها القيم التى تعطينا الحل الامثل على ضوء هدف المشكلة اى ان المشكلة تحل على مراحل متعددة حتى نصل الى الحل الامثل .

اما فى طريقة المحاكاة فان النموذج يختبر بأن ندخل فيه قيما محددة من المتغيرات القرارية تحت ظروف افتراضية ثم نلاحظ اثرها على معيار القرار (دالة الهدف) . وعلى سبيل المثال يمكن ان نختبر اثر الاعداد المختلفة من المتغير القرارى تحت ظروف افتراضية لوصول السفن الى الميناء وعلى التكلفة الكلية لكل من السفينة والرصيف . وتستخدم طريقة المحاكاة العينات العشوائية اذ انه بأخذ

عينات عشوائية يمكن وصف ما يحدث للنظام خلال فترة مختارة من الزمن وفى ظل مجموعة ظروف افتراضية •

والفكرة الاساسية للمحاكاة هى استخدام بعض الوسائل لمحاكاة مشكلة حقيقية قائمة لكى ندرس ونفهم خصائصها وصفات تشغيلها ويمكن ان تكون الوسيلة طبيعية او رياضية تصف لنا بكفاء سلوك النظام الذى نرغب فى دراسته وفهمه وتحليله وتشغيله وعلى سبيل المثال يمكن ان نحاكى سلوك المخزون بتجربته (أخذ عينات عشوائية) على نموذج رياضى يمثل النظام ويمكن ان تؤدى التجربة على نموذج طبيعى او نموذج مماثل Analog او على نماذج رياضية لحالات واقعية مثل مشكلة رقابة المخزون وتخطيط الاستثمارات وجدولة الانتاج وتسمى محاكاة رمزية Symbolic Simulation وتكون الفكرة فى اى نموذج محاكاة هى ان ندرس ونحلل ونفهم سلوك النظام الحقيقى باختيار النموذج تحت ظل ظروف مفترضة •

وتعرف المحاكاة على انها اسلوب كمى يستخدم النماذج الرياضية والحاسب الآلى لتمثيل قرار حقيقى فى ظل ظروف عدم التأكد لتقييم البدائل القائمة على الحقيقة والافتراضات ، كما تعرف المحاكاة على انها تمثيل الحقيقة من خلال استخدام نموذج او وسيلة اخرى فى ظل مجموعة افتراضات معطاة •

وتستخدم نماذج المحاكاة لعدة اسباب حيث يلاحظ ان النماذج التحليلية وان كانت مفيدة للغاية فى حل كثير من المشاكل الا ان لها قيدين : القيد الاول أن هذه النماذج ينقصها القدرة على تتبع سلوك الماضى والمستقبل للنظام وان كانت هذه النماذج تعطينا حلولا كاملة كوحدة ومثلى الا انها لا تصف لنا اى اجراء خاص بفترات زمن اقل من فترة الخطة وعلى سبيل المثال فان حل المشكلة الخاصة بتوزيع السفن على الخطوط الملاحية على اساس رحلات السفن فان النموذج وان كان يعطينا عدد الرحلات خلال السنة الا انه لا يقسم لنا السنة الى شهور وأسابيع مثلا وبالمثل فعند افتراض طلب احتمالى يومى فى مشكلة مخزون فان الحل يعطينا نمط كلى للطلب اليومى ولكن الحل لا يصف لنا ما يحدث للطلب فى يوم محدد • وفى ظل هذه الظروف ترغب الادارة ان تحصل على فكرة التاريخ الزمنى لسلوك المخزون ولا نستطيع تحقيق ذلك باستخدام النماذج التحليلية •

والقيد الثانى للطريقة التحليلية يرتبط بحقيقة ان المشكلات الكبيرة لا يمكن تمثيلها بالنماذج الرياضية وعلى سبيل المثال يكون من الصعب للغاية بناء نموذج تحليلى خاص بالميناء يأخذ فى الاعتبار العوامل الاقتصادية والسياسية والاجتماعية وحتى لو امكننا بناء مثل هذا النموذج فلن يمكننا حله باستخدام الاساليب التحليلية هذا بالاضافة الى ان النماذج التحليلية محددة خاصة بالنسبة لظروف عدم التأكد والحالات الديناميكية التى تأخذ فى الاعتبار عامل الزمن وبالرغم من ان البرمجة الديناميكية يمكن استخدامها فى حل مشاكل مبسطة فان معظم مشاكل البرمجة الديناميكية لا يمكن تمثيلها بالنماذج التحليلية ويمكن التغلب على هذه الصعاب باستخدام نماذج المحاكاة ٠

نماذج المحاكاة :

تنقسم النماذج الرياضية للمحاكاة الى نماذج محددة ونماذج احتمالية وتتعامل النماذج المحددة مع الاثر على مفردة معينة ومثال ذلك ان احدى الشركات الملاحية تتساءل عن اثر الايرادات فى حالة زيادة معدل التضخم ١٠٪ او تتساءل احدى شركات البترول على اثر زيادة سعر برميل البترول ثلاثة دولارات مثلا على التدفق النقدى للشركة ٠ ويدخل ضمن النماذج المحددة بعض المشاكل الاخرى مثل محاكاة تكلفة انشاء ميناء مثلا او التحليل الشبكى والافتراض الاساسى فى النماذج المحددة للمحاكاة هى ان توزيع اى متغير عشوائى Random Variable يمكن ان يمثل بقيمة واحدة ٠

اما النماذج الاحتمالية للمحاكاة فتتعامل مع الظواهر العشوائية وتسمى بمحاكاة مونت كارلو Monte Carlo Simulation والتى تقوم على فكرة أخذ عينات عشوائية من النموذج الرياضى الذى يمثل الواقع العملى وهذه العينات العشوائية Random Samples هى من نوع المتغيرات الاحتمالية المحددة للنظام عند نقاط مختلفة فى الزمن وتحت ظروف مختلفة وتنتج العينات العشوائية فى توزيع احتمالى يشبه النظام الواقعى والتى نقدر منها قيمة المتغير الاحتمالى المحدد وباختلاف قيم معلمات معينة والمتغيرات المستقلة ثم اعادة تكرار تحليل العينات العشوائية يمكن ان نقيس اثرهما على المتغير الاحتمالى المختار ويستخدم السلوك المحاكى كمدخلات لعملية اتخاذ القرارات ٠ وبجانب التقسيم السابق يمكن تقسيم نماذج المحاكاة الى الانواع الاتية :

النوع الاول : مباريات العمليات Operational Gaming

النوع الثانى : طريقة محاكاة النظام System Simulation Method

النوع الثالث : محاكاة مونت كارلو Monte Carlo Simulation

وقبل شرح هذه النماذج يجب ملاحظة ان معظم المشاكل التى تحل باستخدام نماذج المحاكاة تتعرض لظواهر عشوائية وعلى سبيل المثال ففى مشاكل المخزون قد يكون الطلب ثابتا Constant وفترة الانتظار احتمالية ويمكن ان تكون فترة الانتظار ثابتة والطلب احتماليا وقد يكون كلا من الطلب وفترة الانتظار احتماليا . وبالنسبة لتطبيقات نظرية الصفوف فى الموانى البحرية يلاحظ مثلا ان كلا من زمن وصول السفن للميناء وزمن خدمة هذه السفن متغيرات عشوائية ولذلك يستلزم الامر عند استخدام اسلوب المحاكاة توليد قيم لمثل هذه المتغيرات الامر الذى سنعالجه اولا .

أولا : توليد متغيرات عشوائية : Generating Random Deviates

هناك بعض الاساليب التى يمكن استخدامها لتوليد متغيرات عشوائية نختار من بينها الاتى :

١ ـ طريقة مقلوب التحويل : The inverse Transform Method

تتعامل هذه الطريقة مع دالة التوزيع التجميعية ف (س) للتوزيع المحاكى وحيث ان ف (س) تحدد خلال الفترة (صفر ، ١) فيمكن توليد متغير عشوائى منتظم (ر) يحدد ايضا خلال الفترة (صفر ، ١) وتجعل ف (س) = ر ، ثم نحدد قيمة (س) منفردة بالعلاقة ف(س) = ر وحيث تكون س = ف$^{-1}$ (ر) هى المتغير المطلوب من التوزيع المعلوم .

وتتمثل صعوبة هذه الطريقة فى وجود مقلوب التحويل الذى يجعل ف$^{-1}$ (ر) = س فاذا امكن الوصول الى مقلوب الدالة فاننا نحتاج فقط ان نولد ارقام عشوائية ومنتظمة ثم تتم مقلوب الدالة على هذه الارقام للحصول على متغيرات من التوزيع المطلوب .

وبفرض ان المطلوب توليد متغير عشوائى من

$$ف(س) \begin{cases} ٣ س^{٢} \quad حيث \quad صفر \leq س < ١ \\ ٠ \end{cases}$$

ومن ثم فان $ف(س) = \int_{ت = صفر}^{س} ٣ ت^{٢} د ت$

وأن $ف(س) = س^{٣}$

وحيث ان ف(س) هى دالة التوزيع التجميعية لقيمة ف(س) فانه يمكن احلال ف(س) برقم عشوائى (ر) ومن ثم يكون مقلوب التحويل هو :

$$س = ف^{-١}(ر) = (ر)^{١/٣}$$

ومن ثم فلتوليد عدد عشوائى من كثافة الاحتمال $ف(س) = ٣ س^{٢}$ يتم توليد عدد عشوائى من التوزيع المنتظم (ر) حيث $س = (ر)^{١/٣}$ والعدد المطلوب .

التوزيع الاسى :

فى تجارب المحاكاة يستخدم التوزيع الاسى ليصف فترة الزمن بين حدوث احداث متشابهة والتى غالبا ما تكون الوصول فى مشاكل الصفوف فاذا كان الاحتمال بأن الحدث سيحدث فى فترة زمن صغيرة جدا بجانب أن حدوث هذا الحدث مستقل عن حدوث احداث اخرى فان فترة الزمن بين حدوث هذه الاحداث يوزع اسيا وتكون العملية هى عملية بواسون Poisson Process وبالاضافة الى عمليات الصفوف فان التوزيع الاسى يستخدم ليصف لنا مكونات معدل التعطل فى تحليل الصلاحية Reliability Analysis

وتصبح دالة كثافة الاحتمال ودالة التوزيع التجميعية :

$ف(س) = ى^{-ع س}$ حيث $س \geqslant$ صفر

$ف(س) = ١ - ى^{-ع س}$ حيث $س \geqslant$ صفر

$ف(س) = ١ - ى^{-س}$

ولتوليد عدد عشوائى من التوزيع الاسى نستخدم اسلوب مقلوب التحويل $ف(س) = ١ - ى^{-س}$ وبذلك نولد عدد عشوائى منتظم (ر) ونفرض ان :

$$ر = ف(س) = ١ - ى^{-ع س}$$

ولكى نحصل على مقلوب التحويل

$$ر = (-ى)^{-ع س}$$

أو

$$١ - ر = ى^{-ع س}$$

يلاحظ ان ١ - ر هى ايضا من التوزيع المنتظم ولهذا نفرض ان ر = ى$^{-ع س}$

أو $$س = \frac{مقلوب\ ر}{ع}$$

وبذلك نحصل على :

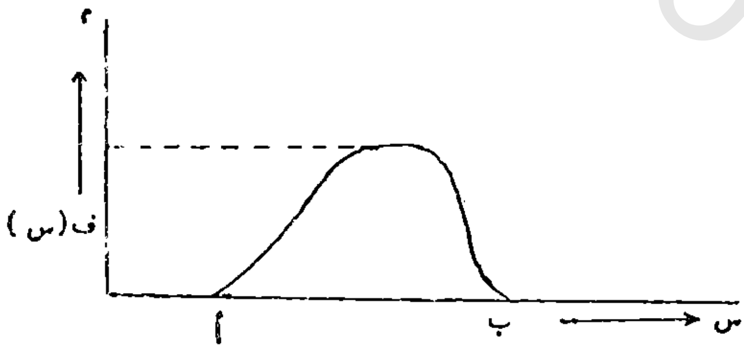
$$ف^{-1}(ر) = \frac{مقلوب\ ر}{ع} = س$$

والاجراء هو ان نولد اعدادا عشوائية منتظمة ونستخدم ف$^{-1}$ (ر) لتوليد اعداد أسية .

٢ — طريقة الرفض The Rejection Method

تتلخص هذه الطريقة فى رسم قيمة عشوائية من توزيع مناسب ونخصصها لاختبار ما اذا كانت مقبولة للاستعمال من عدمه ونفرض ان ف(س) هى تكرار دالة الكثافة بحيث ان :

ف(س) = صفر حيث أ > س > ب ، صفر ≥ ف(س) ≥ م حيث
أ ≥ س ≥ ب



ويستلزم استخدام هذه الطريقة اجراء الخطوات الاتية :

١ — توليد عددين عشوائيين منتظمين $ر_١$ ، $ر_٢$

٢ — نكون العدد العشوائى المنتظر من ف (س) ، س = أ + (ب — أ) $ر_١$

٣ — نختبر لنرى ما اذا كانت $ر_٢ \leq$ ف (أ + (ب — أ) $ر_١$) × م

٤ — اذا صلحت المتباينة نقبل س = أ (ب — أ) $ر_١$ كعدد مولد من ف (س) .

٥ — اذا لم تصلح المتباينة نولد عددين عشوائيين جديدين منتظمين ثم نحاول مرة اخرى مع ملاحظة ان م ببساطة هى منوال ف (س) .

والنظرية وراء هذه الطريقة تقوم على حقيقة ان احتمال $ر_٢$ اقل من أو يساوى (١/م) ف (س) هو (١/ ر) + ف (س) وما اذا كانت س تختار عشوائيا طبقـا لـ س = أ (ب — أ) $ر_١$ وترفض اذا كانت $ر_٢$ > (١/م) ف (س) فان قيمة التوزيع الاحتمالى لقيمة س المقبولة ستكون ف (س) ويجب ملاحظة انه اذا لم نستخدم الرفض اى اننا نستبعد الخطوة الثانية ومن ثم نوزع س بانتظام بين أ + ب ، أ باختبار الرفض المضاف ونختار فقط س التى تطابق التوزيع الاصلى ف (س) .

<u>مثال</u> : المطلوب توليد عدد عشوائى من :

ف (س) = ٣ $س^٢$ صفر $\leq$ س $\leq$ ١

ثم نلاحظ ان م = ٣ ، أ = صفر ، ب = ١

<u>الخطوات :</u>

١ — نولد $ر_١$ ثم نجعل س = أ + (ب — أ) $ر_١$ = $ر_١$.

٢ — نولد $ر_٢$ ونقارنها مع $ر_١$

٣ — اذا كانت $ر_٢ \leq ر_١^٢$ ثم نقبل س = $ر_١$ كمتغير من ف (س) .

٤ — اذا كانت $ر_٢ > ر_١^٢$ نرفض س = $ر_١$ ثم نكرر الخطوات من ١ الى ٣ .

<u>توزيع بيتا</u> : Beta Distribution

اعتبر توزيع بيتا المحدد لكثافة الدالة الاتية :

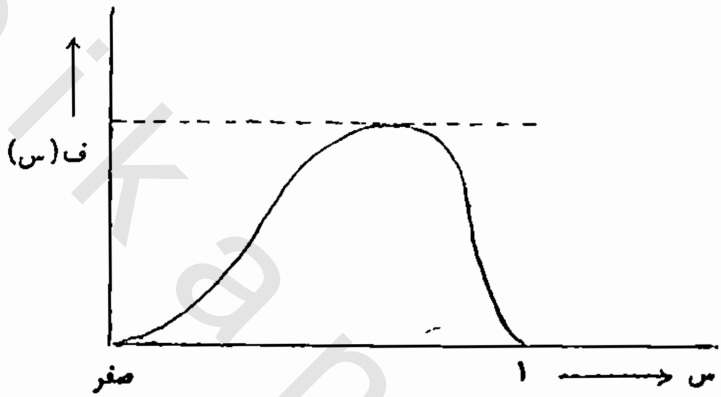
$$ف\,(س) = \frac{هـ\,(أ + ط)}{هـ\,(أ)\;هـ\,(ط)}\; س^{أ - ١}\,(١ - س)^{ط - ١}$$

حيث $١ \geqslant س \geqslant$ صفر

حيث أ ، ط هما معلمات Parameters التوزيع .

$$ر\,(\phi) = \int_{صفر}^{\infty} س^{\phi - ١}\, ى^{-س}\, د\, س$$

ويستخدم توزيع بيتا دائما فى حل مشاكل بيرت والمسار الحرج ويصبح شكل ف (س) محددا بكل من أ ، ط كما فى الرسم الاتى :



ولذلك نحدد أولا قيمة م حيث :

$$م = المنوال = \left.\frac{د\, ف\,(س)}{د\, س}\right|_{س} = صفر$$

$$ومن ثم فان \quad م = \frac{أ - ١}{أ + ط - ٢}$$

ويلاحظ ان م تحدد لقيم معينة فقط لكل من أ ، ط ويصبح الاجراء كالاتى :

١ — نحسب م = (أ − ١) (أ + ط − ٢)

٢ — استمر مع خطة الرفض الطبيعى

٣ — اذا كانت $ر^{*}_{٢}$ م = ف (س) $ر_{٢} = \frac{هـ(أ + ط)}{هـ(أ)\, هـ(ط)}\, ر_{٢}^{أ - ١}\,(١ - ر_{٢})^{ط - ١}$

ثم المتغير يساوى $ر_{٢}$ اذا كانت $ف^{*}_{٢}$ م > ف(س = $ر_{٢}$) ثم نخطو الى الخطوة ٤ وتبدأ من جديد .

٣ — طريقة الترتيب : The Composition Method

فى هذه الطريقة ف(س) كثافة دالة الاحتمال للتوزيع المحاكى يعبر عنها كاحتمال خليط من كثافة الدالة المختارة ويقوم هذا الاجراء على تحديد التوزيع الاحتمالى أو قانون الاحتمالات المركبة ونفرض ان و(س—ث) هى family لمعلمة واحدة لكثافة الدالة حيث ث هى المعلمة بتعريف موحد و (س) فاذا رسمنا قيمة ث من دالة التوزيع التجميعية جـ(ث) واذا كانت س هى عينة من و (س) بالنسبة الى ث المختارة فان كثافة الدالة لقيمة س ستكون

$$ف(س) = \int_{-\infty}^{\infty} و(ى / ث)\, د\, جـ(ث)$$

توزيع بواسون :

اذا كانت فترات الزمن بين الاحداث توزع توزيعا أسيا فان عدد الاحداث التى تتم فى وحدة فترة زمن يكون لها توزيع بواسون والذى يطبق على بعض مشاكل المخزون، وفى نظرية الصفوف وفى رقابة الجودة • وكثافة دالة الاحتمال لتوزيع بواسون هى :

$$ف(س) = \frac{ع^{س}\, ى^{ع}}{س!} \quad \text{حيث } س = ١، ٢، ٠٠$$

حيث ع تعتبر العدد المتوقع للاحداث فى وحدة الزمن مما يدل على ان الزمن موزع توزيعا اسيا بالوسيط mean ١ / ع • ويمكن استخدام هذه العلاقة بين توزيع بواسون والتوزيع الاسى لتوليد متغيرات من توزيع بواسون ويمكن تحديد متغيرات بواسون س بالطريقة الاتية

$$\sum_{ج=١}^{س} ث_{ج} \le ١ \le \sum_{ج=١}^{س-١} ث_{ج}$$

حيث $ث_{١}$، $ث_{٢}$، ٠٠٠، $ث_{س+١}$ هى متغيرات عشوائية من التوزيع الاسى لها وسيط ١ / ع وتوليد بأسلوب مقلوب التحويل $ث = -\frac{١}{ع}$ لو $ر_{ج}$ حيث $ر_{ج}$ هى من التوزيع المنتظم ويمكن تحديد قيمة س بشكل آخر هو ما

$$\sum_{ج=١}^{س} ث_{ج} \le ع \le \sum_{ج=١}^{س+١} ث_{ج}$$

حيث $ث_{ج}$ هى متغيرات من التوزيع الاسى ولكن بوسيط ١ اى ان

$$ث_{ج} = -فى\ ر_{ج}$$

توزيع أرلانج :

توزيع أرلانج هو شكل من توزيع جاما حيث تساوى عدد صحيح موجب وقد ثبت ان هذا التوزيع هو مجموع المتغيرات الاسية ر كل متغير له قيمة متوقعة ١ / ر •

ومن ثم فلتوليد متغير ارلانج نحتاج فقط الى جمع المتغيرات الاسية ك كل بقيمة متوقعة ١ /ك وحيث يعبر عن س بالاتى :

$$س = \underset{ج=١}{\overset{ك}{مجـ}} ث_{ج} = \frac{١}{أ} \underset{ج=١}{\overset{ك}{مجـ}} فى\ ر_{ج}$$

حيث $ث_{ج}$ هى أس متغير مولد بأسلوب مقلوب التحويل $ر_{ج}$ هى عدد عشوائى من التوزيع المنتظم •

ثانيا : نماذج المحاكاة :

تقدم فيما يلى بعض نماذج المحاكاة مثل مباريات العمليات وطريقة محاكاة النظام ومحاكاة مونت كارلو •

١ — مباريات العمليات :

مباريات العمليات هى الاسم الذى يعطى لتجارب المحاكاة والتى يدخل فيها الافراد مباريات ويوجد نوعان لمباريات الالعاب هما مباريات الاعمال والمباريات الحربية ويمكن استخدام مباريات الاعمال فى التعليم والتدريب والاعمال والتجارب وفى هذه المباريات نحاكى بيئة القرارات والتى من خلالها تتخذ القرارات فى ظل ظروف المنافسة •

وتشير مباريات العمليات الى المواقف التى تشتمل على صراع على المصالح بين طرفين من خلال اطار بيئة محاكاة ويجب ان يتخذ المشتركون فى مباريات الاعمال قرارات تقوم على بيانات تاريخية • وتلقى هذه المباريات قبولا واسعا فى مجال الاعمال وتعتبر اول مباراة اعمال هى التي طورها كل من Booz, Allen & Hamilton والتى عرفت بمحاكاة قرارات الادارة العليا Top Management Decision Simulation والتى تم تقديمها بواسطة جمعية الادارة الامريكية A.M.A عام ١٩٥٧ •

والاستخدام الاول لمباريات الاعمال هى مساعدة القادة المنفذين فى المشروعات لتطوير قدراتهم على اتخاذ قرارات صعبة فى الحياة العملية وتقيم الافكار الجديدة وتقديم اسلوب جديد لاتخاذ القرارات فى محاكاة البيئة •

ويعتبر استخدام مباريات العمليات فى واقع الاعمال معادلا لاستخدام تجارب معملية فى علوم الطبيعة ويمكن اختبار القرارات الجيدة او السيئة بسرعة دون الخوف من حدوث خسارة حقيقية ويدخل ضمن مباريات العمليات النماذج الاتية :

أ ـ نموذج التسويق ويحاكى هذا النموذج سلوك العملاء استجابة للسعر والمنتج ويحدد نموذج التسويق الاتى :

١ ـ مساهمة السوق فى كل منتج •

٢ ـ المبيعات الحقيقية مقابل الطلب •

ب ـ نموذج التصنيع حيث يراعى ان كل مشروع له عماله ومواده ويحتاج تصنيع المنتج الى تشكيلات مختلفة من المواد والى تكاليف ويحدد هذا النموذج الاتى :

١ ـ جدولة الانتاج الفعلى والذى يخضع لقيود الالات والعمالة والمواد الخام •

٢ ـ تحديد المخزون •

٢ ـ طريقة محاكاة النظام :

وباستخدام هذه الطريقة يتم تحليل البيانات الحقيقية للمشاكل المعقدة من خلال نموذج يقدم لنا بيئة العمليات ويسمح النموذج بتحليل استجابة النظام للبدائل الادارية كما يقدم لنا اساس دقيق للقرار •

وتختلف طريقة محاكاة النظام عن طريقة مونت كارلو من عدة اوجه اذ ان طريقة محاكاة النظام ترسم عينات من مجتمع حقيقى بدلا من رسم عينات من جدول لاعداد عشوائية كما ان طريقة محاكاة النظام تستفيد من النماذج الرياضية لحل المشكلة بالطريقة التحليلية والمساعدة فى الوصول الى قرار • وعندما تكون المشكلة معقدة وغير قابلة للتحليل باستخدام نموذج رياضى يكون اسلوب مونت كارلو هو البديل •

٣ ـ طريقة مونت كارلو :

تعرف طريقة مونت كارلو على انها محاكاة بأساليب العينة وتحتوى على تحديد التوزيع

الاحتمالى للمتغير محل الدراسة ثم معاينته من هذا التوزيع بواسطة الارقام العشوائية ويمكن استخدام هذه الطريقة لحل مجموعة مشاكل مختلفة مثل :

١ ـ المشاكل التى تحتوى على بعض العمليات الاحتمالية ومحاكاة البيانات القائمة على توزيعات احتمالية ٠

٢ ـ المشاكل الرياضية المحددة والتى لا يمكن حلها بسهولة بطرق محددة وتكون الحلول التقريبية ممكنة بمحاكاة عملية احتمالية تلبى دالة التوزيع المتجمعة ٠

ونوضح فى المثال الاتى كيفية استخدام الارقام العشوائية بأسلوب مونت كارلو كما يتضح فى النقاط الخمس الاتية :

الخطوة الاولى :

نحصل على توزيع احتمالى لكل متغير احتمالى والذى يجب تحليله ويمكن ان يكون التوزيع الاحتمالى منفصلا Discrete أو متصلا Continuous ونحصل عليه من معاينة العملية الحقيقية ومن البيانات التاريخية والتنبؤ القائم على الخبرة كما يمكن ان تكون التوزيعات تجريبية او ممثلة بتوزيعات معروفة مثل توزيع بواسون او التوزيع الاسى او التوزيع العادى وسنطبق على التوزيع الاحتمالى الموضح فى العمود الثانى من الجدول رقم (١) والمصور فى الرسم رقم (أ) او بمعنى آخر سنطبق على متغير احتمالى واحد (مصنع ينتج كراسى محاور للترسانات مع توضيح الطلب اليومى للترسانات)٠

الطلب اليومى بالوحدات د (١)	التوزيع الاحتمالى ب (د) (٢)	التوزيع الاحتمالى المتجمع ب ≥ (الطلب د) (٣)	الارقام العشوائية (٤)
١٠٠	٢٠ر٠	٢٠ر٠	٠ ـ ١٩
١١٠	٥٠ر٠	٧٠ر٠	٢٠ ـ ٦٩
١٢٠	٣٠ر٠	٠٠ر١	٧٠ ـ ٩٩

الخطوة الثانية :

نكون توزيع احتمالى متجمع مناظر لكل توزيع احتمالى تم اختياره للتحليل فى الخطوة الاولى ويمكن ان يكون التوزيع الاحتمالى المتجمع اقل من او يساوى او اكبر من او يساوى

وواضح ذلك فى العمود الثالث من الجدول السابق ومن الرسم البيانى (ب) التوزيع المتجمع ب ≥ (الطلب د)للمتغير الاحتمالى (الطلب اليومى) ٠

<u>الخطوة الثالثة :</u>

نخصص فئات مناسبة للارقام العشوائية لتمثل كل قيمة او مدى قيم للمتغير (المتغيرات) العشوائية التى تم اختيارها فى الخطوة الاولى ولهذا يجب تقرير المدى الكلى للارقام العشوائية ثم تقسم المدى الى اقسام مناسبة بحيث يناظر كل قسم عائدا موحدا وبحيث يرتبط كل قسم بجزء من العائد الموحد المناظر ويمكن ان يكون مدى الارقام من صفر الى ٩٩ اذا حددنا الاحتمالات فى ارقام احادية ٩٩٩ و ٥٥٥ ومن المدى المختار فان تتابع الاحاد العشوائية الذى يخصص لعائد موحد يناظر بالظبط للجزء من هذا العائد ٠ ونظرا لان الطلب اليومى بالجدول السابق لعدد ١٠٠ وحدة من كراسى المحاور يحدث ٢٥٪ فقط من الوقت لهذا نخصص ٢٠ عدد عشوائى لهذا العائد أى (١٩ ــ ٥٥) وبالمثل نخصص ٥٠ عدد عشوائى للطلب اليومى ١١٠ وحدة (٢٠ ــ ٦٩) كما نخصص ٣٠ عدد للطلب اليومى ١٢٠ وحدة (٧٠ ــ ٩٩) كما يتضح من العمود الرابع بالجدول السابق ٠

<u>الخطوة الرابعة :</u>

القيام بتجربة المحاكاة (بناء النموذج) باستخدام المعاينة العشوائية ويكون ذلك من ثلاثة اجزاء (بغرض ان مصنع كراسى المحاور يعمل خمسة ايام فى الاسبوع) :

١ ــ نفرض ان المبيعات اليومية مساوية للطلب اليومى ٠

٢ ــ نفرض ان عائد كل كرسى هو ٢٥ وحدة نقدية ٠

٣ ــ نفرض ان الهدف هو التنبؤ بعائد الارباح للاسبوع باستخدام المحاكاة ٠

ولهذا يستلزم الامر استخدام الصياغة الرياضية الاتية :

$$\text{متوسط الربح الاسبوعى} = \frac{\text{٥ يوم}}{\text{اسبوع}} \times \text{الطلب اليومى المتوقع} \times ٢٥ \qquad (١)$$

ثم نختار ارقاما عشوائية لتحويلها الى قيم موحدة للمتغير الاحتمالى ثم نحول الرقم العشوائى الى قيم موحدة للمتغير تحت الدراسة بحيث يناظر كل رقم عشوائى قيمة

موحدة من العملية الاحتمالية كما يتضح من العمود الرابع بالجدول السابق • ومن الرسم (ب) • وكما نختار الرقم العشوائي ندخل التوزيع الاحتمالي المتجمع من الاحداث الرأسي لكي نحصل على طلب يومي موحد على الاحداث الاتى فاذا اخذنا عينة من عشرة ارقام عشوائية (أي اننا نحاكي طلبا يوميا من اسبوعين) من جدول الارقام العشوائية ويوضح الجدول الاتى (جدول رقم ٢) فئات الارقام العشوائية ونبدأ المحاكاة من اعلى العمود الاول ثم نتحرك الى اسفل رأسيا ويوضح الجدول رقم (٣) نتيجة العينات العشوائية •

ويلاحظ ان نتيجة الارقام العشوائية العشرة فى العمود الاول للجدول رقم (٣) تمثل نتيجة العينات العشرة وكل رقم عشوائي هنا هو عينة من الطلب اليومي ليوم محدد. وهذه المبيعات اليومية المحاكاة مبينة فى العمود الثانى من الجدول الثالث • ويستلزم الامر شرح الجدول الاخير ومنه نلاحظ ان الرقم العشوائي الاول هو ٣١ وهذا يعني ان العينة الاولى تقع بين ٢٠ — ٦٩ ومن ثم فان الوحدات المباعة والمحاكاة فى اليوم الاول هى ١١٠ وحدة كما ان الرقم العشوائي الثانى ٧٠ ويعنى ذلك ان الوحدات المباعة المحاكاة فى اليوم الثانى هى ١٢٠ وبالمثل فباستخدام الجدول رقم (١) فان كل رقم عشوائي مختار موضح فى الجدول الثالث يمكن تحويله الى طلب يومي موحد (وحدات مباعة) ليوم محدد •

ثم نضع هذه القيم المحاكاة فى الصياغة الرياضية ونحسب القيم العددية لمعيار التغيير وواضح من الجدول الاخير ان الطلب اليومي المتوقع للاسبوع الاول يساوى ١١٤ وحدة وأن الطلب اليومي المتوقع للاسبوع الثانى يساوى ١١٠ وحدة ويمكننا الان وضع هذه القيم المحاكاة فى النموذج الرياضي باستخدام المعادلة رقم (١) حيث (ر) للاسبوع الاول تساوى ١٫٢٥ (١١٤) = ١٤٢٫٥ والاسبوع الثانى تساوى ١٫٢٥ (١١٠) = ١٣٧٫٥ •

الخطوة الخامسة :

ندرس التوزيع (التوزيعات) الاحتمالى المحاكى للاستخدام فى تقدير المعلمات وعلى سبيل المثال فان توزيع الربح المحاكى يمكن استخدامه لدراسة نمط الارباح وللحصول على تقدير الوسيط والانحراف المعيارى للربح •

جدول رقم (٢)

الرقم العشوائى	الطلب اليومى (الوحدات المباعة)
الاسبوع الاول	
٣١	١١٠
٧٠	١٢٠
٥٣	١١٠
٨٦	١٢٠
٦٢	١١٠
	الطلب اليومى المتوقع يساوى وحدة
الاسبوع الثانى	
٧٨	١٢٠
٢٦	١١٠
٦٤	١١٠
٤٥	١١٠
١٢	١٠٠
	الطلب المتوقع يساوى وحدة

جدول رقم (٣)

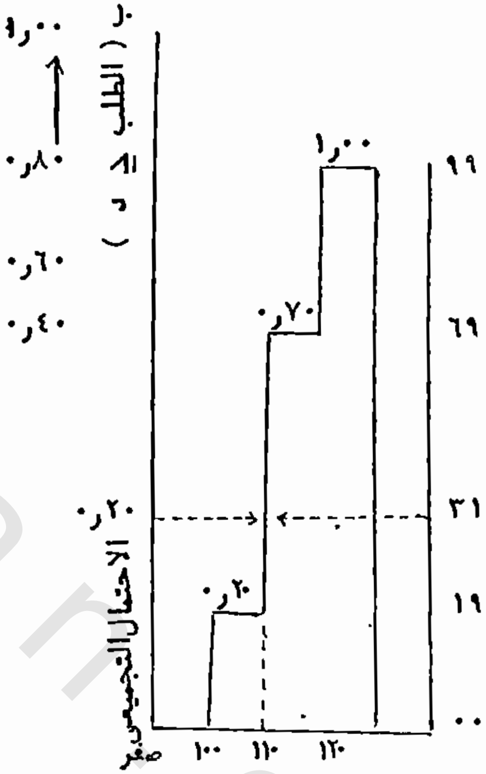
٣١	٢٨	١٨	١٠	٢٣	٢٢	٦٤	٤٧	٦٤	٥٥	٢٠	٠٨	٧٣	٥٨	٢٣	٦٨	١٥	٠٥	٩٨	٠٢	٦٥	٤٩	٥٥	٠١	٤٤
٧٠	٥٧	٦٧	٢٣	٥٠	٩٦	٧١	٩٠	٥٤	٩٧	٣٨	٥١	٥٢	٦٨	٠٥	٤٨	٦٥	٤١	٢٠	٦٨	٨١	٧٥	٦٠	٣٨	٤٩
٥٣	٦٠	١٦	٦١	٣٠	٥٨	٣٥	٢١	٧٥	٦٤	٥١	٩١	١٦	٢١	١٧	٣٩	٧٨	٠٧	٦٦	١٥	٥٦	٢٣	٥٧	١٥	٥٧
٨٦	١٧	٧١	٤٧	٠٩	٠٨	٩٠	٥٩	٠٦	٠٤	٥٩	٨٧	٠٢	٨٨	٨٠	٦٤	٨٦	٧٥	٥٤	٥٦	٩٦	١١	٣٥	٨٠	٩٧
٣٢	٦٤	٤٣	٢٥	٩٩	١٦	٣٠	٥٤	٧٣	٥٣	٦٣	٧٢	٢٢	٩٧	١٢	٦٠	٧٧	٩٠	٨٦	٦٩	٣٧	٧٠	٨٢	٣٦	٤٨
٧٨	٢٠	٦٨	٣٩	٠٦	٤٣	٩٠	١٦	١٠	٢٨	٠٣	٢١	٦٠	٠٠	٧٤	٧٨	١١	٩٧	٧٤	٠٠	٤٧	٩١	١٥	٠٣	٦٣
٢٦	٢٧	٤٧	٣٤	٨٧	٩٧	٢٨	٦٣	٢٠	٠٤	٦١	٨٤	٤٩	٩٧	٣٧	٤٦	١٧	٦٧	٧٧	٧٥	٨٣	٦٧	٤٧	٠٣	١٨
٦٤	٥٨	٢٤	٣٥	٥٢	٣١	٩١	٢٢	٦٢	٨٣	١٩	٢٨	٥٠	٢٢	٦٤	٥٤	٤٢	٦٧	٦٠	٧٤	٩١	١٧	٣٦	٧٢	١٠
٤٥	٦١	١٩	٧٠	٠١	٧٦	٧٢	٢٢	٧٠	٨٢	٨٨	١٦	٧٢	٨٨	٨٠	٩٧	١٩	٤٦	٧٣	٥٩	١١	٠١	٦٢	٧٨	١٦
١٢	٣٠	٩٧	٦٨	٧٢	٨١	٣٢	٩٠	٥٢	٠٤	٢٠	٦٩	٣١	٢٤	٩٢	٥٢	٧٤	٢٦	٤٧	٢٩	٨٥	٧٧	٨٣	٠٦	٧٠
٩٩	٢٣	٩٢	٩٨	٤٧	٥٠	٠٢	٨٥	٠٤	٢٣	٦٢	٩٤	٥٧	٨٩	٧٢	٥٩	٥٤	٣١	٧٥	٨٩	٦٧	١٧	٧٧	٢٥	٠٠
٥٢	٤١	٠٣	٣٧	٨٥	٩١	٧٦	٢٢	٥٥	٦٢	٤٦	٤٨	١٧	٦٥	٣٨	٧٠	٧٤	٨٥	٧١	٢٨	٨٥	٢٣	٩٢	٩٥	٠٤
٤٣	٤٧	٣٥	٠٤	٦٦	٩٥	٥١	١٩	٣٦	٢٢	٨٣	٠٩	٨٢	٥٥	٧٣	٠٦	٨٣	٥٩	٢٣	٩٩	٠٩	٠٦	٣٧	٩٠	٠٥
٨٤	٤٨	٦٠	٠٥	٧٢	١٠	٦٤	٥٨	٠٠	١٣	٩٠	٨٣	٧٦	٢٠	٦٣	٣٩	٢٠	٧٢	١٩	٧١	٩٤	٣٤	٤٩	٤٨	٦٨
٣٨	١٩	٩١	٣٨	٧٠	٥٩	٥٤	١٤	٩١	٢٦	٢٠	٣٨	٩٩	٠٨	٢٥	٤٦	٦٥	٩٧	١٦	١١	٩١	٧٥	٦٤	١٥	٧٦
٤٠	٠٧	٢٧	٠٩	١٧	٦٩	٠٢	٨٧	٩٨	١٠	٤٧	٣٤	١٨	٢٠	٥٨	٧١	٧٤	١٧	٣٢	٢٣	٩٣	٩٢	٣٥	٥٥	٨٧
١٩	٩٠	٦٩	٦٤	٦٥	٥١	١٧	٦٣	٣٥	٨٧	٤٦	٠٢	٧١	٢٨	٢٧	٤٧	٢٠	٠٧	٩٢	٠٠	٢٨	٠٥	١٦	٩٦	١٠
٨٧	٠٢	٢٢	٣٨	٤٥	٦٢	٨١	٣٨	٣٠	٨٦	١٩	١٨	٣٧	٤٤	٩٩	٠٢	٠٠	١٨	٣٨	٤٧	٣٨	٤٧	٢٩	١٠	٧٧
٨٣	٥٧	٨٢	٣٧	٠٢	٤٧	٣٨	٨٢	٠٢	٤٧	٨٣	٣٧	٢٩	٣٧	١٩	٢٨	١٩	٩٢	٧٢	٨٢	٦٢	٢٨	١٩	٠٣	٧٢
٧٣	٢٨	٦٤	١٩	٣٧	٢٨	٢٦	٢٨	٢٩	٠٩	٠٠	٧٢	١٨	٣٦	٨١	٣٦	٤٦	٧٧	١٨	٢٣	٧٧	١٩	٠١	٣٩	٥٦
٨٤	٢٩	٣٦	٤٤	٩١	١١	٣٩	٩٢	٩٢	٦٣	٨٢	١٦	٣٧	٢٨	٤٦	٢٨	٩٣	٧٤	٩٢	٠١	٠٣	٩٥	٦٨	٨٢	٩٩
٢٩	٨٣	٨٠	٣٠	٨٤	٨٢	١٩	٣٦	٦٣	٩٢	٤٠	٩٢	٣٨	٦٧	٧٢	٣٨	١٩	١٢	٩٩	٠٣	٠٠	٠١	٧٢	٨٩	٢٧
٠٩	٥٨	٢٧	٣٤	٣٣	١٩	١٦	٦٨	٣٩	٤٣	١٣	٣٤	١٣	٨٢	١٩	٧٥	٥٠	٦٥	١١	١٥	٣٣	٢٧	٤٣	٤٩	٦٣
٠٢	٤١	٠٩	٦٠	٢١	٤٥	٦٢	٣٨	٩٧	٤٢	٨٤	١٨	٤٢	٦١	٠٨	٨٣	٩٨	٢٣	٠٩	٥٥	٨٠	٥١	٢٥	٥٩	٤٦

٢٠ ١٣ ٥٩ ٩٧ ٩١ ٦٨ ٥٨ ٣٨ ١٨ ٣٨ ٠٠ ٠٣ ٥٢ ٤٣ ٩٣ ١٥ ١٢ ١٨ ٨٢ ٥٠ ٠٦ ٥٣ ٧١ ١٥ ١١

٥٤ ٥٥ ١٣ ٢٠ ٧٠ ٣٣ ٨٢ ٢٨ ٢٤ ٦٦ ٠٤ ٢٢ ٩٩ ٦٦ ٦٤ ٣٨ ٠٥ ٧١ ٩٠ ٠٨ ٢٣ ١٦ ٣٣ ٨٥ ٦٨
٥٧ ٦٨ ٦١ ٣٧ ٣٠ ٩٤ ٨١ ٢١ ٨٤ ٨١ ٤٨ ٦٤ ٤٥ ٦٩ ٣٢ ٩٨ ٠٩ ٧٤ ٥٩ ٣٧ ١٩ ٠٦ ٥٦ ٩٨ ٠٢
٠٠ ١٦ ٤٥ ٨٤ ١٨ ٣٣ ٣٨ ٣٧ ٣٩ ٩٧ ٩٨ ٧٦ ٧٨ ٦٣ ٩٨ ٤٠ ٥٨ ٧٣ ٥٨ ٥٤ ٢١ ٠٢ ٢٩ ٦٢ ٦٩
٨٣ ٢٨ ٨٢ ٣٦ ٩١ ٠٩ ٨١ ٢٤ ٥٥ ٢١ ٥٧ ٢٢ ٩٢ ٥٠ ٤٩ ٢٠ ٣٥ ٤٦ ٦١ ٩٧ ٨٥ ٦٢ ٠٨ ٦٢ ٨٨
٩٥ ١٤ ٨٠ ٦٥ ٥٣ ٣٤ ٧٩ ٧٥ ٣٢ ٥٤ ٧٠ ٦٨ ٤٦ ٩٣ ٤٥ ٠٤ ٩٣ ٠٢ ٨٤ ٤٠ ١٢ ٣٣ ٢٩ ٠٩ ١٤

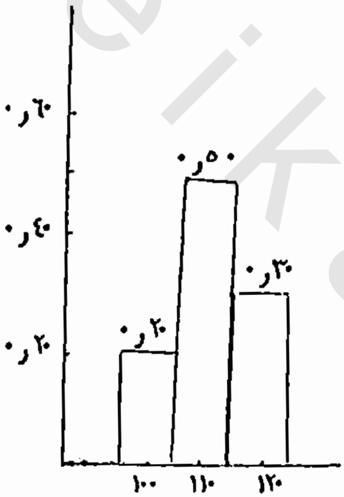
٧٨ ٤٠ ٢٩ ٩٢ ٢١ ٢٠ ٦٣ ٤٦ ١٦ ٤٥ ٤١ ٤٤ ٦٦ ٨٧ ٢٦ ٧٨ ٣٦ ٥٧ ٠٣ ٢٨ ٧٧ ١٠ ٠٧ ٨٩ ٨٥
٨٠ ٦٢ ٧٤ ٦٤ ٢٦ ٢٣ ٥٧ ٩٩ ٨٤ ٥١ ٢٩ ٤١ ١١ ٦٦ ٣٠ ٤١ ٤٠ ٩٧ ١٥ ٧٢ ٣١ ١١ ٤٢ ٥٩ ٤٦
٢٣ ٠٨ ٨٧ ٢٣ ٩٠ ٦٩ ٦٥ ٠٧ ٣٩ ٨٥ ٩٦ ٦٢ ٧٤ ٧٥ ٩٠ ٧٠ ٠٤ ١٠ ٨٦ ٢٣ ٢١ ٨٨ ٧٥ ٣٥ ٩٧
٣١ ٢٦ ٦٥ ٠٨ ٣٦ ٠٨ ٣٠ ٢٢ ٦٨ ٢٧ ٩٢ ٠٦ ٦٩ ٧٧ ١٦ ١٤ ٨٤ ٣٤ ٣٦ ٢٣ ٤٣ ٦٣ ٢٨ ٣٦ ٥١
٧٢ ٧٠ ٨١ ٦٨ ١٧ ٣١ ٥٤ ١٦ ٥٤ ٢٢ ٠٩ ٠٠ ٧٥ ٠٢ ٠٧ ٩١ ٩٣ ٧٢ ٩٣ ١٦ ٤٨ ٥٧ ٢٧ ٥٨ ٣٧

٩٠ ٨٨ ٢٢ ٩٢ ٤٩ ٥٦ ٨٥ ٨٩ ٦١ ٨٤ ٨٤ ١٩ ٣٢ ٥٦ ٥٤ ٨٥ ٢٨ ٨٣ ٧٩ ٤٠ ٠٤ ٣٠ ٤٦ ٢٩ ٢٤
٦٠ ١٤ ٢٥ ٦٨ ٦١ ٣٧ ٧٤ ٦٨ ٧٩ ٨٧ ١٠ ٦٧ ١٤ ٩٦ ٩٢ ٢٨ ٦٦ ٤٤ ٦٧ ٤٠ ٧٩ ٨٢ ٢٣ ٥٣ ٠٩
٣٤ ٥٦ ٨٢ ٠٠ ٩٣ ٤٧ ٢٩ ٤٧ ٥٨ ٢٩ ٠٢ ١٧ ٣٨ ٤٦ ٠٨ ٢٩ ٩٣ ٦٤ ٠٦ ٩٩ ٠٠ ١٦ ١٢ ٠٨ ١١
٨٢ ٣٦ ٩٢ ١٠ ٠٣ ٨٣ ٦٣ ٩٢ ٢٦ ٢٧ ٢٩ ٦٣ ٩١ ٧٣ ١٠ ١٠ ٣٩ ٢٨ ٨٤ ٨٢ ٩٢ ٦٢ ٩٠ ١١ ٨٨
١٩ ٧١ ٨٣ ٧٢ ٩٢ ٠١ ٩٤ ٧٢ ٣٩ ٤٩ ٥٩ ٩٢ ٧٢ ١٩ ٠٠ ٠٩ ١٨ ٣٨ ٧٢ ٣٩ ٠٣ ١٦ ٢٠ ٦٩ ١٦



← الطلب اليومى د بالوحدات

رسم (ب) يوضح التوزيع الاحتمالى المتجمع للطلب اليومى ٠



← الطلب اليومى د بالوحدات

رسم (أ) يوضح التوزيع الاحتمالى للطلب اليومى ٠