الفصل الخامس عشر

نظـــرية الصفوف

مقدمـــة :

تتحدد كفاءة انجاز عملية النقل البحرى فى جزء كبير منها بالتنسيق المشترك بين تشغيل اسطول النقل البحرى والموانى البحرية ،لذلك فان تناسب طاقة الاسطول وطاقة الميناء شرط ضرورى لضمان التنظيم المناسب لعملية النقل البحرى .

ويتم تحديد التناسب الملائم لتطوير الاسطول والميناء بالطرق المرشدة لتوزيع الاستثمارات الرأسمالية ،ويعتبر هذا التحديد أحد المشاكل الهامة للتخطيط طويل المدى لقطاع النقل البحرى . وبتوضيح اكثر فان عدد الارصفة غير الكافية بالميناء وضآلة اعمال الشحن والتفريغ لكل رصيف من الارصفة يزيد من فترة مكوث السفن فى الموانى ويزيد من عددها بالتالى مما يضخم تكلفة التشغيل للاسطول خلال فترة تواجده بالميناء .

ومن جهة اخرى فان زيادة عدد الارصفة ورفع كثافة اعمال الشحن والتفريغ عليها يؤدى الى زيادة تكلفة الاستثمار والتشغيل للميناء . ومن الطبيعى فللوصول الى حجم معلوم لاعمال الميناء (حجم ونوع البضائع المتداولة) المحددة للكمية المتداولة عن فترة زمن السفن فان هذه الزيادة فى التكلفة للميناء يكون لها حدود معينة .

وفى ظل معرفة حجم البضائع ونوعها يمكن حل المشكلة بطريقة اختيار هذا النوع (عدد الارصفة ــ كثافة اعمال الشحن والتفريغ على الارصفة) والتى فى ظلها نصل الى اقل مجموع لتكلفة تشغيل الاسطول اثناء تواجده بالميناء مضافا الى هذه التكلفة تكلفة تشغيل الميناء نفسه . وبهذه الطريقة فان المشكلة الاساسية تكون الوصول الى الطاقة المثلى للارصفة او الارصفة المتعددة لحجم معين من العمل وفترة الزمن .

وبجانب المشاكل السابق ذكرها توجد بعض المشاكل الخاصة مثل مشكلة تشغيل بعض معدات الشحن والتفريغ واختيار نوعيات العمال بالميناء ويعتبر حل هذه المشاكل جزءاً من المشاكل الرئيسية وعلى كل فان مشكلة التطوير المتكامل للاسطول والموانى تلقى عناية كبيرة من جانب المسئولين بقطاع النقل البحرى لكثير من الدول .

وتعالج نظرية الصفوف الجوانب الكمية لهذه العمليات ،وهدف هذه النظريــة اعداد طرق رياضية للبحث عن الخصائص الاساسية لعمليات الخدمة داخل المينـاء وتقييم نوعيـة الخدمة الوظيفية للنظام System •

ويضم كل نظام خدمة واحدا او اكثر من الوحدات الخادمة والتى تسمى قنـاة Channel او قناة الخدمة Service Channel او جهاز الخدمـة Service apparatus .

ونظام الخدمة قد يكون واحدا (قناة خدمة واحدة) او قنوات متعددة • وبالنسبة للموانى البحرية يكون جهاز الخدمة رصيف Queue او عدة ارصفة Queues .

وتتكون مراحل الخدمة فى تحقيق تيارات الطلب الداخلة فى الميناء او بمعنـى اخر تجهيز السفن بالميناء • وتيار الطلب هنا هو تيار السفن ويسمى التيار الداخـل • وهذا التيار بصفة عامة يصل فى لحظات زمن عشوائية ويمكن تمثيل تيار السفن التى تصل الميناء بالرسم الاتى :

الاتجاه الاول		↙				↙			↙	↙	↙		↙	↙	↙
الاتجاه الثانى						↙					↙			↙	
الاتجاه الثالث	↙		↙		↙			↙			↙			↙	
الاتجاه الرابع		↙			↙	↙	↙	↙		↙	↙	↙	↙	↙	↙
وصول السفن للميناء	↙	↙↙	↙		↙↙	↙↙↙	↙	↙↙	↙	↙↙	↙↙↙↙	↙	↙↙	↙↙↙↙	↙↙

والمشكلة الرئيسية لنظرية صفوف الانتظار هى تحديد امكانية التتابع بين التيارات الداخلة وطاقة القناة (الرصيف) وعدد الارصفة ونوعيات الخدمات • وبالنسبة لنوعية الخدمات قد تقاس بمؤشرات مختلفة مثل متوسط زمن انتظار الطلب (السفينة) لبداية الخدمة ومتوسط طول الطابور والمتوسط المئوى لرفض الخدمة ••• الخ •

ومن ناحية اخرى فان نوعية النظم الوظيفية للخدمة يمكن تقييمها بالمؤشرات الاتية على سبيل المثال : معامل التشغيل بالزمن للاجهزة الخادمة (الارصفة) او ما يطلق عليها معدل زمن خدمة السفن او عدد السفن التى يتم خدمتها فى وحدة الزمن ساعة او يوم مثلا ،ومعامل التعطل للاجهزة الخادمة (الارصفة) ومتوسط زمن التعطل لهذه الاجهزة ومتوسط عدد الارصفة المعطلة ••• الخ •

وبالنسبة للعلاقة بسلوم الطلبات (السفن فان الطلبات الداخلة فى النظام فى لحظة اذا كانت كل القنوات مشغولة ،فان نظام الخدمة يقسم الى نوعين رئيسيين :

١ — نظام رفض الخدمة وهنا فان الطلب الداخل فى الخدمة فى لحظة لا ينتظر خلو احد هذه القنوات عندما تكون كل القنوات مشغولة ويترك النظام ولا يخدم وتعالج نماذج رفض الخدمة مثل هذا النوع •

٢ — نظام الانتظار فى الطابور لحين خلو أحد الاجهزة الخادمة ثم يخدم الطلب بعد ذلك ويطلق على هذا النظام نظام الانتظار •

وقد تكون اجهزة الخدمة محددة Finite رصيف واحد او عدة ارصفة ، وقد تكون غير محددة infinite وتيارات طلب محددة او غير محددة • وعند وجود اعداد قنوات خدمة غير محددة وتيارات طلب غير محددة يفهم عادة وجود عدد كاف كبير جدا •

وترقم الاجهزة الخادمة (الارصفة) بأرقام كما ترقم الطلبات (السفن) ايضا ، فاذا كان الرصيف رقم (١) مشغول فان السفينة تحول الى الرصيف رقم (٢) وهكذا (بالنسبة لارصفة البضائع العامة) • وقد تختلف الخدمة حسب ترتيب الاولوية ، اى أن بعض السفن يكون لها الحق فى الخدمة خارج الطابور حيث تنتظر السفينة نهاية خدمة السفينة السابقة (الطلب السابق) • ويمكن ان يكون عدد اجهزة الخدمة محددا finite او غير محدد infinite ومثال للخدمة خارج صف انتظار للسفن

الخطية Liners التى تعمل حسب جداول ابحار .

وفى حالة ما اذا كانت الخدمة تتم بنظام تتابع وصول السفن فان ما يصل أولا من السفن يخدم أولا ،ويتم ذلك فى غالبية الموانى .

وبالنسبة للبيانات اللازمة لاستخدام نظرية الصفوف فهى على سبيل المثال ما يلى :

١ — عدد قنوات الخدمة (الارصفة).
٢ — العدد العام للطلبات (السفن) التى تحتاج الى خدمة .
٣ — معدلات زمن الخدمة والانتظار.

ويحتاج استخدام نظرية الصفوف الى معرفة قوانين توزيع التيار الداخل (السفن التى تصل للميناء) وقانون توزيع زمن الخدمة ،وكما هو معروف فان عملية وصول السفن للميناء تتم بدون انتظام ،حيث يختلف الزمن بين دخول سفينة ودخول سفن اخرى بسبب عوامل مختلفة اذ يتم تجهيز سفن من نوعيات مختلفة ،ولهذا فان الاختلاف فى الصفات التشغيلية للسفن والظروف الملاحية يؤديان الى اختلاف زمن دورة السفن الذى يختلف من خط الى خط ومن رحلة الى اخرى مما يؤثر على كثافة وصول السفن للميناء وهذا الاختلاف له صفة عشوائية ،بمعنى ان وصول السفن للميناء يكون له صفة عشوائية ،وبالتالى فان زمن وصول السفن للميناء يكون احتماليا ،وبجانب الاختلاف فى زمن وصول السفن للميناء فان زمن خدمة السفن على الارصفة يكون مختلفا .

ويعتمد زمن تواجد السفينة بالميناء على عوامل كثيرة منها :

١ — الصفات التشغيلية للسفينة (الحمولة — عدد فتحات العنابر — درجة السفينة — معدل الشحن والتفريغ ... الخ).

٢ — التجهيزات الفنية للرصيف .

٣ — عدد ونوعية العاملين بالميناء .

٤ — المستوى التنظيمى والفنى لعمليات الشحن والتفريغ والتخزين .

٥ — الظروف الجوية .

ويؤدى ذلك الى اختلاف زمن مكوث السفينة بالميناء لعمليات الشحن والتفريغ ونتيجة لذلك يكون هذا الزمن عشوائيا random يجعل وصول السفن الى الميناء

غير منتظم ،وينتج عن ذلك تكدس بالميناء مما ينتج عنه صف انتظار Waiting Line .

ونلخص فيما يلى مكونات نظام الصف وتتكون المكونات من :

١ ـ مصدر مدخلات input source أو مجتمع الطلب Calling Population أو الطلب على تسهيلات الخدمة Service facilities .

ومصدر البيانات قد يكون على اساس حجم المجتمع Size of Population وقد يكون المجتمع محدود finite او غير محدود infinite كما قد يكون مصدر المدخلات على اساس حجم الوصول وقد يكون الوصول مفردا Single او عبارة عن مجموعة من السفن batch تصل فى لحظة زمن معينة ،كما قد يكون مصدر المدخلات على اساس توزيع الوصول مثل توزيع بواسون Poisson Distribution أو التوزيع الاسى Exponential Distribution .

وقد يكون نظام وصول السفن ثابتا Constant عشوائيا Random ويعنى التوزيع العشوائى ان فترات وصول السفن لا يمكن التنبؤ بها بدقة .

٢ ـ نظام الخدمة على الرصيف : قد يكون نظام الخدمة من محطة واحدة (رصيف واحد) او من محطات متعددة ،كما قد يكون طول الرصيف محددا finite او غير محدد infinite ،بمعنى ذلك انه بالاعتماد على طبيعة عملية الخدمة يمكن تقسيم الخدمة من حيث تكوين القنوات الى قناة واحدة Single Channel او الى قنوات متعددة Multiple Channels .

ونظام الخدمة على الرصيف يشير الى القواعد التى تتبعها هيئة الميناء وتطبقها عند وصول الصفن ،وقد تكون هناك افضليات للنظام Priority discipline على اساس ان ما يصل اولا يخدم اولا First come first served او ما يصل أخيرا يخدم اولا Last come first served.

ويتطلب التطبيق العملى لنظرية الصفوف دراسة رياضية لعمليتين هما :

١ ـ عملية زمن وصول السفن Interarrival Times

٢ ـ عملية زمن خدمة السفن Service Time

<u>التوزيعات الاحتمالية لزمن وصول السفينة للميناء وزمن خدمتها :</u>

تخضع عملية وصول السفن الى الميناء فى حالات كثيرة لتوزيع بواسون Poisson Distribution الاتى :

$$\text{ب}_{\text{ك}}(\text{ت}) = \frac{(\text{ق ت})^{\text{ك}}}{\text{ك}\,!}\ \text{أ}^{-\text{ق ت}} \qquad (١)$$

ب ك(ت) — احتمال وصول عدد (ك) من السفن الى الميناء فى الزمن (ت) .

ق — متوسط عدد السفن التى تصل الى الميناء فى اليوم (التوقع الرياضى) القيمة المتوسطة اليومية لكثافة وصول السفن ، وهذه العلاقة تسمح بتحديد تيار السفن الذى يصل الى الميناء ، وتوضح نتيجة الابحاث الاحصائية ان زمن الخدمة (ت) كمقدار عشوائى يكون له انحراف ملموس عن متوسط القيم الحسابية والتى يمكن ان تتبع قانون أرلانج للتوزيع Erlang Distribution

حيث : $$\phi(\text{ت}) = \frac{(\text{و ك})^{\text{ك}}}{(\text{ك} - ١)\,!}\ \text{ت}^{\text{ك}-١}\ \text{ع}^{-\text{و ك ت}} \qquad (٢)$$

ϕ (ت) — ترمز الى كثافة توزيع زمن الخدمة

و = $\frac{١}{\text{ت}_١}$ حيث ت$_١$ ترمز الى التوقع الرياضى لزمن الخدمة

ك = $\frac{\text{ت}_١^{٢}}{\delta^{٢}}$ حيث δ تمثل نسبة الوسط التربيعى ، وحيث (ك) عدد السفن وعند معاملات تغير ل = ١ فان توزيع زمن الخدمة يخضع للتوزيع الاسى Exponen- tial Distribution الاتى :

$$\text{ب}(\text{ت}_١ \leq \text{ت}) = ١ - \text{ع}^{-\text{ت}/\text{ت}_١} \qquad (٣)$$

حيث

ب(ت$_١$ ≤ ت) — احتمال ان زمن خدمة السفينة لا يتجاوز قيمة (ت) .

وتعتمد قيمة معامل التغير على متوسط زمن الخدمة التى توضح كثير من الابحاث انها تقع بين (٠,٣ — ٠,٧) بالرغم من انها فى حالات تكون ل = ١ .

وفى هذه الحالة فباستخدام التوزيع الاسى لزمن الخدمة حيث ل = ١ ووجود طابور غير محدد infinite للسفن يمكن ان تصل الى العلاقات الاتية :

احتمال وجود عدد (ك) من السفن فى وقت واحد من الخدمة : (ن ك) :

عندما تكون ك ≤ ن فان :

$$ب_ك = \frac{أ^ك}{ن!\, ن^{ك-ن}}\, ب_{صفر} \qquad (٤)$$

حيث :

أ ــ تعبر عن اقل عدد لازم من الارصفة المطلوبة لخدمة تيار السفن .

ن ــ عدد الارصفة .

وعندما تكون $١ \le ك \le ن$ فان :

$$ب_ك = \frac{أ^ك}{ك!}\, ب_{صفر} \qquad (٤ـ١)$$

كما انه عندما تكون ك = ن فان :

$$ب_ك = ب_ن = \frac{أ^ن}{ن!} = ب_{صفر} \qquad (٤ـ٢)$$

وحيث :

$ب_{صفر}$ ــ تشير الى احتمال ان تكون كل الارصفة خالية والتى تتحدد بالمعادلة الاتية :

$$ب_{صفر} = \frac{1}{\sum_{ك=صفر}^{ن-1} \frac{أ^ك}{ك!} + \frac{أ^ن}{(ن-1)!\,(ن-أ)}} \qquad (٥)$$

<u>احتمال ان تكون كل الارصفة مشغولة ولدينا عدد (ن) او اكثر من السفن (الطلبات) (ح) :</u>

$$ح = \frac{أ^ن}{(ن-1)!\,(ن-أ)}\, ب_{صفر} \qquad (٦)$$

<u>احتمال ان زمن الانتظار ($ت_٢$) لبداية الخدمة اى زمن المكوث فى الطابور اكبر من المعلوم ($ت_{صفر}$) :</u>

$$ب_ت = ب\left\{ت_٢ > ت_{صفر}\right\} = ح\, ع^{-(ن-أ)\frac{ت_{صفر}}{ت_١}} \qquad (٧)$$

<u>متوسط طول الطابور اى متوسط عدد السفن المنتظرة لبداية الخدمة ($ل_١$) :</u>

$$ل_١ = \frac{أ^{ن+1}}{(ن-أ)^٢}\, ب_ن \qquad (٨)$$

متوسط عدد السفن فى النظام بما فى ذلك السفن الموجودة فى الطابور وتحت الخدمة ($م_٢$) :

$$م_٢ = م_١ + أ \qquad (٩)$$

متوسط زمن الانتظار لبداية الخدمة ($ت_٢$) :

$$ت_١ = \frac{م_١}{ق} = \frac{أ^{ن}\ ت_١}{(ن - أ) \quad (ن - أ)\ (ن - ١)!\ \left[\sum_{ك = \text{صفر}}^{ن - ١} \frac{أ^{ك}}{ك!} + أ^{ن}\right]} \qquad (١٠)$$

متوسط عدد أجهزة الخدمة (الارصفة) الخالية ($م_٣$) :

$$م_٣ = \sum_{ك = \text{صفر}}^{ن - ١} \frac{ن - ك}{ك!}\ أ^{ك}\ ب_{\text{صفر}} \qquad (١١)$$

ويتحدد متوسط الزمن للسفينة فى انتظار بداية الخدمة بالمعادلة رقم (١٠) التى يمكن تبسيطها فى ظل قيود عدد الارصفة ،وعلى سبيل المثال بالنسبة لعدد الارصفة ١ ــ ٥ نأخذ الحالة الاتية :

	١	٢	٣
$\frac{ت_٢}{ت_١}$	$\frac{أ}{١ - أ}$	$\frac{أ^٢}{٤ - أ^٢}$	$\frac{أ^٣}{١٨ + ٦أ - أ^٢ - أ^٣}$

	٤	٥
$\frac{ت_١}{ت_٢}$	$\frac{أ^٤}{٩٦ + ٤٨أ + ٦أ^٢ - ٢أ^٣ - أ^٤}$	$\frac{أ^٥}{٦٠٠ + ٣٦٠أ + ٨٤أ^٢ + ٤أ^٣ - ٣أ^٤ - أ^٥}$

وبالنسبة لقوانين التوزيع الاخرى لزمن الخدمة يكون لدينا حل تحليلى بالنسبة لنظام قناة واحدة فى المعادلة رقم (١٠) والتى يكون فيها معامل التصحيح $س = \frac{١ + ل^٢}{٢}$ وكذلك بالنسبة للزمن المعيارى للخدمة (ل = صفر) يكون معامل التصحيح ($س = \frac{١}{٢}$) .

ولا يتناول تنظيم العملية فقط المعامل (س) لزمن خدمة الطلب (السفينـــــة) ولكنه يتناول ايضا تنظيم التيار ،وعلى سبيل المثال اذا رمزنا (م) للعدد الاقصـــى للطلبات فى الطابور وبالرمز ط $\leq$ م + ن للعدد العام للطلبات فى النظام ،فيصبح احتمال الرفض (ب ط) كالاتى :

$$\text{ب}_{\text{ط}} = \frac{\text{أ}^{\text{ن}+\text{م}}}{\text{ن}!\ \text{ن}^{\text{م}}}\ \text{ب}_{\text{صفر}} \qquad (١٢)$$

حيث :
$$\text{ب}_{\text{صفر}} = \frac{١}{\displaystyle\sum_{\text{ك}=\text{صفر}}^{\text{ن}-١} \frac{\text{أ}^{\text{ك}}}{\text{ك}!} + \frac{\text{أ}^{\text{ن}}}{\text{ن}!\left(١ - \frac{\text{أ}}{\text{ن}}\right)}\left[١ - \frac{\text{أ}^{\text{م}+١}}{\text{ن}^{\text{م}+١}}\right]} \qquad (١٣)$$

ب صفر ــ احتمال ان كل الارصفة خالية وتتحدد من المعادلة السابقة •

ــ احتمال ان يكون زمن الانتظار (ت ٢) اكبر من (ت) •

$$\text{ب}\left\{\text{ت}_٢ > \text{ت}\right\} = \frac{\text{ح}\ \text{أ}^{-\text{ن}\ \text{ت}/\text{ت}_٣}}{١ - \left(\frac{\text{أ}}{\text{ن}}\right)^{\text{م}+١}} \sum_{\text{ك}=\text{صفر}}^{\text{م}-١} \frac{\left(\text{ن}\ \text{ت}/\text{ت}_٣\right)^{\text{ك}}}{\text{ك}!}\left\{\frac{\text{أ}^{\text{ك}}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{أ}}{\text{ن}}\right)^{\text{م}}\right\} \qquad (١٤)$$

حيث :

ت ٣ ــ زمن عمليات الشحن والتفريغ •

ح ــ احتمال ان تكون كل الارصفة مشغولة وتتحدد من المعادلة الاتية :

$$\text{ح} = \text{ب}_{\text{ن}}\ \frac{١ - \left(\frac{\text{أ}}{\text{ن}}\right)^{\text{م}+١}}{١ - \frac{\text{أ}}{\text{ن}}} \qquad (١٥)$$

حيث :

ب ن ــ احتمال رفض الطلب عندما تكون (م = صفر) اى احتمال انه يوجد فـــى النظام ما يساوى (ن) طلب ،وحيث يمكن تحديد (ب ن) من المعادلة الاتية :

$$\text{ب}_{\text{ن}} = \frac{\text{أ}^{\text{ن}}}{\text{ن}!}\ \text{ب}_{\text{صفر}} \qquad (١٦)$$

متوسط زمن الانتظار لبداية الخدمة (ت ٢) •

$$\text{ت}_{٢} = \frac{\text{ن}^{\text{م}} - \text{أ}^{\text{م}} - \frac{\text{م}}{\text{ن}}(\text{ن}-\text{أ})\,\text{أ}^{\text{م}}}{\text{ن}^{\text{م}}(\text{ن}-\text{أ}) \quad (\text{ن}-١)\,!\,(\text{ن}-١)\displaystyle\sum_{\text{ك}=\text{صفر}}^{\text{ن}-١} \frac{\text{أ}^{-\text{ن}}}{\text{ك}} + ١ - \left(\frac{\text{أ}}{\text{ن}}\right)^{\text{م}+١}}$$

(١٧)

ويتحدد طول الطابور (م) من شرط انه من مجموع تيار الطلبات المرفوضة ($\text{ق}_{١}$) قد تكون بعددها والتى فى ظلها يضمن جزء من تيار الطلبات ($\text{ق}_{٢}$) الخدمة ولهذا يلزم تحقيق الشرط الاتى :

$$\text{ق}_{١}\ (١ - \text{ب ط}) \geqslant \text{ق}_{٢} \qquad (١٨)$$

حيث الجزء الايمن من هذا التباين عبارة عن الجزء من العدد العام للطلبات ($\text{ق}_{١}$) الذى سيتم خدمته كما انه اذا كانت (٣ ط) ترمز الى احتمال الرفض فان (١ ــ ب ط) تعنى احتمال ان الطلب سيخدم ،وبهذه الطريقة فان حجم الطابور يجب ان يتخذ بالطريقة التى تحقق الشرط الاتى :

$$\text{ب} \leqslant \frac{\text{ق}_{١} - \text{ق}_{٢}}{\text{ق}_{١}}$$

ويبدأ البرهان من شرط عدم وجود طابور (م = صفر) والذى تتحدد عنده قيمة (ب ط = ن) بالمعادلة رقم (١٢) او بالنسبة الى ن = ١، ٢، ٣ جهاز خدمة (رصيف) من المعادلة الواردة فى الجدول الاتى :

ن	١	٢	٣
ب ط = ن	$\frac{\text{أ}}{١ + \text{أ}}$	$\frac{\text{أ}^{٢}}{٢ + ٢\text{أ} + \text{أ}^{٢}}$	$\frac{\text{أ}^{٢}}{٦ + ٦\text{أ} + ٣\text{أ}^{٢} + \text{أ}^{٢}}$

ومن الشرط رقم (١٦) والشرط رقم (١٧) عندما تكون (م = صفر) نجمع اقل قيمة (م > صفر) والتى ستنجز فى ظلها ٠

واذا كانت ن = ١، ن = ٢ يكون الحساب كما فى الجدول الاتى :

	ن = ١	ن = ٢
م = ١	$\text{ب ط} = \frac{\text{أ}^{٢}}{\text{١ + أ + أ}^{٢}}$ $\text{ت}_{٢} = \frac{\text{(١ ـ أ) أ ت}_{١}}{\text{١ ـ أ}^{٣}}$	$\text{ب ط} = \frac{\text{أ}^{٢}}{\text{٤ + ٤أ + ٢أ}^{٢}\text{ + أ}^{٣}}$ $\text{ت}_{٢} = \frac{\text{(٢ ـ أ) أ}^{٢}\text{ ت}_{١}}{\text{٨ + ٤أ ـ أ}^{٤}}$
م = ٢	$\text{ب ط} = \frac{\text{أ}^{٢}}{\text{١ + أ + أ}^{٢}\text{ + أ}^{٣}}$ $\text{ت}_{٢} = \frac{\text{أ (١ + أ ـ ٢أ}^{٢}\text{) ت}_{١}}{\text{١ ـ أ}^{٤}}$	$\text{ب ط} = \frac{\text{أ}^{٤}}{\text{٨ ـ ٨أ + ٤أ}^{٢}\text{ + ٢أ}^{٣}\text{ + أ}^{٤}}$ $\text{ت}_{٢} = \frac{\text{٢أ}^{٢}\text{ (٢ + أ ـ أ}^{٢}\text{) ت}_{١}}{\text{١٦ + ٨أ ـ أ}^{٥}}$

وغالبا ما يخضع زمن الخدمة للتوزيع الاسى والذى تكون قيمة دالة توزيع زمن الخدمة عندما تكون ت > صفر كالاتى :

$$\text{ب(ت)} = \text{ب} \{ \text{ج} < \text{ت} \} = ١ - \text{أ}^{-\text{و ت}}$$

حيث :

ب { ج < ت } ـ ترمز الى احتمال ان زمن الخدمة (ج) سيكون اقل من القيمة (ت) .

ب { ج > ت } ـ احتمال ان زمن الخدمة (ج) سيكون اكبر من القيمة (ت) .

و ـ مقلوب متوسط زمن الخدمة (التوقع الرياضى) ـ اى ان زمن الخدمة يساوى $\frac{١}{\text{و}}$

نماذج القناة الواحدة (جهاز الخدمة رصيف واحد) Single-Service Models

بفرض انه يوجد لدينا رصيف واحد يخدم سفنا ترد الى الميناء ، ويخضع نظام وصولها لتوزيع بواسون وتكون هناك الحالات العملية الاتية التى تقابل ادارة الميناء .

الحالة الاولى : ترد الى الرصيف سفن من نوع واحد والشحنات متجانسة :

ونجد ذلك عمليا فى الارصفة المخصصة للشحنات السائلة ، وفى مثل هذه الحالة

يمكن ان يكون زمن التجهيز متساويا لكل السفن ويصبح :

متوسط زمن انتظار السفينة الواحدة فى الصف ($\text{ت}'_{١}$)

$$\text{ت}'_{١} = \frac{\dfrac{\text{د أ}_{٣}\ \text{ص}}{\text{ى}}}{٢\ \dfrac{١}{\text{ت}_{٢}\ \text{ك}}\left(\dfrac{١}{\text{ت}_{٢}\ \text{ك}} - \dfrac{\text{ى}}{\text{د أ}_{٣}\ \text{ص}}\right)} = \text{ت}_{٢}\ \text{ك}\ \frac{\text{ج}}{٢(١-\text{ج})} \qquad (٢٠)$$

كما يصبح متوسط زمن مكوث السفينة بحساب التعطل فى صف الانتظار

$$\text{ت}_{٣} = \text{ت}_{٢}\ \text{ك}\left[١ + \frac{\text{ج}}{٢(١-\text{ج})}\right] = \text{ت}_{٢}\ \text{ك}\ \text{ك}_{١} \qquad (٢١)$$

حيث :

ى ـ ترمز الى الحجم السنوى المنقول من بضائع متجانسة •

د ـ الحمولة الصافية للسفينة •

$\text{أ}_{٣}$ ـ معامل التحميل للسفينة •

$\text{ت}_{٢} = \dfrac{\text{د أ}_{٣}}{٢٤\ \text{م}} + \text{ت}_{٤}$ ـ زمن مكوث السفينة لعمليات الشحن والتفريغ والعمليات المساعدة •

م ـ ترمز الى معدلات الشحن سفينة / ساعة •

$\text{ت}_{٤}$ ـ زمن العمليات المساعدة للسفينة (زمن المناورة ـ التراكى على الرصيف ـ التموين ـ الاجراءات الادارية ••• الخ) •

$\text{ك} = ١ + \dfrac{\text{ص}_{١}}{\text{ص} - \text{ص}_{١}}$ ـ معامل تعطل السفينة بسبب عوامل جوية •

$\text{ص}_{١}$ ـ ترمز الى عدد الايام التى تسوء فيها الاحوال الجوية خلال فترة الابحار •

ص ـ زمن الابحار •

$\text{ج} = \dfrac{\text{ى}\ \text{ت}_{٢}\ \text{ك}}{\text{د أ}_{٣}\ \text{ص}}$ ـ معامل تشغيل الرصيف بالزمن •

$\text{ك}_{١}$ ـ معامل تعطل السفينة فى صف الانتظار •

ويمكن اختصار المعادلة رقم (٢٠) على النحو الاتى :

$$\text{ت}_{١} = \frac{\text{ق}}{٢\,\text{و}\,(\text{و} - \text{ق})}$$

حيث :

$$\text{ق} = \frac{\dfrac{\text{ى}}{\text{د أ}_{٣}}}{\text{ص}}$$

$$\text{و} = \frac{١}{\text{ت}_{٢}\,\text{ك}}$$

$$\text{ج} = \frac{\text{ق}}{\text{و}} = \frac{\dfrac{\dfrac{\text{ى}}{\text{د أ}_{٣}}}{\text{ص}}}{\dfrac{١}{\text{ت}_{٢}\,\text{ك}}} = \frac{\text{ى}\,\text{ت}_{٢}\,\text{ك}}{\text{د أ}_{٣}\,\text{ص}}$$

وعلى ذلك نحصل على : $\text{ج} = \dfrac{\text{ق}}{\text{و}} < ١$

<u>الحالة الثانية : يرد الى الرصيف سفن من نوع واحد وشحنات غير متجانسة :</u>

نلاحظ ان زمن مكوث السفينة فى الميناء يخضع للتوزيع الاسى ، وفى هذه الحالـــة فان متوسط زمن انتظار السفينة الواحدة بالصف يصبح كالاتى :

$$\text{ت}'_{١} = \frac{\dfrac{\text{ى}}{\text{د أ}_{٣}\,\text{ص}}}{\dfrac{١}{\text{ت}_{٢}\,\text{ك}}\left(\dfrac{١}{\text{ت}_{٢}\,\text{ك}} - \dfrac{\text{ى}}{\text{د أ}_{٣}\,\text{ص}}\right)} = \text{ت}'_{٢}\,\text{ك}\,\frac{\text{ج}}{١ - \text{ج}} \qquad (٢٢)$$

كما يصبح متوسط زمن مكوث السفينة بحساب التعطل فى صف الانتظار :

$$\text{ت}_{٣} = \text{ت}'_{٢}\,\text{ك}\left[١ + \frac{\text{ج}}{(١ - \text{ج})}\right] = \text{ت}'_{٢}\,\text{ك}\,\text{ك}_{١} \qquad (٢٣)$$

<u>الحالة الثالثة : يرد الى الرصيف سفن من نوعين بزمن تجهيز مختلف اختلافا ملموسا :</u>

ويمكن ان نرمز لمتوسط زمن تجهيز السفينة الاولى الى متوسط زمن تجهيز السفينة الثانية بالرمز (ث) حيث :

$$\text{ث} = \frac{\text{ت}_{٢}\ ١}{\text{ت}_{٢}\ ١١}$$

كما ان العدد العام للسفن الذى يخضع للتجهيز (ن) يساوى

$$\text{ن} = \text{ن}_{١} + \text{ن}_{١١}$$

حيث :

$\text{ن}_{١}$ ـ ترمز الى عدد السفن من النوع الاول .

$\text{ن}_{١١}$ ـ ترمز الى عدد السفن من النوع الثانى .

ومن ثم فان متوسط زمن انتظار السفينة من النوع الاول ($\text{ت}_{١١}$) يساوى

$$\text{ت}'_{١١} = \frac{\frac{١}{\text{ن}}\left(\frac{\text{ى}\,\text{ت}_{٢}\,\text{ك}}{\text{د}_{١}\,\text{أ}_{٣}\,\text{ص}_{١}}\right)^{٢}}{\frac{١}{\text{ن}}\cdot\frac{\text{ى}}{\text{د}\,\text{أ}\,٣\,\text{ص}}}\cdot\frac{١-(١-\text{ث})\frac{\text{ن}_{١١}}{\text{ن}}\cdot\frac{\text{ى}\,\text{ت}_{٢}\,\text{ك}_{١}}{(\text{د}_{١}\,\text{أ}_{٣}\,\text{ص}_{١})/\text{ت}_{٢}}}{\frac{\text{ى}\,\text{ت}_{٢}\,\text{ك}_{١}}{١-\frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}}\cdot\frac{\text{ى}\,\text{ت}_{٢}\,\text{ك}_{١}}{\text{د}_{١}\,\text{أ}_{٣}\,\text{ص}_{١}}\cdot\frac{\text{د}_{١}\,\text{أ}\,\text{ت}_{٣}\,\text{ص}_{١}}{\text{ث}}}}$$

$$= \text{ت}_{٢}\,\text{ك}_{١}\,\text{ج}\cdot\frac{١-(١-\text{ث})\cdot\frac{\text{ن}_{١١}}{\text{ن}}\cdot\frac{\text{ج}}{\text{ث}^{٢}}}{١-\frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}}\cdot\text{ج}-\frac{\text{ن}_{١١}}{\text{ن}}\cdot\frac{\text{ج}}{\text{ث}}} \qquad (٢٤)$$

كما يصبح متوسط زمن مكوث السفينة الواحدة من النوع الاول بحساب التعطل فى صـــف الانتظار ($\text{ت}'_{٣١}$) يساوى

$$\text{ت}'_{٣١} = \text{ت}_{٢}\,\text{ك}_{١}\left[١+\text{ج}\,\frac{١-(١-\text{ث})\cdot\frac{\text{ن}_{١١}}{\text{ن}}\cdot\frac{\text{ج}}{\text{ث}^{٢}}}{\left(١-\frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}}\cdot\text{ج}-\frac{\text{ن}_{١١}}{\text{ن}}\cdot\frac{\text{ج}}{\text{ث}}\right)}\right] = \text{ت}_{٢}\,\text{ك}_{١}\,\text{ك}_{١} \qquad (٢٥)$$

ن متوسط زمن انتظار السفينة الواحدة من النوع الثانى ($\text{ت}'_{١٢}$) كالاتى :

$$\text{ك}_{١١}\,\text{ج}\cdot\frac{١+(١-\text{ث})\,\frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}}\,\text{ج}}{\text{ث}\left(١-\frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}}\,\text{ج}\right)-\frac{\text{ن}_{١١}}{\text{ن}}\,\text{ج}} \qquad (٢٦)$$

ع متوسط زمن المكوث للسفينة الواحدة من النوع الثانى بحساب زمن التعطل فى صـف نظار ($\text{ت}_{٣١١}$) يساوى

$$\text{ت}'_{\text{٣}}\ \text{١١} = \text{ت}'_{\text{٢}}\ \text{١١}\ \text{ك} \left\{ 1 + \text{ج}\ \frac{1 + (\text{ث} - 1)\cdot \frac{\lambda_1}{\text{ن}} \cdot \text{ج}}{\text{ث}\left(1 - \frac{\lambda_1}{\text{ن}} \cdot \text{ج}\right) - \frac{\lambda_{11}}{\text{ن}} \cdot \text{ج}} \right\}$$

$$= \text{ت}'_{\text{٢}}\ \text{١١}\ \text{ك}\ \text{ك}_1\ \text{١١} \qquad (\text{٢٧})$$

ويصبح زمن مكوث اى سفينة فى الصف (ت َ ٥) يساوى

$$\text{ت}'_{\text{٥}} = \text{ت}'_{\text{٢}}\ \text{١}\ \text{ك}\ \text{ج}\ \frac{\frac{\lambda_1}{\text{ن}} + \frac{\lambda_{11}}{\text{ن}} + \frac{1}{\text{ث}^2}}{1 + \frac{3}{4}\ \frac{\lambda_1}{\text{ن}} - \frac{\lambda_{11}}{\text{ن}} \cdot \frac{\text{ج}}{\text{ث}}} \qquad (\text{٢٨})$$

ويصبح متوسط زمن مكوث هذه السفينة بحساب التعطل فى صف الانتظار (ت َ ٦)يساوى

$$\text{ت}'_{\text{٦}} = \left[1 + \text{ج}\ \frac{\frac{\lambda_1}{\text{ن}} + \frac{\lambda_{11}}{\text{ن}} \cdot \frac{1}{\text{ث}^2}}{\left(1 - \frac{\lambda_1}{\text{ن}} \cdot \text{ج} - \frac{\lambda_{11}}{\text{ن}} \cdot \frac{\text{ج}}{\text{ث}}\right)} \right]$$

$$= \text{ت}'_{\text{٢}}\ \text{١}\ \text{ك}\ \text{ك}_2 \qquad (\text{٢٩})$$

حيث :

ك $_2$ ــ ترمز الى معامل زمن انتظار السفينة فى صف الانتظار

فاذا كانت ت = ١ ، $\frac{\lambda_1}{\text{ن}}$ = ١ نحصل على المعادلة (٢٣) والمعادلة (٢٤)
كما ان تحليل المعادلات (٢٧ ــ ٣٠) يعطينا مؤشرا انه لكى نخفض زمن تعطل السفن فى صف الانتظار ، يجب ان نسعى الى تجهيز سفن من نوع واحد كذلك اذا كانت ث $\leq$ ١ ، ث > ١ يزداد زمن انتظار السفن فى الصف ٠

الحالة الرابعة : يرد الى الرصيف سفن من نوع واحد بحمولات غير متجانسة :

ولا يختلف متوسط زمن تجهيز السفينة اختلافا كبيرا ،ونستخدم التوزيع الاسى ويكون لجزء من سفن المجموعة الاولى ($\frac{\lambda_1}{\text{ن}}$) الحق فى الخدمة خارج الصف ، اما الجزء الاخر للمجموعة الثانية ويساوى ل ($\frac{\lambda_{11}}{\text{ن}}$) فيخدم خارج نطاق الصف ٠

ويلاحظ ان المجموعة الاولى للسفن يكون لها الحق فقط فى الخدمة خارج الطابور بالنسبة لسفن المجموعة الثانية ، وفى هذه الحالة فان متوسط زمن وجود السفينة الواحدة فى الطابور بالنسبة لسفن المجموعة (ت َ ١١) يصبح .

$$\text{ت}'_{11} = \frac{\frac{\text{ى}}{\text{د أ ص}}}{\frac{1}{\text{ت}'_2\,\text{ك}}\left(\frac{1}{\text{ت}'_2\,\text{ك}} - \frac{\text{ل}_1}{\text{ن}}\cdot\frac{\text{ى}}{\text{د أ}_3\,\text{ص}}\right)} =$$

$$= \text{ت}'_2\,\text{ك}\;\frac{\text{ج}}{\left(1 - \frac{\text{ل}_1}{\text{ن}}\cdot\text{ج}\right)} \qquad (٣٠)$$

كما يكون متوسط زمن مكوث السفينة الواحدة من سفن المجموعة الاولى بحساب التعطل فى الصف (ت َ ٣ ١) كالاتى :

$$\text{ت}'_{3\,1} = \text{ت}'_2\,\text{ك}\left[1 + \frac{\text{ج}}{1 - \frac{\text{ل}_1}{\text{ن}}\cdot\text{ج}}\right] = \text{ت}'_2\,\text{ك}\,\text{ك}_1 \qquad (٣١)$$

ويصبح متوسط زمن مكوث السفن الواحدة من سفن المجموعة الثانية فى الصف (ت ١ ١١)

$$\text{ت}'_{1\,11} = \text{ت}'_2\,\text{ك}\;\frac{\text{ج}}{(1 - \text{ج})\left(1 - \frac{\text{ل}_1}{\text{ن}}\,\text{ج}\right)} \qquad (٣٢)$$

ويكون متوسط زمن مكوث السفينة الواحدة من سفن المجموعة الثانية فى الصف بحساب زمن التعطل (ت ٣ ١١)

$$\text{ت}'_{3\,11} = \text{ت}_2\,\text{ك}\left[1 + \frac{\text{ج}}{(1-\text{ج})\left(1 - \frac{\text{ل}_1}{\text{ن}}\,\text{ج}\right)}\right] =$$

$$= \text{ت}'_2\,\text{ك}\,\text{ك}_1\,{}_{11} \qquad (٣٣)$$

ويكون متوسط زمن انتظار السفينة الواحدة من اى نوع فى الصف (ت َ ٥)

$$\text{ت}'_5 = \text{ت}'_2\,\text{ك}\;\frac{\text{ج}}{1 - \text{ج}} \qquad (٣٤)$$

ومتوسط زمن انتظار السفينة الواحدة من اى نوع بحساب التعطل فى صف الانتظار (ت َ ٦)

$$\text{(٣٥)} \qquad \text{١ ك ك٢}\bar{\text{ت}} = \qquad \frac{\text{ج}}{(\text{١} - \text{ج})} + \text{١} \quad \text{ك٢}\bar{\text{ت}} = \text{٦}\bar{\text{ت}}$$

ويتضح من تحليل المعادلات (٣١ — ٣٤) اى ت̄ ١ ١ < ت̄ ١١ وعند ما تكون ف ⟵ صفر فان زمن التعطل فى الصف يتناقص للسفن من النوع الاول وللسفن من النوع الثانى كما انه عند ما تكون ف ⟵ ١ فان زمن التعطل فى الصف للسفن من النوع الاول يتزايد ببطء اكبر من السفن من النوع الثانى . ومن هذا يتضح انه عندما تكون قيم معادلات تشغيل الرصيف بالزمن قريبا من الوحدة يصبح السؤال خاص بنوع السفن التى تخدم خارج الصف ، فعندما تكون

$$\frac{\text{١}}{\text{ص}} \cdot \frac{\text{ى}}{\text{د أ ٣}} > \frac{\text{١}}{\text{ت ٢ ك}} > \frac{\text{١}}{\text{ص}} \cdot \frac{\text{ى}}{\text{د أ ٣}} \times \frac{\text{١}\tilde{\text{م}}}{\text{ن}}$$

على الرصيف نفضل تجهيز سفن المجموعة الاولى وجزء من سفن المجموعة الثانية ، كما انه عند ما تكون

$$\infty \longleftarrow \text{١١} \qquad \text{١}\bar{\text{ت}} \text{ ،} \frac{\text{١}}{\bar{\text{ت}}\text{٢ ك}} \longleftarrow \frac{\text{١}}{\text{ص}} \cdot \frac{\text{ى}}{\text{د أ ٣}}$$

فمعنى ذلك انه يمكن ان تكون سفن المجموعة الثانية غير مجهزة ، اما الشحنات المخطط نقلها بواسطة هذه السفن لن ترد فى الزمن المحدد لها .

<u>الحالة الخامسة : يرد الى الرصيف سفن من نوعين بزمن تجهيز يختلف اختلافا كبيرا :</u>

وفى هذه الحالة يخضع زمن تجهيز كل سفينة للتوزيع الاسى وتصبح العلاقة بين متوسط زمن تجهيز السفينة من النوع الاول الى متوسط زمن تجهيز السفينة من النوع الثانى (ث) كالاتى :

$$\frac{\bar{\text{ت}}\text{٢ ١}}{\bar{\text{ت}}\text{٢ ١١}}$$

كما يصبح العدد الكلى للسفن تحت التجهيز (ن) كالاتى :

$$\text{ن} = \text{١}\tilde{\text{م}} + \text{١١}\tilde{\text{م}}$$

ويكون للسفن من النوع الاول الحق فى الخدمة خارج الصف بالنسبة للسفن من النوع الثانى وفى هذه الحالة فان متوسط زمن مكوث السفينة الواحدة من سفن المجموعة الاولى فى الصف (ت̄ ٢ ١)

$$\text{(٣٦)} \qquad \frac{\frac{\text{١}}{\text{ث٢}} \cdot \frac{\text{١١}\tilde{\text{م}}}{\text{ن}} + \frac{\text{١}\tilde{\text{م}}}{\text{ن}}}{\text{ج} \frac{\text{١}\tilde{\text{م}}}{\text{ن}} - \text{١}} \;\text{ج ك١ ٢}\bar{\text{ت}} = \text{١ ٢}\bar{\text{ت}}$$

كما يصبح متوسط زمن مكوث هذه السفينة بحساب التعطل فى الصف ($\text{ت}'_{3\ 1}$)

$$\text{ت}'_{3\ 1} = \text{ت}'_{2\ 1}\ \text{ك}_1 + \frac{\frac{\text{ن}^1}{\text{ن}} + \frac{\text{ن}^{11}}{\text{ن}} \cdot \frac{1}{\text{ث}^2}}{\left(1 - \frac{\text{ن}^1}{\text{ن}} \cdot \text{ج}\right)}$$

$$= \text{ت}'_{2\ 1}\ \text{ك}_1\ \text{ك}_{11} \qquad (٣٧)$$

ويكون متوسط زمن وجود السفينة الواحدة فى الصف من سفن المجموعة الثانيـــــــة ($\text{ت}'_{1\ 11}$)

$$\text{ت}'_{2\ 11}\ \text{ك} = \frac{\text{ج}}{1 - \frac{\text{ن}^1}{\text{ن}} \cdot \text{ج}} \cdot \frac{\frac{\text{ن}^1}{\text{ن}}\ \text{ث} + \frac{\text{ن}^{11}}{\text{ن}} \cdot \frac{1}{\text{ث}}}{1 - \frac{\text{ن}^1}{\text{ن}} \cdot \text{ج} - \frac{\text{ن}^{11}}{\text{ن}} \cdot \frac{\text{ج}}{\text{ث}}} \qquad (٣٨)$$

ويصبح متوسط زمن مكوث هذه السفينة فى الصف بحساب زمن التعطل فى الطابـــور ($\text{ت}'_{3\ 11}$)

$$\text{ت}'_{3\ 11} = \text{ت}'_{2\ 11} + \frac{\text{ج}}{\left(1 - \frac{\text{ن}^1}{\text{ن}} \cdot \text{ج}\right)} \cdot \frac{\frac{\text{ن}^1}{\text{ن}} \cdot \text{ث} + \frac{\text{ن}^{11}}{\text{ن}} \cdot \frac{1}{\text{ث}}}{1 - \frac{\text{ن}^1}{\text{ن}} \cdot \text{ج} - \frac{\text{ن}^{11}}{\text{ن}} \cdot \frac{\text{ج}}{\text{ث}}}$$

$$= \text{ت}'_{2}\ \text{ك}_{11}\ \text{ك}_1\ {}_{11} \qquad (٣٩)$$

كما ان متوسط زمن الانتظار فى الطابور لاى سفينة ($\text{ت}'_5$)

$$\text{ت}'_5 = \text{ت}'_2\ \text{ك}_1 \cdot \text{ج}\ \frac{\frac{\text{ن}^1}{\text{ن}} + \frac{\text{ن}^{11}}{\text{ن}} \cdot \frac{1}{\text{ث}^2}}{\left(1 - \frac{\text{ن}^1}{\text{ن}} \cdot \text{ج} - 1 - \frac{1}{\text{ن}}\right.} \times$$

$$\frac{1 - \frac{\text{ن}^1}{\text{ن}} \cdot \text{ج} \cdot \left(\frac{\text{ن}^1}{\text{ن}} + \frac{\text{ن}^{11}}{\text{ن}} \cdot \frac{1}{\text{ث}}\right)}{1 - \frac{\text{ن}^1}{\text{ن}} \cdot \text{ج}} \qquad (٤٠)$$

ويكون متوسط زمن مكوث هذه السفينة بحساب زمن التعطل فى الصف (ت_6)

$$\text{ت}'_{٦} = \text{ت}'_{٢}\,\text{ك} \left[١ + \text{ج}\, \frac{\frac{\text{م}_{١}}{\text{ن}} + \frac{\text{م}_{١١}}{\text{ن}} \cdot \frac{١}{\text{ث}_{٢}}}{١ - \frac{\text{م}_{١}}{\text{ن}} \cdot \text{ج} - \frac{\text{م}_{١١}}{\text{ن}} \cdot \frac{\text{ج}}{\text{ث}}} \right] \times$$

$$= \text{ت}'_{٢}\,\text{ك}_{٢} \left[\frac{١ - \frac{\text{م}_{١}}{\text{ن}} \cdot \text{ج} \left(\frac{\text{م}_{١}}{\text{ن}} + \frac{\text{م}_{١١}}{\text{ن}} \cdot \frac{١}{\text{ث}} \right)}{\left(١٠ - \frac{١}{\text{ن}} \cdot \text{ج} \right)} \right] \qquad (٤١)$$

حيث :

— معامل انتظار السفينة فى صف الانتظار ٠

وكما هو واضح من المعادلات (٣٦ — ٣٩) يكون لسفن المجموعة الاولى الحق فى الخدمة خارج الصف بالنسبة لسفن المجموعة الثانية وعند قيم معلومة لكل من $\frac{\text{م}_{١١}}{\text{ن}}$ ،ث ،ج يزداد متوسط زمن مكوث السفينة فى الصف للمجموعة الثانية وينخفض هذا المتوسط بالنسبة لسفن المجموعة الاولى ،كما انه لتقليل زمن تعطل السفن للتجهيز خارج الصف تعطى لسفن المجموعة زمن تجهيز اقل من زمن خدمة السفن التى لا يكون لها الحق فى الخدمة خارج الصف ،وان كانت هذه النتيجة ليست صحيحة على الدوام٠

وللوصول الى التقييم الصحيح يلزم عمل تحليل اقتصادى مقارن باستخدام مجموع الاستثمارات وتكلفة التشغيل لكل من الرصيف والسفن (خلال فترة تواجدهما بالميناء) وكذا باستخدام معيار انتاجية العمل المرتبط باستيعاب حجم معلوم من البضائع ٠

الحالة السادسة : يرد الى الرصيف سفن من نوعية واحدة :

ويصبح توزيع زمن الخدمة اختياريا ويكون متوسط زمن انتظار السفينة فى الصف (ت'١)

$$\text{ت}'_{١} = \frac{\overline{\text{ى}}\big/\text{د أ ٣ ص}}{٢ \cdot \frac{١}{\text{ت ٢ ك}} \left(\frac{١}{\text{ت ٢ ك}} - \frac{\text{ى}}{\text{د أ ٣ ص}} \right)} \cdot \left[١ + \left(\frac{\text{ح}}{\text{ت ٢ ك}} \right)^{٢} \right]$$

$$= \text{ت}'_{٢}\,\text{ك} \cdot \frac{\text{ج}}{٢ (١ - \text{ج})} \left[١ + \left(\frac{\text{ح}}{\text{ت ٢ ك}} \right)^{٢} \right] \qquad (٤٢)$$

حيث :

ح — الانحراف المعيارى لزمن تجهيز السفينة ٠

كما يصبح متوسط زمن مكوث السفينة بحساب التعطل فى الصف (ت َ ٣)

$$\bar{\text{ت}}_{3} = \bar{\text{ت}}_{2}\,\text{ك} \left\{ 1 + \frac{\text{ج}}{2(1-\text{ج})} \cdot \left[1 + \left(\frac{\text{ح}}{\text{ت}\,2\,\text{ك}} \right)^{2} \right] \right\} \qquad (٤٣)$$

$$= \acute{\text{ت}}_{2}\,\text{ك}\,\text{ك}_{1}$$

ويكون الانحراف المعيارى فى العينات الصغيرة (ح)

$$= \sqrt{ \frac{1}{\text{ن}-1} \sum \frac{\text{ن}}{\text{ش}} \left(\text{ت}_{2\,\text{ش}\,\text{ك}} - \acute{\text{ت}}_{2\,\text{ك}} \right)^{2} } \qquad (٤٤)$$

حيث :

ن — تمثل عدد التكرار.

نماذج القنوات المتعددة (جهاز الخدمة عدد م من الارصفة) :

Multi - service Models

بفرض ان وصول السفن للميناء يخضع لتوزيع بواسون كما ان زمن تجهيز السفينة يخضع للتوزيع الاسى ، لذلك فان الارصفة كنظم خدمة بانتظار او بدون خسارة مع تيار خدمة داخل غير محدود . وبذلك يكون متوسط زمن انتظار السفينة الواحدة فى الصف $\bar{\text{ت}}_{1}(\text{م})$ =

$$= \bar{\text{ت}}_{2}\,\text{ك} \; \frac{(\text{م}\,\text{ج}_{1})^{\text{م}}}{\text{م}^{2}\,(\text{م}-1)!\,(1-\text{ج}_{1})^{2} \left(\sum_{\text{ك}=\text{صفر}}^{\text{م}-1} \frac{(\text{م}\,\text{ج}_{1})^{\text{ك}}}{\text{ك}!} + \frac{(\text{م}\,\text{ج}_{1})^{\text{م}}}{\text{م}(\text{م}-1)\,(1-\text{ج}_{1})} \right)} \qquad (٤٥)$$

حيث م — عدد الارصفة .

كما نحصل على : $\bar{\text{ت}}_{3}(\text{م})$ =

$$= \bar{\text{ت}}_{2}\,\text{ك} \; \frac{(\text{م}\,\text{ج}_{1})^{\text{م}}}{\text{م}^{2}\,(\text{م}-1)!\,(1-\text{ج}_{1})^{2} \left(\sum_{\text{ك}=\text{صفر}}^{\text{م}-1} \frac{(\text{م}\,\text{ج}_{1})^{\text{ك}}}{\text{ك}!} + \frac{(\text{ج}_{1})^{\text{م}}}{\text{م}(\text{م}-1)!\,(1-\text{ج}_{1})} \right)}$$

حل بعض المشاكل فى مجال الموانى :

تناقش فيما يلى بعض المشاكل التى تظهر فى الموانى البحرية والخاصة بتحديد الكثافة المثلى لاعمال الشحن والتفريغ على الارصفة وتحديد العدد الامثل للارصفة بالاضافة الى تحديد العدد الامثل لعمال الموانى اللازمين لتفريغ سفن تحمل بضاعة عامة •

المشكلة الاولى : تحديد الحجم الامثل للشحنات على الارصفة وتحديد الحجم الإمثل للارصفة :

نفرض ان :

ح — ترمز الى المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل السفينة اثناء تواجدها بالميناء جنيه /يوم •

ص — معدل الشحن والتفريغ طن / يوم •

س — المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الرصيف اثناء تعطله جنيه/ يوم •

س ١ — المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الرصيف اثناء تشغيله جنيه / يوم •

س ٢ — المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الرصيف ما بين فترات الملاحة (تجهيز السفينة للتراكى على الرصيف) جنيه/ يوم •

وللتعبير عن زمن مكوث السفينة بالميناء يحساب زمن تعطلها فى صف الانتظار (ت ٣) وزمن الانتظار فى الصف (ت ١) وزمن تجهيز السفينة (ت ٢) كدالة من كثافة اعمال الشحن والتفريغ (ص) •

ت ٣ = ف (ص)

ت ١ = ف ٢ (ص)

ت ٢ = ف ٣ (ص)

ويلزم الان تكوين مشكلة تحديد الكثافة المثلى لاعمال الشحن والتفريغ على الارصفة ويكون النوع الامثل هو الذى يضمن لنا انجاز حجم الشحنات المطلوب تداولها على الرصيف بأقل مجموع لتكلفة تشغيل السفن خلال فترة تواجدها بالميناء وتشغيل الرصيف عن كل الفترة المنظورة — اى ان الامر يستلزم تقليل الدالة الاتية :

$$\text{ف}(\text{ن}) = \text{ح}_{٢}\,\text{ف}_{١}(\text{ن})\,\frac{\text{ى}}{\text{د أ}_{٣}} + \bar{\text{س}}_{١}(\text{ن})\,\text{ف}_{٣}(\text{ن})\,\frac{\text{ى}}{\text{د أ}_{٣}} + \bar{\text{س}}(\text{ن})\cdot(\text{ص} - \text{ف}_{٣}(\text{ن}))\,\frac{\text{ى}}{\text{د أ}_{٣}} + \bar{\text{س}}_{٢}(\text{ن})\,(\text{ص}_{٢} - \text{ص}) \qquad (٤٧)$$

حيث :

$\text{ص}_{٢}$ ــ ترمز الى طول الفترة التقويمية .

$\bar{\text{ح}}_{٢}$ ــ ترمز الى تكلفة التشغيل اليومية للاسطول .

بشرط تحقيق القيود الاتية :

$$(\text{ص} - \text{ص}_{١}) \geq \text{صفر} \qquad (٤٨)$$

$$(\text{ن} \leq \text{ن}_{٢}) \qquad (٤٩)$$

ويبين الشرط رقم (٤٨) ضرورة انجاز حجم نقل البضائع ، اما الشرط رقم (٤٩) فيعبر عن الامكانية العملية لتحديد كثافة اعمال الشحن والتفريغ بالظروف الفنية والتشغيلية اى بظروف اعلى امكانية تشغيل فنية وتشغيلية ($\text{ن}_{٢}$) مع ملاحظة ان كثافة اعمال الشحن التفريغ مقيد بعدد فتحات العنابر وكثافة اعمال الشحن والتفريغ على الرصيف .

وفى حالة ما اذا كان متوسط تكلفة التشغيل اليومية المختلفة للسفينة اثناء مكوثها بيناء خلال فترة تجهيزها بحساب زمن التعطل ، فان دالة الهدف رقم (٤٧) يمكن د ة كتابتها كالاتى :

$$\text{ف}(\text{ن}) = \bar{\text{ح}}_{٣}\cdot\text{ف}_{٣}(\text{ن})\,\frac{\text{ى}}{\text{د أ}_{٣}} + \bar{\text{ح}}_{٤}\cdot\text{ف}_{٢}(\text{ن})\,\frac{\text{ح}}{\text{د أ}_{٣}} + \bar{\text{س}}_{١}(\text{ن})\,\text{ف}_{٣}(\text{ن})\cdot\frac{\text{ح}}{\text{د أ}_{٣}} + \bar{\text{س}}(\text{ن})\left(\text{ص} - \text{ف}_{٣}(\text{ن})\,\frac{\text{ح}}{\text{د أ}_{٣}}\right) + \bar{\text{س}}_{٢}(\text{ن})\,(\text{ص}_{٢} - \text{ص}) \qquad (٥٠)$$

. ترمز الى المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل السفينة اثناء مكوثها بالميناء .

ــ ترمز الى المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل السفينة اثناء تعطلها فى صف الانتظار .

ويمكن تقليل قيم $\text{ف}(\text{ص})$ ، $\text{ف}_1(\text{ص})$ بالطريقة العددية باستخدام طريقة التقريب المتتالى وباستخدام قيمة (ص) كما يمكن حل المشكلة بالطريقة التحليا لذلك نفرض ان

- ر ــ ترمز الى عدد الخطوط المميكنة (الارصفة) بانتاجية ب طن / يوم .
- $\bar{\text{س}}_3$ ــ ترمز الى تكلفة التشغيل للخط اثناء تشغيله .
- $\bar{\text{س}}_4$ ــ ترمز الى تكلفة التشغيل للخط اثناء تعطله .
- $\bar{\text{س}}_5$ ــ ترمز الى تكلفة التشغيل للخط فيما بين فترات الملاحة (تجهيز السفينة للتراك على الرصيف) .

وتصبح دالة الهدف . :

$$\text{ف}_2(\text{ر}) = \bar{\text{ح}}_3 \cdot \frac{\text{ى}}{\text{ر ب}} + \bar{\text{ح}}_4 \left(\frac{\text{ى}}{\text{ر ب}}\right)^2 \frac{\text{ى}}{\text{ر ب ص}\left(1 - \frac{\text{ى ك}}{\text{ر ب ص}}\right)}$$

$$+ \bar{\text{س}}_3 \frac{\text{ى}}{\text{ب}} + \bar{\text{س}}_4 \left(\text{ص} - \frac{\text{ى}}{\text{ر ب}}\right) + \bar{\text{س}}_5 \text{ر} \left(\text{ص}_2 - \text{ص}\right) \qquad (51)$$

وللوصول الى العدد الامثل للخطوط المميكنة (ر) يلزم مفاضلة الدالة (٥١) ثم تحل المعادلة $\text{ف}_2(\text{ر}) = $ صفر . وحيث ان المقدار (ر) يأخذ قيم صحيحة فقط لهذا يلزم مفاضلة الدالة (٥١) بالعدد الصحيح .

ولتشغيل اجزاء الميناء المكون من (م) رصيف بمتوسط انتاجية يومية لاعمال الشحن والتفريغ لكل الاقسام ب (ص ، م) وعلى كل رصيف (م) فان المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الاقسام خلال فترة عملها $\bar{\text{س}}_6$ (ص ، م) والمتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الاقسام خلال فترة تعطلها $\bar{\text{س}}_7$ (ص ، م) والمتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الاقسام ما بين فترات الملاحة $\bar{\text{س}}_8$ (ص ، م) يمكن صياغتها كالاتى :

$$\text{ف}_3(\text{م}) = \bar{\text{ح}}_5\, \text{ق}_3(\text{م}) \frac{\text{ى}}{\text{د أ}_3} + \bar{\text{ح}}_6\, \text{ف}_3(\text{م}) \frac{\text{ى}}{\text{د أ}_3} (\text{ك} - 1)\, \text{ك}_1 (\text{م})^{-1}$$

$$+ \bar{\text{س}}_1 (\text{ص، م}) \cdot \frac{\text{ى}}{\text{ب}(\text{ص، م})} + \bar{\text{س}}_7 (\text{ص، م}) \left(\text{ص} - \frac{\text{ى}}{\text{ب}(\text{ص، م})}\right) +$$

$$+ \ \bar{\text{س}}_{8} \left(\text{ﻫ} ، \text{م} \right) \left(\text{ص}_{2} - \text{ص} \right) = \text{اقل ما يمكن} \qquad (\text{٥٢})$$

بشرط تحقيق القيود الاتية :

$$\text{م} \, \text{ﻫ} \left(\text{ص} - \text{ص}_{1} \right) \geqslant \text{ى} \qquad (\text{٥٣})$$

$$\text{م} \geqq \text{م}_{1}$$

حيث :

م_{1} ــ ترمز الى عدد الارصفة فى التشغيل .

$\bar{\text{ح}}_{\text{ه}}$ ــ ترمز الى المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الاسطول اثناء تراكيه على الرصيف .

$\bar{\text{ح}}_{1}$ ــ ترمز الى المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الاسطول اثناء تعطله فى صف الانتظار .

ويمكن اعادة كتابة الدالة رقم (٥٢) على النحو الاتى :

$$\text{ق}_{4}(\text{م}) = \text{ح}_{\text{ه}} \frac{\text{ى}}{\text{ﻫ}} + \text{ح}_{6} \frac{\text{ى}}{\text{ﻫ}} \left(\text{ك} - 1 \right) \text{ك} \, ! \left(\text{م} \right)^{-1} + \bar{\text{س}}_{1} \cdot \frac{\text{ى}}{\text{م}} +$$

$$+ \ \bar{\text{س}} \left(\text{ص} - \frac{\text{ى}}{\text{م} \, \text{ﻫ}} \right) + \bar{\text{س}}_{2} \, \text{م} \left(\text{ص}_{2} - \text{ص} \right) \qquad (\text{٥٤})$$

وواضح من الدالة الاخيرة رقم (٥٤) ان تكلفة تشغيل السفن خلال فترة تجهيزها على الرصيف ، وكذا تكلفة تشغيل الرصيف خلال فترة عمله لاتعتمد على عدد الارصفة ولهذا يمكن كتابة دالة الهدف بالنسبة لحجم معلوم من البضائع على النحو الاتى :

$$\text{ق}_{\text{ه}}(\text{م}) = \text{ح}_{6} \frac{\text{ى}}{\text{د} \, \text{أ}_{3} \, \text{ص}} \text{ت}_{1}(\text{م}) + \bar{\text{س}}_{1} \left(\text{م} - \frac{\text{ى} \, \text{ت}_{2}}{\text{د} \, \text{أ}_{3}} \right) +$$

$$+ \ \frac{\bar{\text{س}}_{2} \, \text{م} \left(\text{ص}_{2} - \text{ص} \right)}{\text{ص}} \qquad (\text{٥٥})$$

حيث :

$\text{ق}_{\text{ه}}(\text{م})$ ــ ترمز للمجموع النوعى (ليوم واحد) لتكلفة التشغيل .

كما يمكن كتابة دالة الهدف كالاتى :

$$\text{ف}_{٦}(\text{م}) = \frac{\text{ص}}{\text{ى}}\,\text{ع}_{٥}\;\frac{\text{ى}}{\text{د أ}_{٣}}\cdot\frac{\text{ت}_{٢}}{\text{ص}} + \text{ع}_{٦}\cdot\frac{\text{ى}}{\text{د أ}_{٣}\,\text{ص}}\cdot\text{ت}_{١}(\text{م}) +$$

$$\bar{\text{س}}_{١}\,\frac{\text{ى ت}_{٢}}{\text{د أ}_{٣}\,\text{ص}} + \frac{\bar{\text{س}}\;\text{م}}{\text{ص}}\;(\text{ص} - \frac{\text{ى ت}_{٢}}{\text{د أ}_{٣}\,\text{م}} + \frac{\bar{\text{س}}_{٢}\,\text{م}(\text{ص}_{٢} - \text{ص})}{\text{ص}}$$

(٥٦)

حيث :

$\text{ف}_{٦}(\text{م})$ — مجموع تكلفة التشغيل للطن المتداول جنيه / يوم ٠

وباستخدام دالة الهدف رقم ٥٤، ٥٥، ٥٦) يمكن تحديد حجم البضائع المتداولة وفترة الابحار واختيار العدد الامثل للارصفة ٠وعلى العكس من ذلك يمكن باستخدام عدد الارصفة وفترة الابحار ان نختار الحجم الامثل للبضائع المتداولة ٠

مثال : المطلوب تحديد العدد الامثل للارصفة باستخدام البيانات الاتية :

ى = ٢ر١ بالمليون طن

م = ٣، ٤، ٥، ٦ عدد الارصفة

ص = ٣٠٠ يوم ابحار

$\text{د أ}_{٣}$ = ١٠٠٠٠ بالطن

$\text{ت}_{٢}$ = ٥ بالايام

ك = ٢ر١ المعامل الذى يراعى سوء الاحوال الجوية ٠

$\text{ع}_{٦}$ = ٢٥٠٠ تكلفة التشغيل اليومية للاسطول اثناء فترة تعطله بالميناء جنيه / يوم

$\bar{\text{س}}$ = ١٥٠٠ تكلفة التشغيل اليومية للرصيف اثناء فترة تعطله بالميناء جنيه / يوم ٠

$\bar{\text{س}}_{٢}$ = ٢٥٠ تكلفة التشغيل اليومية للرصيف ما بين فترات الملاحة جنيه / يوم

وتصبح الحسابات كالاتى :

عمود رقم (١)	عمود رقم (٢)	عمود رقم (٣)	عمود رقم (٤)	عمود رقم (٥)
عدد الارصفة (م)	المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل السفينة اثناء تعطلها بالجنيه (ح ٦) (١)	المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الرصيف اثناء فترة تعطله بالجنيه (س ٠) (٢)	المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الرصيف ما بين فترات الملاحة بالجنيه (س ٢) (٣)	مجموع المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الرصيف والسفن بالجنيه (مجموع الاعمدة ١ + ٢ + ٣)
م١ = ٣	٦٤٧٢	٩٠٠	١٦٣	٧٥٣٥
م٢ = ٤	١٠٧٦	٢٤٠٠	٢١٧	$\boxed{٣٦٩٣}$
م٣ = ٥	٣٤٩	٣٩٠٠	٢٧١	٤٥٢٠
م٤ = ٦	٦٧	٥٤٠٠	٣٢٥	٥٧٩٢

وللحصول على قيم العمود رقم (٢) ($ح_٦$) نطبق الجزء الاتى من الدالة رقـــم (٥٧)

$$ح_٦ \cdot \frac{ى}{د\ أ_٣\ ص} \ \ ت'_١ \ (م)$$

ونحصل على قيمة $ت_١$ (م) من المعادلة رقم (٤٦) ،كما انه للحصول على قيم العمـود رقم (٣) ($\bar{س}$) نطبق الجزء الاتى من الدالة (٥٧) ٠

$$\frac{\bar{س}\ م}{ص} \left(ص - \frac{ى\ ت_٢}{د\ أ_٣\ م} \right)$$

وللحصول على قيم العمود (٤) ($\bar{س}_٢$) نطبق الجزء الاتى من الدالة رقـــم (٥٧)

$$\frac{\bar{س}_٢\ م\ (ص_٢ - ص)}{ص} \qquad (٥٧')$$

اما العمود رقم (٥) فهو المجموع الكلى للاعمدة (٢+٣+٤)٠

ويلاحظ ان الحجم الامثل للارصفة حيث $م_٢$ = ٤ وحيث مجموع تكلفة التشغيـــل (أقل تكلفة تشغيل يومية للسفينة والرصيف (٣٦٩٣)٠

مثال : المطلوب حساب الحجم الامثل للبضائع المتداولة باستخدام البيانات الاتية :

ى = ٢ر١ / ١ / ٨ر٠ / ٦ر٠ / ٤ر٠ بالمليون طن

م = ٣ عـدد الارصفة

$ت_٢$ = ٥٠ باليـــــوم

ك = ٢ر١

ص = ٣٠٠ باليـوم

$ح_٥$ = ٢٥٥٠ جنيه / يوم

$ح_٦$ = ٢٥٠٠ جنيه / يوم

$\bar{س}_١$ = ٢٥٠٠ جنيه / يوم $د\ أ_٣$ = ٠٠٠ر١٠ بالطن

$\bar{س}$ = ١٥٠٠ جنيه / يوم $\bar{س}_٣$ = ٢٥٠ جنيه / يوم

وباستخدام دالة الهدف رقم (٥٦) نحصل على النتيجة الاتية :

الحمولات بالمليون طـن ى	المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل السفينة اثناء تجهيزها ($ح_٥$)	المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل السفينة اثناء تعطلها ($ح_٦$)	المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الرصيف اثناء تشغيله . ($\bar{س}_١$)	المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الرصيف اثناء تعطله . ($\bar{س}$)	المتوسط اليومى لتكلفة تشغيل الرصيف اثناء فترات الملاحة ($\bar{س}_٢$)	متوسط تكلفة التشغيل لنقل الطن الواحد
العمود (١)	العمود (٢)	العمود (٣)	العمود (٤)	العمود (٥)	العمود (٦)	العمود (٧)
١٫٢	٥١٠٠	٦٤٧٢	٥٠٠٠	١٥٠٠	١٦٣	٤٫٥٦
١٫٠	٤٢٥٠	٣١٣٣	٤١٦٧	١٩٩٥	١٦٣	$\boxed{٣٫٨١}$
٠٫٨	٣٤٠٠	٨١٥	٣٣٣٣	٢٥٠٥	١٦٣	٣٫٨٣
٠٫٦	٢٥٥٠	٢٨٥	٢٥٠٠	٣٠٠٠	١٦٣	٤٫٢٢
٠٫٤	١٧٠٠	٤٤	١٦٦٧	٣٤٩٥	١٦٣	٥٫٨٠

وللحصول على قيم العمود رقم (٢) الخاص بقيم ($ح_{ه}$) نطبق الجزء الاتى مـــن الدالة رقم (٥٦) ٠

$$ح_{ه} \cdot \frac{ى}{د\ أ_{٣}} ، \frac{ت_{٢}}{ص}$$

وبذلك نحصل على النتائج الاتية :

اذا كانت ى = ٢ر١ بالمليون طن فان $٢٥٠٠ \times \frac{\text{٢ر١ مليون}}{١٠٠٠٠} \times \frac{٥}{٣٠٠} = ٥١٠٠$

واذا كانت ى = ١ بالمليون طن نحصل على

$$٢٥٠٠ \times \frac{\text{١ مليون}}{١٠٠٠٠} \times \frac{٥}{٣٠٠} = ٤٢٥٠$$

اذا كانت ى = ٨ر٠ بالمليون طن نحصل على :

$$٢٥٠٠ \times \frac{\text{٨ر}}{١٠٠٠٠} \times \frac{٥}{٣٠٠} = ٣٤٠٠$$

اذا كانت ى = ٦ر٠ بالمليون طن نحصل على :

$$٢٥٠٠ \times \frac{\text{٦ر}}{١٠٠٠٠} \times \frac{٥}{٣٠٠} = ٢٥٥٠$$

واذا كانت ى = ٤ر٠ بالمليون طن نحصل على :

$$٥٥٠ \times \frac{\text{٤ر}}{١٠٠٠٠} \times \frac{٥}{٣٠٠} = ١٧٠٠$$

كما انه للحصول على ارقام العمود رقم (٤) نطبق الجزء الاتى من الدالة :

$$ح_{٦} \cdot \frac{ى}{د\ أ_{٣}\ ص} \cdot ت_{١}\ (م)$$

وللحصول على ارقام العمود رقم (٢) نطبق الجزء الاتى من الدالة رقم (٥٦) ٠

$$ح_{٦} \cdot \frac{ى}{د\ أ_{٣}\ ص} \cdot ت_{١}\ (م)$$

وللحصول على ارقام العمود رقم (٣) نطبق الجزء الاتى من الدالة رقم (٥٦) ٠

$$\frac{\bar{\text{س}}\ \text{م}}{\text{ص}}\left(\text{ص} - \frac{\text{ى ت}^{\text{٢}}}{\text{د أ}_{\text{٣}}\ \text{م}}\right)$$

كما انه للحصول على ارقام العمود رقم (٤) نطبق الجزء الاتى من الدالة رقم (٥٦) .

$$\frac{\bar{\text{س}}_{\text{٢}}\ \text{م}\ (\text{ص}_{\text{٢}} - \text{ص})}{\text{ص}}$$

وبالنسبة لارقام العمود رقم (٥) فهى عبارة عن جمع الاعمدة (٢+٣+٤) وعلى سبيل المثال فللحصول على الرقم (١٥٠٠) من العمود الثالث للسطر الاول عند ($\text{م}_{\text{١}}$ = ٣) .

$$\frac{\bar{\text{س}}\ \text{م}}{\text{ص}}\left(\text{ص} - \frac{\text{ى ت}^{\text{٢}}}{\text{د أ}_{\text{٣}}\ \text{م}}\right)$$

$$\frac{\text{١٥٠٠} \times \text{٣}}{\text{٣٠٠}}\left(\text{٣٠٠} - \frac{\text{١٫٢ مليون} \times \text{٥}}{\text{١٠٠٠٠} \times \text{٣}}\right) = \text{١٥٠٠}$$

ونطبق القاعدة على باقى الحمولات لنفس العمود .

وللحصول على قيم العمود رقم (٤) لقيمة ($\bar{\text{س}}_{\text{١}}$) نطبق الجزء الخاص من الدالة رقم (٥٦) فبالنسبة لحمولة (ى = ١٫٢) بالمليون طن نحصل على :

$$\bar{\text{س}}_{\text{١}} \times \frac{\text{ى ت}^{\text{٢}}}{\text{د أ}_{\text{٣}}\ \text{ص}} = \text{٢٥٠٠} \times \frac{\text{١٫٢ مليون} \times \text{٥}}{\text{٣٠٠} \times \text{١٠٠٠٠}} = \text{٥٠٠٠}$$

وتطبق القاعدة بالنسبة لباقى سطور العمود تحت قيم حمولات مختلفة (ى) . كما انه للحصول على القيمة ($\bar{\text{س}}$) للعمود رقم (٥) نطبق الجزء الاتى من الدالة (٥٦) .

$$\frac{\bar{\text{س}}\ \text{م}}{\text{ص}}\left(\text{ص} - \frac{\text{ى ت}^{\text{٢}}}{\text{د أ}_{\text{٣}}\ \text{م}}\right)$$

$$= \frac{\text{١٥٠٠} \times \text{٣}}{\text{٣٠٠}}\left(\text{٣٠٠} - \frac{\text{١٫٢ مليون}}{\text{١٠٠٠٠} \times \text{٣}}\right) = \text{١٥٠٠}$$

وهكذا بالنسبة لباقى سطور العمود رقم (٥) .

وللحصول على ارقام العمود رقم (٦) نطبق الجزء الاتى من الدالة رقم (٥٦)

$$\frac{\bar{س}_{٢م} \,(ص_٢ - ص)}{ص} = \frac{٢٥٠ \times ٣ \,(ص_٢ - ٣٠٠)}{٣٠٠}$$

حيث $ص_٢$ = ٣٦٥ طول الفترة التقويمية (السنة)

$$\frac{٧٥٠\,(٦٥)}{٣٠٠} = ١٦٣ \text{ تقريبا .}$$

وهكذا بالنسبة لباقى سطور العمود رقم (٦) بالنسبة للحمولات المختلفة .

وبالنسبة للعمود رقم (٧) من الجدول الاخير فهو عبارة عن حاصل جمع الاعمدة من رقم (٢ — ٦) بالنسبة لكل سطر .

فعلى سبيل المثال فان المتوسط اليومى لتكلفة التشغيل للسفن والارصفة لنقل الطن الواحد من البضائع بالنسبة لنقل مليون طن يساوى ٣٫٨١ جنيه عبارة عن مجموع الاعمدة (٢— ٦) ويساوى ١٢٧٠٨ جنيه لليوم الواحد وباعتبار ان ص = ٣٠٠ فان الناتج يكون ١٢٧٠٨ × ٣٠٠ ونقسم الناتج على مليون طن وبذلك نحصل على :

$$\frac{٣٨١٢٤٠٠}{\text{١ مليون}} = ٣٫٨١$$

وهكذا بالنسبة لبقية ارقام العمود رقم (٧) .

المشكلة الثانية : تحديد العدد الامثل لعمال الموانى اللازمين لتفريغ سفن تحمل بضاعة عامة :

عند اعداد خطة تشغيل الميناء تظهر مشكلة خاصة بتحديد العدد الامثل لعمال الموانى (الرصيف) بهدف التشغيل الامثل للسفن والميناء مما يؤدى الى تقليل مجموع الخسائر التى تنتج من تعطل السفن بسبب انتظار العمال لخدمتها . ومن جانب آخر قد تنتج هذه الخسائر بسبب تعطل العمال الناتج من انتظارهم لسفينة يقومون بخدمتها .

ومعنى ذلك ان مشكلة التحديد الامثل لعمال الموانى تكون بهدف القضاء على ظاهرة انتظار السفن لحين تواجد العمال الذين سيقومون بخدمتها بالاضافة الى الرغبة فى القضاء على ظاهرة تعطل العمال لحين انتظار تراكى السفينة على الرصيف .

وبفرض ان المطلوب تحديد العدد الامثل لعمال الميناء اللازمين لتفريغ حمولة سفينة تحمل بضاعة عامة ولتفريغ هذه السفينة نفرض ان الميناء به ستة ارصفة وأوناش ووسائل

ميكنة بسيطة وأن الحجم السنوى للبضائع تتوزع على اربعة فترات سنوية (فترات ربع سنوية) بحيث يكون نصيب كل فترة من الحمولة ٣٨٨٨٠٠ طن وفى هذه الحالة فان العدد الامثل لعمال الموانى يمكن تحديده بمعرفة هذا الحجم من البضائع والذى ترمز له بالرمز ى ويتم نقل هذا الحجم الذى يرد الى الميناء على سفن يوجد بالسفينة الواحدة ٥ عنابر وعلى اساس ان متوسط حمولة السفينة ٧٢٠٠ طن والذى نرمز له بالرمز د فمعنى ذلك انه يوجد ١٨٠٠ طن فى المتوسط بكل عنبر والتى سنرمز لها بالرمز ك = ١٨٠٠ جنيه ٠

وبافتراض ان تكلفة التشغيل اليومية للسفينة اثناء مكوثها بالميناء ١٣٠٠ جنيه وسنرمز لها بالرمز هـ كما ان التكلفة الاستثمارية لتشغيل السفينة فى اليوم ٩٧٠٠ جنيه نرمز لها بالرمز ث ٠

ولاستخراج الحسابات الخاصة بهذه المشكلة يستلزم الامر تحديد المعلمات جـ ، ~ وترمز المعلمة ~ الى متوسط عدد السفن التى تصل الى الميناء فى اليوم ويتحدد بالمعادلة الاتية :

$$\sim = \frac{ى}{د \; ص} = \frac{٣٨٨٨٠٠}{٧٢٠٠ \times ٩٠} = ٠٫٦ \qquad (٥٧)$$

حيث :

ص ـ ترمز الى عدد الايام خلال الفترة ربع السنوية ٠

ولكى نحدد قيمة المعلمة يستلزم الامر حساب متوسط زمن مكوث السفينة بالميناء لعمليات التفريغ والعمليات المساعدة (مناورة ـ تموين ـ اجراءات ادارية ٠٠٠ الخ) والذى سنرمز له بالرمز $ص_١$ ٠

ويعتمد هذا الزمن على متوسط عدد العنابر المجهزة فى وقت واحد وعلى متوسط ما تقوم به مجموعات العمل المختلفة من تجهيز السفينة فى الوردية ٠

وبفرض انه يتم استخدام ونش واحد لتشغيل كل عنبر ، فان متوسط عدد العنابر الذى يخدم فى وقت واحد والذى سنرمز له بالرمز (ن) يمكن تحديده باستخدام المعادلة الاتية :

$$ن = \frac{ى}{} = \frac{٧٢٠٠}{١٨٠٠} = ٤ \qquad (٥٨)$$

فاذا فرضنا ان متوسط التفريغ لفرقة من العمال ١٢٥ جنيه والذى نرمز لـــــه بالرمز (ں) فان قيام ٤ فرق عمال بتفريغ السفينة فى الوردية يحدد زمن مكوث السفينـة فى الميناء لعملية التفريغ $\text{ص}_{٢}$ والذى يتحدد بالمعادلة الاتية :

$$\text{ص}_{٢} = \frac{\text{د}}{\text{٣ ت ص}} = \frac{٧٢٠٠}{١٢٥ \times ٤ \times ٣} = ٤٫٨ \qquad (٥٩)$$

حيث يرمز الرقم (٣) فى المقام الى عدد الورديات فى اليوم (كل ٢٤ ساعة) .
اما بالنسبة لزمن العمليات المساعدة والذى نرمز له بالرمز (ت) فنفرض انه (٠٫٢ يوم) وبهذه الحسابات فان زمن مكوث السفينة بالميناء لعمليات التفريغ والعمليات المســـاعدة ($\text{ص}_{١}$) يتحدد بالمعادلة الاتية :

$$\text{ص}_{١} = \text{ص}_{٢} + \text{ت} = ٤٫٨ + ٠٫٢ = ٥ \qquad (٦٠)$$

ومن ثم فان $\text{ج} = \frac{١}{\text{ص}_{١}} = \frac{١}{٥} = ٠٫٢$ ، $\frac{\text{ں}}{\text{ج}} = \frac{٠٫٦}{٠٫٢} = ٣$

ويتجهيز السفينة بفرقة عمل كبيرة مكونة من (١٢) فرقة عمل متكاملة تضمن تفريـــغ السفينة الواحدة بالعمل (٢٤٠)ساعة يوميا . ومن ثم نخصص كل رصيف لتفريغ حمولـــــة سفينة ونخصص فرقة عمل كبيرة لخدمته .

ولتحديد العدد الامثل لعمال الموانى نفرض بأن فرقة العمل المتكاملة يخدمـــها ونش واحد وتكون هذه الفرقة من ٨ أشخاص وتكون فرقة العمل الكبيرة مكونة مـــن (٩٦) شخص . وسنفرض هنا ان التعطل لانتظار تفريغ السفينة بفرقة عمل متكاملة والذى سنرمـــز له بالرمز ($\text{هـ}_{١}$) يتكلف ٦٠٠ جنيه يوميا .

وسنوضح فيما يلى عملية تفريغ السفينة بأربع فرق عمالة متكاملة . وبفرض انه فـــى لحظة دخول السفينة التالية لتفريغ شحنة من البضائع العامة فان احتمال ان تكون هـــذه الفرق بدون عمل وانتظار لتفريغ السفينة تكون :

$$\text{ب}_{\text{صفر}} = \frac{١}{\sum_{\text{ك = صفر}}^{\text{م} - ١} \frac{١}{\text{ك!}} \left(\frac{\text{ں}}{\text{ج}}\right) + \frac{\text{ج}}{(\text{م} - ١)!\,(\text{م ج} - \text{ں})} \left(\frac{\text{ں}}{\text{ج}}\right)^{\text{م}}} \qquad (٦٢)$$

وبالتعويض عن هذه الرموز نحصل على

$$\text{ب}_{\text{صفر}} = \frac{١}{\sum\limits_{\text{ك}=\text{صفر}}^{٤-١} \frac{١}{\text{ك}!}\left(\frac{٠٫٦}{٠٫٢}\right)^{\text{ك}} + \frac{٠٫٢}{(٤-١)!\,(٤\times٠٫٢-٠٫٦)}\left(\frac{٠٫٦}{٠٫٢}\right)^{٤}}$$

$$= ٠٫٠٣٧٧$$

ويلاحظ فى طرف المقام ان مضروب الصفر يساوى الوحـــــدة (صفر! = ١) بجانب ان كل الاعداد فى درجة الصفر تعادل الوحدة . وبالاضافـــــة بالاخذ فى الاعـتبار هذه المحددات الرياضية نحسب من جديد مجموع طرف المقـام الاول حيث

$$\sum\limits_{\text{ك}=\text{صفر}} \frac{٣}{\text{ك}!} = \frac{٣^{\text{صفر}}}{\text{صفر}!} + \frac{٣}{١!} + \frac{٣^{٢}}{٢!} + \frac{٣^{٣}}{٣!} = \frac{١}{١} + \frac{٣}{١} + \frac{٩}{٢} + \frac{٢٧}{١\times٢\times٣} = ١٣$$

كما ان الطرف الثانى للمقام يساوى

$$\frac{٣^{٤}}{٣!} = \frac{٨١}{١\times٢\times٣} = ١٣٫٥$$

اى ان : $\text{ب}_{\text{صفر}} = \frac{١}{١٣ + ١٣٫٥} \approx ٠٫٠٣٧٧$

ولحساب احتمال انه فى لحظة وصول السفينة التالية للميناء للتفريغ تكون فرق العمل مشغولة وسنرمز لهذا الاحتمال بالرمز (ت) .

$$\text{ت} = \frac{\text{ب}_{\text{صفر}}}{(\text{م}-١)!\,(\text{م جـ} - \text{ن})}\left(\frac{\text{ن}}{\text{جـ}}\right)^{\text{م}}$$

$$= \frac{٠٫٢ \times ٠٫٠٣٧٧}{(٤-١)(٤\times٠٫٢-٠٫٦)}\left(\frac{٠٫٦}{٠٫٢}\right)^{٤} \approx ٠٫٥٠٩$$

(٦٣)

وبالنسبة لحساب متوسط زمن انتظار السفينة باليوم لبداية التفريغ بسبب انشغال فرق العمل والذى سنرمز له بالرمز (ف) يتحدد بالمعادلة الاتية :

$$\text{ف} = \frac{\text{ت}}{(\text{م جـ} - \text{ن})} = \frac{٠٫٥٠٩}{٤ \times ٠٫٢ - ٠٫٦} = ٢٫٥٤٥ \qquad (٦٤)$$

وحيث ان المتوسط اليومى لوصول السفن للتفريغ ٠٫٦ لهذا يكون تعطل السفينة فى اليوم فى انتظار التفريغ والذى سنرمز له بالرمز (ل) .

$$= \text{ف}\ \text{ن} = ٢٫٥٤٥ \times ٠٫٦ = ١٫٥٢٧ \ \text{سفينة / يوم} \qquad (٦٥)$$

وتكون الخسارة فى اليوم بسبب تعطل السفن والتى سنرمز لها بالرمز (ر) .

$$\text{ر} = \text{ل} \ (\text{هـ} + \text{ث ظ}) = ١٫٥٢٧ \ (١٣٠٠ + ٩٧٠٠ \times ٠٫١) = ٣٤٦٦ \qquad (٦٦)$$

حيث :

ظ = المعامل المعيارى للكفاءة للاسطول .

كما ان انتظار العمال للفرقة الكبيرة لتفريغ السفينة والذى سنرمز له بالرمز ($\text{م}_٢$) عندما تكون م = ٤ (عدد الفرق) يتحدد بالمعادلة الاتية :

$$\text{م}_٢ = \sum_{\text{ك} = \text{صفر}}^{\text{م} - ١} \frac{\text{م} - ١}{\text{ك}\,!} \left(\frac{\text{ن}}{\text{ج}}\right)^{\text{ك}} \text{ب}_{\text{صفر}}$$

$$= \sum_{\text{ك} = \text{صفر}}^{٤ - ١} \frac{٤ - ١}{\text{ك}\,!} \left(\frac{٠٫٦}{٠٫٢}\right)^{\text{ك}} \times ٠٫٠٣٧٧$$

$$= ٤ \times ٠٫٠٣٧٧ + ٩ \times ٠٫٠٣٧٧ + ٩ \times ٠٫٠٣٧٧ + ٤٫٥ \times ٠٫٠٣٧٧$$

$$\approx ١$$

وبالتالى فانه ستتعطل فرقة للعمل وتكون تكلفة التشغيل لهذا التعطل فى اليوم والتى سنرمزلها بالرمز ح .

$$\text{ح} = \text{م}_٢ \ \text{هـ}_١ = ١ \times ٦٠٠ = ٦٠٠$$

ويتضح من ذلك ان خسارة الاسطول من تعطل السفن فى الميناء بسبب تعطل فرق العمل فى اليوم والذى سنرمز له بالرمز و يكون

$$\text{مجـ و} = \text{ر} + \text{ح} = ٣٤٦٦ + ٦٠٠ = ٤٠٦٦ \qquad (٦٧)$$

ويوضح الجدول الاتى الحسابات التحليلية لنوعيات فرق العمل .

عدد الفرق م	L	ص٢	ر	ح	مجـ و
٤	١,٥٢٧	١	٣٤٦٦	٦٠٠	٤٠٦٦
٥	٠,٣٥٤	٢	٨٠٤	١٢٠٠	٢٠٠٤
٦	٠,١٠٢	٣	٢٣٢	١٨٠٠	٢٠٣٢

ومن هذا الجدول يتضح ان النوع الامثل لفرق العمل هو تجهيز السفن بخمس فرق عمل كبيرة ومن ثم فان العدد الامثل لعمال الموانى هو ٤٨٠ عامل ، اى حاصل ضرب ٩٦ × ٥ = ٤٨٠ عامل ٠