الفصل السادس
طرق حل مشكلة النقل

نقدم فيما يلى الطرق المختلفة لحل مشكلة النقل :

طرق الحل الاولى :

بفرض أنه يوجد لدى احدى الدول ثلاثة موانى نرمز لها بالرموز أ ، ب ، ج يتجمع بها حمولات افرغتها سفن من الخطوط الملاحية المختلفة ويراد نقل هذه الشحنات الى خمس محافظات داخل الدولة نرمز لها بالرموز م١ ، م٢ ، م٣ ، م٤ ، م٥ .

ويوضح الجدول الاتى تكلفة النقل من الموانى المختلفة الى المحافظات الخمسة والحمولات الموجودة بكل ميناء (بالالف طن) والاحتياجات المطلوبة لكل محافظة (بالالف طن) .

المحافظات / الموانى	تكلفة النقل للطن الواحد الى المحافظات المختلفة م١	م٢	م٣	م٤	م٥	الحمولات الموجودة بالموانى المختلفة
أ	(٦) ٣	(٥) ١	(٨)	(٧)	(٦)	٤
ب	(٤)	(٧) ٢	(٦) ٣	(٥) ٢	(٨)	٧
ج	(٨)	(٦)	(٧)	(٩) ١	(١٠) ٣	٤
احتياجات كل محافظة	٣	٣	٣	٣	٣	١٥

وتشمل طرق الحل الاولى الاتى :

أولا — طريقة الركن الشمالى الشرقى :

تتلخص هذه الطريقة فى أن التوزيع يبدأ من الميناء الاول (أ) لأول

محافظة (م ١) ويعطيها اكبر حمولة من الحمولات الموجودة لديه وبذلك تحصل المحافظة الاولى (م١) على (٣) وحدات من الحمولة ويبقى لدى الميناء الأول وحدة حمولة يعطيها للمحافظة الثانية (م ٢) وبذلك نكون قد نقلنا الحمولة الموجودة لدى الميناء الاول الى المحافظة الاولى (٣ وحدات حمولة) والمحافظة الثانية (وحدتين حمولة) وحيث ان المحافظة الثانية (م ٢) تحتاج الى (٣) وحدات فانها حصلت من الميناء الاول (أ) على وحدة حمولة وبذلك تصل من الميناء الثاني (ب) وحدتين من الحمولة وبذلك تكون المحافظة الثانية (م ٢) قد استوفت احتياجاتها من الحمولة .

وحيث ان الميناء الثانى (ب) يوجد لديه (٧) وحدات من الحمولة وأنه قد اعطى المحافظة الثانية (م ٢) وحدتين من الحمولة فانه يتبقى لدى الميناء (ب) ٥ وحدات من الحمولة يسلم للمحافظة الثالثة (م ٣) ٣ وحدات من الحمولة فيتبقى لدى الميناء (ب) وحدتين من الحمولة يسلمهم للمحافظة رقم ٤ (م ٤) وبذلك يكون الميناء قد استنفذ الحمولات الموجودة لديه .

وبالنسبة للمحافظة (م ٤) فانها تحتاج الى ٣ وحدات حمولة حصلت من الميناء (ب) على وحدتين فيتبقى لها وحدة تأخذها من الميناء الثالث (جـ) ونظرا لان الميناء (جـ) يوجد لديه ٤ وحدات حمولة اعطى المحافظة (م ٤) وحدة فانه يعطى للمحافظة (م ٥) ٣ وحدات ، وبذلك يصير النقل من الموانى الى المحافظات حسب اتجاه الاسهم فى الرسم الموضح اعلاه ، وبذلك تصبح خطة النقل من الموانى أ ، ب ، جـ الى المحافظات م ١ ، م ٢ ، م ٣ ، م ٤ ، م ٥ على النحو الاتى :

الميناء (أ) لديه ٤ وحدات حمولة ينقل للمحافظة (م١) ٣ وحدات وللمحافظة (م ٢) وحدتين والميناء (ب) لديه ٧ وحدات حمولة ينقل للمحافظة (م ٢) وحدتين وللمحافظة (م ٣) ٣ وحدات وللمحافظة (م ٤) وحدتين . كما ان الميناء (جـ) لديه اربع وحدات حمولة ينقل للمحافظة (م ٤) وحدة حمولة وينقل للمحافظة (م ٥) ٣ وحدات حمولة .

وبذلك تصبح تكلفة النقل حسب طريقة النقل هذه (طريقة الركن الشمالى الغربى) والتى نرمز لها بالرمز (ف ١) كالاتى :

ف ١ = ٣ × ٦ + ١ × ٥ + ٢ × ٧ + ٣ × ٦ + ٢ × ٥ + ١ × ٩ + ٣ × ١٠ = ١٠٤

وعيب هذه الطريقة انها لاتراعى الاختلاف فى تكاليف النقل ٠

ثانيا : طريقة النقل عن طريق اقل عنصر تكلفة فى العمود (المحافظات) :

بالنظر الى الجدول السابق نلاحظ ان كل محافظة من المحافظات الخمسة تستوفى احتياجاتها من الحمولة من الموانى المختلفة حسب اقل تكلفة نقل مع مراعاة الحمولات الموجودة بكل ميناء ٠

فالمحافظة الاولى (م ١) تحتاج الى ثلاث وحدات حمولة وتكلفة نقل الوحدة من الحمولة الى المحافظة الاولى من الموانى المختلفة كالاتى : (٦) وحدات نقدية من الميناء (أ) و (٤) وحدات نقدية من الميناء الثانى (ب) او (٨) وحدات نقدية من الميناء الثالث (جـ) لذلك تأخذ المحافظة الاولى (م ١) احتياجاتها من الحمولة من الميناء الذى به اقل تكلفة نقل ٠ ونلاحظ ان اقل تكلفة نقل للمحافظة (م ١) هى من الميناء (ب) حيث تكلفة نقل وحدة الحمولة ٤ وحدات نقدية لذلك تستوفى المحافظة (م ١) احتياجاتها من الحمولة (٣ وحدات حمولة) من الميناء (ب) ٠

وبالنسبة للمحافظة (م ٢) تحتاج الى ٣ وحدات حمولة واقل تكلفة نقل هى ٥ وحدات نقدية من الميناء (أ) ولذلك تنقل اليها وحدات حمولة من الميناء (أ) اما بالنسبة للمحافظة (م ٣) تحتاج الى ٣ وحدات حمولة واقل تكلفة نقل هى ٦ وحدات نقدية من الميناء (ب) ولذلك تستوفى هذه المحافظة احتياجاتها بالكامل من الميناء (ب) ٠

وبالنسبة للمحافظة (م٤) تحتاج الى ٣ وحدات حمولة واقل تكلفة للنقل هى ٥ وحدات نقدية من الميناء (ب) الا ان الميناء (ب) لديه ٧ وحدات حمولة حصلت المحافظة (م١) على ٣ وحدات حمولة والمحافظة (م ٣) على ٣ وحدات حمولة ويتبقى وحدة حمولة نعطيها للمحافظة رقم (م ٤) ولكن المحافظة (م ٤) تحتاج الى ٣ وحدات حمولة ٠ ولذلك نختار اقل تكلفة نقل فتكون بالنسبة

للميناء (أ) حيث اقل تكلفة نقل للمحافظة (م٤) ٧ وحدات نقدية ولذلك نعطى المحافظة (م٤) وحدة حمولة من الميناء (أ) وبذلك يكون الميناء (أ) قد اعطى ثلاث وحدات حمولة للمحافظة (م٢) ووحدة حمولة للمحافظة (م٤) وبذلك تستوفى المحافظة (م٤) الوحدة الباقية من الحمولة من الميناء (جـ).

اما بالنسبة للمحافظة (م٥) فانها تحتاج الى ثلاث وحدات حمولة ولا تستطيع ان تستوفى حمولتها بالكامل الا من الميناء (جـ).

وبذلك تصبح خطة النقل حسب هذه الطريقة (اقل تكلفة نقل لكل عمود "محافظة") كالاتى :

المحافظة (م١) تحصل على احتياجاتها بالكامل (٣ وحدات حمولة) من الميناء (ب) والمحافظة (م٢) تحصل على احتياجاتها بالكامل من الميناء (أ) — كما ان المحافظة (م١) تحصل على احتياجاتها بالكامل من الميناء (أ) — اما المحافظة (م٤) فانها تحصل على احتياجاتها بالكامل من الميناء (أ) وحدة حمولة ومن الميناء (ب) وحدة حمولة ومن الميناء (جـ) وحدة حمولة — بينما تحصل المحافظة (م٥) على احتياجاتها بالكامل من الميناء (جـ).

وبذلك يصبح الجدول كالاتى :

المحافظات / الموانى	تكلفة نقل الطن الى المحافظات المختلفة م١	م٢	م٣	م٤	م٥	الحمولات الموجودة بالموانى
أ	٦	٥ ، ٣	٨	٧ ، ١	٦	٤
ب	٤ ، ٣	٧	٦ ، ٣	٥ ، ١	٨	٧
جـ	٨	٦	٧	٩ ، ١	١٠ ، ٣	٤
احتياجات كل محافظة	٣	٣	٣	٣	٣	١٥

وتصبح التكلفة الكلية للنقل حسب هذه الطريقة والتى سنرمز لها بالرمز (ف ٢) هى :

ف ٢ = ٣×٤ + ٣×٥ + ٣×٦ + ١×٧ + ١×٥ + ١×٩ + ٣×١٠ = ٩٦

وواضح ان استخدام هذه الطريقة افضل من استخدام الطريقة الاولى حيث الوفر فى التكلفة الكلية للنقل ١٠٤ ـ ٩٦ = ٨ .

ثالثا : طريقة النقل عن طريق اقل عنصر تكلفة فى الصف (الموانى) :

حسب هذه الطريقة يتم النقل من الموانى المختلفة الى المحافظات المختلفة حسب اقل تكلفة نقل من كل ميناء الى المحافظات المختلفة .

فبالنسبة للميناء الاول (أ) نلاحظ انه يوجد لديه ٤ وحدات حمولة واقل تكلفة نقل من هذا الميناء الى المحافظات الخمسة هو للمحافظة (م٢) حيث تستوفى احتياجاتها بالكامل (٣ وحدات حمولة) ويبقى فى الميناء (أ) وحدة حمولة يعطيها اما الى المحافظة (م١) او المحافظة (م٥) حيث تكلفة النقل متساوية من الميناء (أ) الى كل من المحافظتين ونفرض انه اعطى المحافظة (م١) وحدة حمولة .

وبالنسبة للميناء (ب) لديه ٧ وحدات حمولة واقل تكلفة هى للمحافظة (م١) التى حصلت على وحدة حمولة من الميناء (أ) ولذلك ننقل لها وحدتين حمولة من الميناء (ب) واقل تكلفة نقل بعد ذلك من الميناء (ب) للمحافظة (م٤) ولذلك نعطيها ٣ وحدات حمولة ويتبقى للميناء (أ) وحدتين حمولة تنقلهم الى المحافظة (م٣) .

اما بالنسبة للميناء (جـ) لديه ٤ وحدات حمولة واقل تكلفة نقل هى للمحافظة (م٢) ولكن هذه المحافظة استوفت احتياجاتها من الميناء (أ) ولذلك يعطى الميناء (جـ) وحدة حمولة الى المحافظة (م٤) التى سبق ان حصلت على وحدتين حمولة من الميناء (ب) ولذلك فانه لا يتبقى امام الميناء (جـ) الا ان يعطى ٣ وحدات حمولة للمحافظة (م٥) ويصبح النقل حسب هذه الطريقة موضح فى الجدول الاتى :

المحافظات / الموانى	تكلفة نقل الطن للمحافظات المختلفة م١	م٢	م٣	م٤	م٥	الحمولات الموجودة بالموانى
أ	٦ (١)	٥ (٣)	٨	٧	٦	٤
ب	٤ (٢)	٧	٦ (٢)	٥ (٣)	٨	٧
جـ	٨	٦	٧ (١)	٩	١٠ (٣)	٤
احتياجات كل محافظة	٣	٣	٣	٣	٣	١٥

وتصبح تكلفة النقل الكلية والتى سنرمز لها بالرمز (ف ٣) كالاتى :

ف ٣ = ١×٦ + ٣×٥ + ٢×٤ + ٢×٦ + ٣×٥ + ١×٧ + ٣×١٠ = ٩٣

وبذلك تكون تكلفة النقل الكلية باستخدام هذه الطريقة اكثر وفرا من استخدام الطريقة الاولى والثانية .

رابعا : النقل عن طريق اقل عنصر فى المصفوفة :

حسب هذه الطريقة ننقل الى المحافظات من الموانى المختلفة حسب اقل عنصر تكلفة فى مصفوفة النقل .

واقل عنصر تكلفة هو النقل من الميناء (ب) الى المحافظة (م١) والتى تستوفى احتياجاتها بالكامل من الميناء (ب) ويلى ذلك اقل عنصر تكلفة للنقل هو بالنسبة للمحافظة الاولى (م١) والمحافظة الرابعة (م٤) ونفرض اننا نقلنا الى المحافظة الاولى (م١) احتياجاتها بالكامل من الميناء (أ) ثم ننقل الى المحافظة (م٥) احتياجاتها بالكامل من الميناء (ب) وننقل بعد ذلك وحدة واحدة الى المحافظة (م٣) من الميناء (ب) ننقل للمحافظة (م٥) وحدة حمولة من الميناء (أ) ونعطى المحافظة (م٣) وحدتين حمولة من الميناء (جـ) ثم ننقل وحدتين حمولة الى المحافظة (م٥) من الميناء (جـ) وبذلك تصبح خطة النقل حسب هذه الطريقة موضحة فى الجدول الاتى :

المحافظات الموانى	تكلفة نقل الطن الى المحافظات المختلفـــــة					الحمولات الموجودة بالموانى
	م١	م٢	م٣	م٤	م٥	
أ	(٦)	(٥) ٣	(٨)	(٧)	(٦) ١	٤
ب	(٤) ٣	(٧)	(٦) ١	(٥) ٣	(٨)	٧
جـ	(٨)	(٦)	(٧) ٢	(٩)	(١٠) ٢	٤
احتياجات كل محافظة	٣	٣	٣	٣	٣	١٥

وتصبح التكلفة الكلية للنقل حسب هذه الطريقة والتى سنرمز لها بالرمـــز (ف ٤) كالاتى :

ف ٤ = ٥×٣ + ٦×١ + ٤×٣ + ٦×١ + ٥×٣ + ٧×٢ + ١٠×٢ = ٨٨

وبذلك تكون افضل طريقة من طرق الحل الاول هى طريقة النقل عن طريق اقـــل عنـــصر تكلفة فى مصفوفـــة النقل ٠

ويلاحظ على هذه الطرق الاربعة السابقة انها تعطى حلولا مسموحـــا بها Feasible Solutions حيث انها تلبى شروط النقل الى المحافظات المختلفة من الموانى المختلفة ٠ الا ان هذه الحلول لاتعتبر حلولا مثلى وان كـان النقل عن طريق استخدام اقل تكلفة بالمصفوفـــة يعطينا امثل طريقة بالنسبة للطـرق الثلاثة الاخرى ٠

ويمكن تحسين الحلول الاولية عن طريق اعـادة النقل وهذا ما سنوضحــه فى طرق الحلول المثلى ٠

طرق الحلول المثلى :

تعتبر طريقة التقريب لفوجل من الطرق المثلى للحصول على حل امثـــل وتشتمل طرق الحلول المثلى على مايلى :

أولا : طريقة التقريب المتتالى لفوجل : Vogel's approximation Method

قدم هذه الطريقة العالم الامريكى Vogel ٠ ولشرح خطوات هـــذه الطريقة نستخدم نفس المثال السابق والذى نعيد تقديمه فى الجدول التالى :

المحافظات الموانى	الحمولات الموجودة بالموانى	تكلفة نقل الطن الى المحافظات المختلفـــة					الفـرق للسطور
		م١	م٢	م٣	م٤	م٥	
أ	٤	٦	٥	٨	٧	٦	١
ب	٧	٤	٧	٦	٥	٨	١
جـ	٤	٨	٦	٧	٩	١٠	١
الفرق للاعمدة		٢	١	١	٢	٢	

طريقـــة الحـــل :

اضفنا عـمودا وسطرا الى مصفوفـة التكاليف نسجل فى خلاياهما الفـروق (الفرق بين اقل تكلفة والتكلفة التى تليها) لكل سطر وكل عمود فبالنسبة لفـــروق الاعمدة يتم استخراجها كالاتى :

نطرح اقل تكلفة بهذا العمود من التكلفة التى تليها وتكون النتيجـــة كالاتى :

م١ = ٦ ــ ٤ = ٢

م٢ = ٦ ــ ٥ = ١

م٣ = ٧ ــ ٦ = ١

م٤ = ٧ ــ ٥ = ٢

م٥ = ٨ ــ ٦ = ٢

وبالنسبة للفروق فى السطور يتم استخراجها بطرح اقل تكلفة فى السطـــر من التكلفة التى تليها كالاتى :

أ = ٦ ـ ٥ = ١

ب = ٥ ـ ٤ = ١

ج = ٧ ـ ٦ = ١

ومن مجموع هذه الفروق نختار اكبر رقم منها وفى العمود او السطر الذى يوجد به هذا الفرق نضع اكبر حمولة يمكن نقلها اليه فمثلا المحافظة ب م١ تنقل اليها ثلاثة وحدات والمحافظة ب م٤ تنقل اليها ايضا ثلاثة وحدات ونعطى المحافظة أ م٥ ثلاثة وحدات فيصبح الجدول الجديد بالصورة الاتية :

المحافظات / الموانى	الكمية الباقية للنقل	م١	م٢	م٣	م٤	م٥	فرق السطور
		—	٣	٣	—	—	
أ	١	(٦)	(٥)	(٨)	(٧)	(٦) ٣	٣
ب	١	(٤) ٣	(٧)	(٦)	(٥) ٣	(٨)	١
ج	٤	(٨)	(٦)	(٧)	(٩)	(١٠)	١
فرق الاعمدة		—	١	١	—	—	

وفى هذا الجدول فان اكبر فرق فى السطر الاول (أ) ولذلك نملأ العمود (م٣) بوحدة واحدة فقط ويصبح الجدول كالاتى :

المحافظات / الموانى	الكمية المتاحة	م١	م٢	م٣	م٤	م٥	فرق السطور
		—	٢	٣	—	—	
أ	—	(٦)	(٥)	(٨) ١	(٧)	(٦)	—
ب	١	(٤)	(٧)	(٦)	(٥)	(٨)	١
ج	١	(٨)	(٦)	(٧)	(٩)	(١٠)	١
فرق الاعمدة		—	١	١	—	—	

وفى هذا الجدول فان الفروق بالسطور والاعمدة متساوية لهذا تنقل أولا وحدتين الى جـ م٢ ووحدة الى ب م٣ ووحدتين الى جـ م٣ ونحصل على الجدول الاتى :

المحافظات / الموانى	الكمية المتاحة	م١	م٢	م٣	م٤	م٥	فرق السطور
		—	—	—	—	—	
أ	—	(٦)	(٥) ١	(٨)	(٧)	(٦) ٣	—
ب	—	(٤) ٣	(٧)	(٦) ١	(٥) ٣	(٨)	—
جـ	—	(٨)	(٦) ٢	(٧) ٢	(٩)	(١٠)	—
فـرق الاعمدة	—	—	—	—	—	—	

وتصبح تكلفة النقل الكلية :

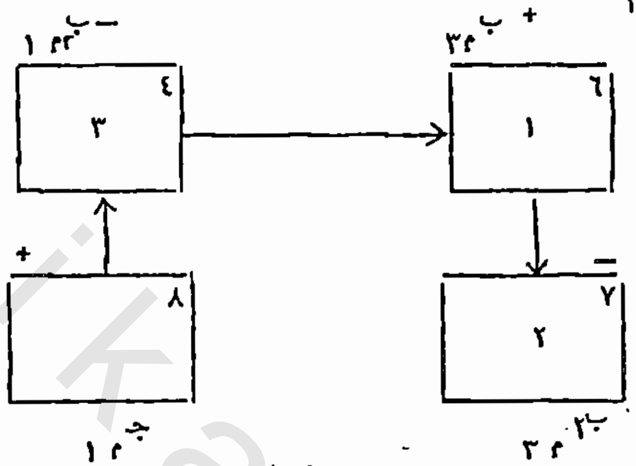
٨٢ = ٦ × ٣ + ٧×٢ + ٦×٢ + ٥×٣ + ٦×١ + ٤×٣ + ٥×١

ثانيا : طريقة التوزيع :

يقوم استخدام طريقة التوزيع على فكرة التحسين المتتابع للحل الاولى حتى مرحلة الوصول الى الحل الامثل ولبيان كيفية تحسين الحل الاولى وللوصول الى الحل الامثل يستلزم الامر تكوين الجدول الاتى حيث تم شغل بعض الخلايا عن طريق اقل تكلفة نقل فى المصفوفة .

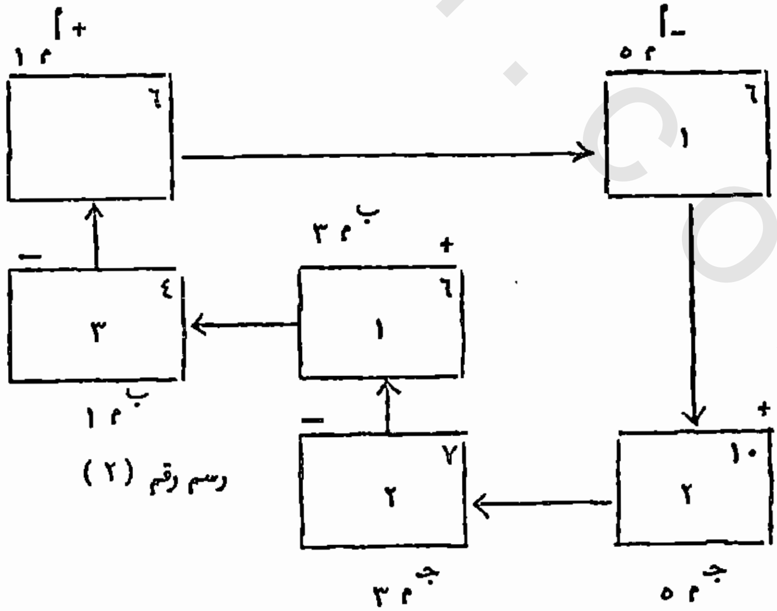
المحافظات / الموانى	م١	م٢	م٣	م٤	م٥	الحمولات بالموانى
أ	(٦)	(٥) ٣	(٨)	(٧)	(٦) ١	٤
ب	(٤) ٣	(٧)	(٦) ١	(٥) ٣	(٨)	٧
جـ	(٨)	(٦)	(٧) ٢	(٩)	(١٠) ٢	٤
احتياجات كل محافظة	٣	٣	٣	٣	٣	١٥

وواضح من الجدول السابق خطة النقل عن طريق اقل عنصر تكلفة في المصفوفة وهذه الخطة للنقل هي حل مسموح به وعلى سبيل المثال اذا تم نقل وحدات حمولة من الميناء (جـ) الى المحافظة الاولى اى (جـم١) بمعنى اننا شغلنا هذه الخلية فانه يحدث تغيير فى ثلاث خلايا مشغولة هى ب م١، ب م٢، جـ م٣ كما هو واضح من الرسم الاتى:



رسم رقم (١)

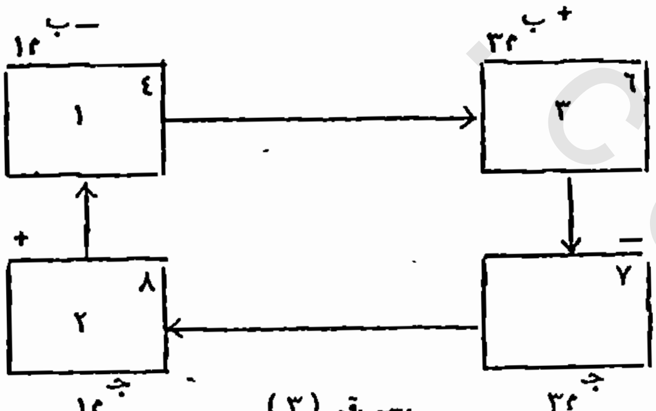
ويستدعى النقل فى الخلية أ م١ تغيير النقل فى ٦ خلايا مشغولة كما يتضح من الرسم الاتى:



رسم رقم (٢)

وبهذه الطريقة فان شغل الخلايا الغير مشغولة empty cells لايتم بالفعل ولكن يتم ربطها مع بعض الخلايا المشغولة Occupied cells ويظهر هذا الربط بانشاء مسار مغلق Closed Path ويتضح من هذا المسار أن هناك ٣ خلايا مشغولة وخلية واحدة غير مشغولة ونتيجة اعادة التوزيع فى كل خلية يتم تغيير النقل من الدائن حيث يزداد النقل فى بعض الخلايا ويتناقص فى البعض الاخر وفى الخلايا التى يزداد فيها التوريد تسمى خلايا موجبة اما الخلايا التى يتناقص فيها التوريد فتسمى خلايا سالبة وفى كل مسار يكون لها اعداد متساوية سالبة وموجبة للخلايا فاذا كانت الخلية الغير مشغولة تبدأ بأن تجعلها موجبة فان الخلية التالية نجعلها سالبة ثم خلية موجبة واخرى سالبة ونضع علامات (+) و (—).وطى هذه الخلايا حتى يمكننا اعادة التوزيع كما هو موضح من الرسم السابق الذى يوضح العلاقة بين الخلية الغير مشغولة ج١٢ مع الخلايا الثلاثة المشغولة ب١٢ ، ب٣٢ ، ج٣٢ ويكون حجم العمل لهذا المسار المغلق ٤×٣ + ١×٦ + ٢×٧ + صفر × ٨ = ٣٢

فاذا قمنا بنقل وحدتين حمولة الى الخلية ج١٢ فمعنى ذلك انه يحدث تغيير بالنسبة للخلايا المشغولة الثلاثة حتى يزيد حجم النقل فى الخلايا الموجبة وينقص فى الخلايا السالبة كما يتضح من الرسم الاتى :



رسم رقم (٣)

ونتيجة لشغل الخلية التى كانت غير مشغولة ينتج اعادة توزيع فى نقل الحمولات ويصبح حجم النقل كالاتى : ف = ١×٤ + ٣×٦ + صفر× ٧ + ٢×٨ = ٣٠

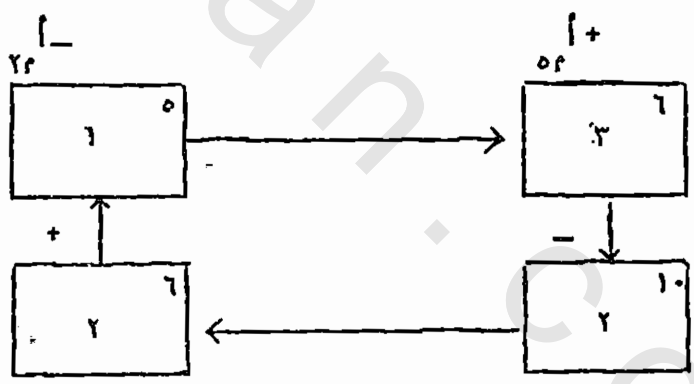
وواضح من مقارنة حجم النقل ان شغل الخلية ج١٢ لايؤدى الى تحسين الخطة ولكن على العكس الى نقص الخطة ٦ وحدات حمولة مما يستلزم شغل ا

ج١٢ ويؤدى ذلك الى زيادة حجم النقل ومن ثم يلزم اعادة توزيع اخر للحمولات .

ويظهر سؤال خاص بهل يستلزم الامر ان تشغل خلية فاذا شغلنا خلية غير مشغولة نرى اثر التغيير على خطة النقل بعد شغل هذه الخلية ولتحقيق ذلك يتم جمع جبرى للمسافات (او تكلفة النقل) بالعلامات الموجودة للخلايا .

وفى هذا المثال فانه بالنسبة للخلية الغير مشغولة ج١٢ فان المجموع الجبرى للمسافات (او تكلفة النقل) يساوى +٨ ـ ٤ + ٦ ـ ٧ = + ٣ وهذا المجموع يرينا انه عند شغل هذه الخلية ينتج زيادة فى حجم العمل ٣ وحدات مسافة لكل وحدة حمولة ولذلك نخصص وحدتين حمولة لهذه الخلية وبذلك يزيد حجم العمل ٦ طن / كيلومتر (٢ × ٣) وتصبح نتيجة اعادة التوزيع موضحة على الرسم رقم ٣ الذى يؤكد ان حجم العمل زاد بالذات بهذا المقدار .

وننظر الان الى مسار مغلق موضح على الرسم (٤) حيث توجد خلية غير مشغولة هى الخلية ج٢٢ .



رسم رقم (٤)

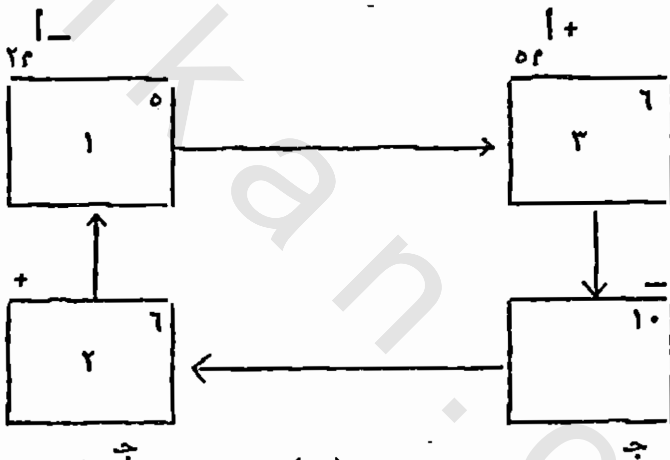
وحجم العمل لهذا المسار المغلق يساوى ٣×٥+١×٦+٢×١٠+ صفر×٦ = ٤١ . وفى الخلية الغير مشغولة فان المجموع الجبرى +٦ ـ ٥ + ٦ ـ ١٠ = -٣

ويشير المجموع السالب ان شغل الخلية يؤدى الى نقص حجم العمل ويظهر سؤال خاص بالمقدار الذى نكتبه فى الخلية الغير مشغولة وقد اظهر لنا الجمع الجبرى اننا اذا كتبنا فى الخلية ج٢٢ فان حجم العمل يتناقص ٣ كيلو متر لكل وحدة حمولة موردة مما يعنى اننا نكتب فى هذه الخلية اكبر مقدار ممكن ولكن هذا

المقدار لا يكون كبيرا ولكنه اقل مقدار من خلايا المسار السالب ولذلك اذا كتبنا في الخلية الغير مشغولة اقل مقدار فان ذلك يعد امكانية تفسير التوريد السالب ويحفظ العدد العام للخلايا الغير مشغولة .

ولذلك ننظر الى مسار مغلق فيه خليتين بالسالب هما أ م٢ ، ج م٥ واقل كمية توريد توجد فى الخلية ج م٥ تساوى وحدتين حمولة ولهذا نكتب هذه الحمولة فى الخلية الغير مشغولة تضاف الى التوريد فى الخلية أ م٥ ونطرح من التوريد فى الخلية السالبة وبكتابة الحمولة الموردة الى الخلية ج م٥ الموضحة فى الرسم الاتى (رسم رقم ٥) يصبح حجم العمل لهذا المسار

١×٥ + ٣×٦ + صفر ×١٠ + ٢×٦ = ٣٥



رسم رقم (٥)

وبذلك فان شغل الخلية ج م٢ يؤدى الى خفض حجم العمل ٦ طن كيلومتر (٣×٢) او ٤١ — ٣٥ = ٦ .

وينتج عن ذلك اننا اذا شغلنا الخلايا الغير مشغولة والتى لها صفات موجبة فان الدالة (حجم العمل) يزداد كما اننا عندما نشغل الخلايا والتى لها صفات سالبة فان حجم العمل يتناقص .

ويلاحظ انه عندما نقوم بتكوين خطط النقل يكون الهدف دائما خفض حجم العمل ولهذا فاننا عندما نقوم بتحسين الخطة الاولية للنقل فان الشغل يكون لتلك الخلايا الغير مشغولة والتى لها صفات سالبة [illegible]

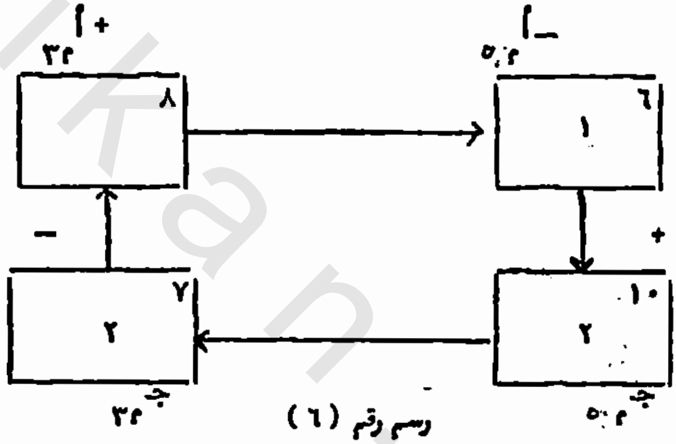
عـدد الخلايا الغير مشغولة ٨ خلايا ولهذا فمن الضرورى لكل خلية ان تكــون مسار مغلق وتحسب صفاته سواء كانت سلبية ام موجبة فبالنسبة لثلاث خلايا غــير مشغولة (خلية جـ م١٢ فى الرسم الاول و أ م١٢ للرسم الثانى و جـ م٣٢ فى الرســم الرابع وتصبح صفات هذه الخلايا كالاتى :

بالنسبة للخليـة جـ م١٢ من الرسم الاول + ٨ ـ ٤ + ٦ ـ ٧ = + ٣

" " أ م١٢ من الرسم الثانى + ٦ ـ ٦ + ١٠ ـ ٧ + ٦ = + ٥

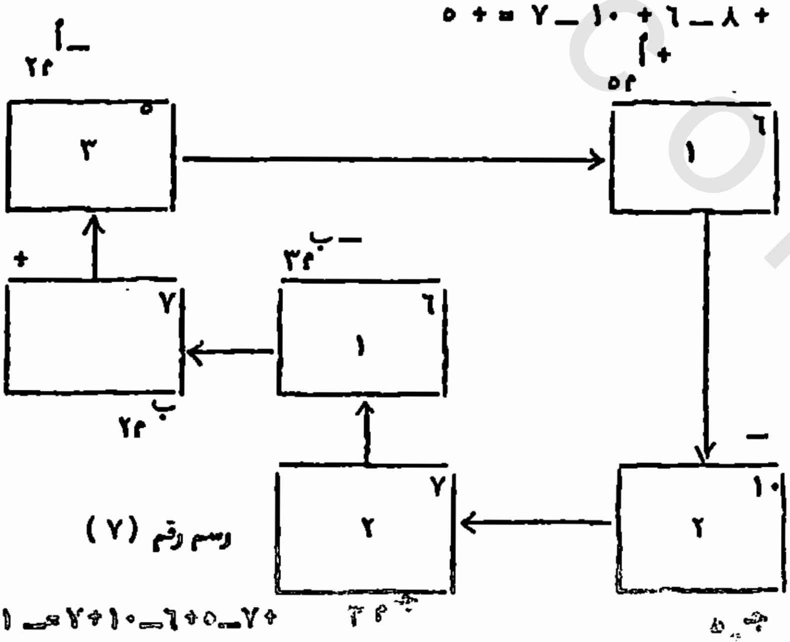
" " جـ م٣٢ من الرسم الرابع +٦ ـ ٥ + ٦ ـ ١٠ = ـ ٣

كما ان باقى الخلايا الغير مشغولة يكون لها مسارات مغلقة وصفــات موضحة على الرسوم من الرسم رقم (٦) حتى الرسم رقم (١٠) على الترتيب الاتى :

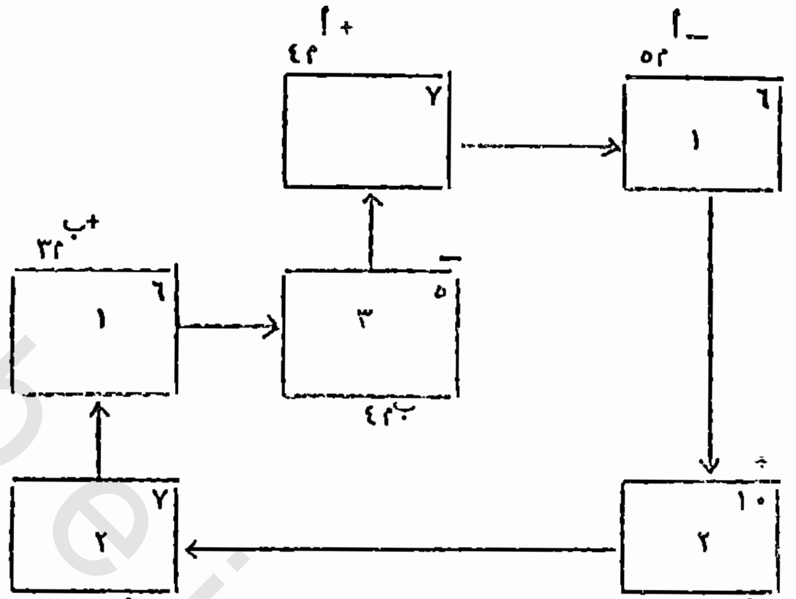


رسم رقم (٦)

+ ٨ ـ ٦ + ١٠ ـ ٧ = + ٥

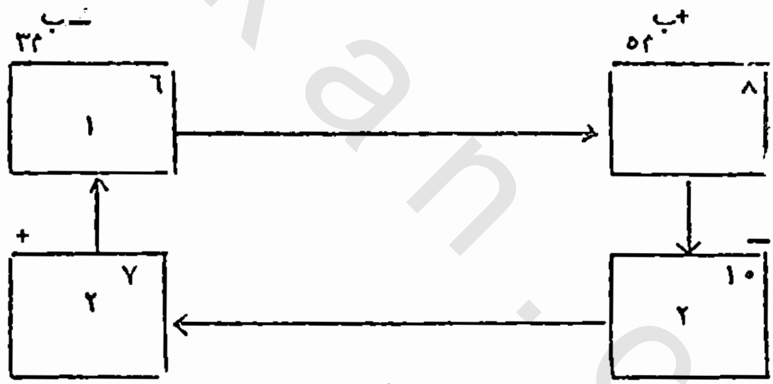


+٧ ـ ٥ + ٦ ـ ١٠ + ٧ = ـ ١



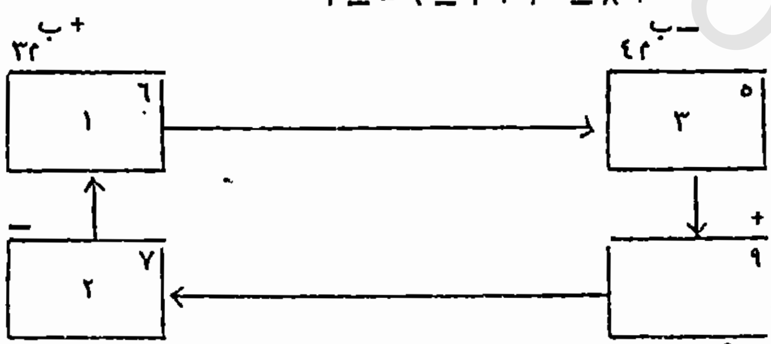
رسم رقم (٨)

+٧ _ ٦ + ١٠ _ ٧ + ٦ _ ٥ = + ٥



رسم رقم (٩)

+ ٨ _ ١٠ + ٧ _ ٦ = _ ١



رسم رقم (١٠)

+٩ _ ٧ + ٦ _ ٥ = + ٣

ومن الخلايا الثانية الغير مشغولة (انظر الجدول السابق) فان الكتابة تتم فى ثلاثة خلايا هى ب٢م ، ب٥م ، ج٢م وهذه الخلايا لها صفات سالبية هى ـ ٣ ، ـ ١ ، ـ ١ •

وعند اعادة التوزيع فان الكتابة تتم اولا للخلايا الغير مشغولة التى لها صفات سالبة والتى لها اكبر مقادير عامة وفى هذا المثال فان اكبر مقدار عام يكون للخلية الغير مشغولة ج٢م وهذه الخلية يجب شغلها فى المقام الاول وتصبح اعادة التوزيع نتيجة شغل هذه الخلية ج٢م واضافة الجدول الاتى الذى يوضح خطة النقل المثلى :

المحافظات / الموانى	م١	م٢	م٣	م٤	م٥	الحمولات بالموانى
أ	(٦)	(٥) ١	(٨)	(٧)	(٦) ٣	٤
ب	(٤) ٣	(٧)	(٦) ١	(٥) ٣	(٨)	٧
ج	(٨)	(٦) ٢	(٧) ٢	(٩)	(١٠)	٤
احتياجات كل محافظة	٣	٣	٣	٣	٣	١٥

وتصبح تكلفة النقل

ف = ١×٥ + ٣×٦ + ٣×٤ + ١×٦ + ٣×٥ + ٢×٦ + ٢×٧ = ٨٢

ثالثا : طريقة التوزيع المعدلة :

يلاحظ انه بالرغم من ان طريقة التوزيع تعتبر من طرق الحلول المثلى الا ان خطوات الحل تستلزم عمليات حسابية كثيرة وقد ظهرت طريقة التوزيع المعدلة لتبسيط طرق حل مشاكل النقل •

ويقوم استخدام طريقة التوزيع المعدلة على التحسين المتتابع لخطة الحل الاولية الى ان نحصل على الحل الامثل • وتعتبر طريقة التوزيع المعدلة اضافة وترشيد وتبسيط لطرق الحل وقد قام بصياغتها كل من Kooper, V; Charnes, A

كما قام باعداد مراحل الحل Henderson, A • وهذه الطريقة مرشدة وعمليـة لحل مشاكل النقل وتسمى ايضا المقدرة Potential ويرمز لها بالرمـوز MODI اختصارا لمعناها Modified Distribution Method •

وتنحصر هذه الطريقة فى انه بالنسبة لكل سطر وكل عمود فى الجدول (المصفوفة) يتحدد رقم معين يسمى المقدرة Potential وبمساعدة هذه الارقام يمكـن ان نحدد ما اذا كان يلزم ملأ الخلايا الغير مشغولة ام تبقى غير مشغولة •

وتتحدد مقدرة السطور والاعمدة للخلايا المشغولة الموجودة فى هذه السـطور والاعمدة والعنصر (المسافة لكل نوع من انواع السفن على الخطوط او التكلفة) فـى الخلية المشغولة يجب ان يعادل مجموع السطور والاعمدة فى التقاطع الذى يوجد بـه هذا المربع •

وفى بداية حساب المقدرة الاولى للسطر او العمود تستخدم شرط يعـادل صفر وتتحدد كل المقدرات الباقية بمساعدة عناصر الخلايا المشغولة •

فاذا رمزنا لمقدرة السطور بالرمز ($و_ى$) ولمقدرة الاعمدة بالرمز ($ف_ج$) ولعناصر الخلايا المشغولة (المسافة او تكلفة النقل) بالرمز ($س_{ى ج}$) فيمكن استخـراج طريقة حساب المقدرة بالصياغة العامة •

$$و_ى + ف_ج = \bar{س}_{ى ج}$$

$$و_ى = \bar{س}_{ى ج} - ف_ج$$

$$ف_ج = \bar{س}_{ى ج} - و_ى$$

وواضح من هذه العلاقات انه لحساب مقدرة السطر يلزم ان يكون لدينا خليـة مشغولة للعمود الذى حددنا له المقدرة جـ ولحساب مقدرة العمود يلزم ملء الخليـة التى يكون لها مقدرة للسطر •

ولحل هذه المشكلة بطريقة التوزيع المعدلة فان الخطة الاولية يجب ان يكـون بها م + ن ـ ١ خلية مشغولة •فاذا كانت الخطة لا تلبى هذا الشرط فانها لاتكـون مثلى • وفى هذا المثال ٥ + ٣ ـ ١ = ٧ = م+ ن ـ ١ اى انه لابد من شـغل ٧ خلايا فى الجدول •

ويعبر الجدول الاتى عن خطة النقل الاولية التى تم تكوينها عن طريـــــق اقل عنصر فى السطر •

المحافظات / الموانى	الحمولات بالموانى	م١	م٢	م٣	م٤	م٥	مقدرة السطور
		٣	٣	٣	٣	٣	
أ	٤	(٦) ١	(٥) ٣	(٨) ٨	(٧) ٧	(٦)	صفر
ب	٧	(٤) ٢	(٧) ٣	(٦) ٢	(٥) ٣	(٨) ٩	ـ ٢
جـ	٤	(٨) ٥	(٦) ٤	(٧) ١	(٩) ٦	(١٠) ٣	ـ ١
مقدرة الاعمدة		٦	٥	٨	٧	١١	

فبالنسبة للسطر (أ) استخدمنا مقدرة افتراضية تعادل صفر وهذا السطر بـــه خليتين مشغولتين مما يسمح بتحديد المقدرة للاعمدة $م_1$ ، $م_2$ •

فبالنسبة الى العمود الاول نحصل على :

$$م_1 \quad ف_1 = \bar{س}_{11} - و_ى = ٦ - صفر = ٦$$

وبالنسبة للعمود الثانى نحصل على :

$$م_2 \quad ف_2 = \bar{س}_{12} - و_ى = ٥ - صفر = ٥$$

وبمعرفة مقدرة العمود ($م_1$) نشغل الخلية ب $م_1$ نحسب مقدرة السطر (ب)

$$و_2 = \bar{س}_{21} - ف_1 = ٤ - ٦ = -٢$$

وتسمح مقدرة السطر (ب٢) بخليتين باقيتين فيه ان نحدد مقدرة العمود ($م_3$) و ($م_4$)

$$م_3 \quad ف_3 = \bar{س}_{23} - و_2 = ٦ - (-٢) = ٨$$

$$م_4 \quad ف_4 = \bar{س}_{24} - و_2 = ٥ - (-٢) = ٧$$

وبالنسبة لنقدرة السطر (جـ) تتحدد بشغل الخلايا الموجودة فى العمـــــود ($م_3$) •

[illegible] = ٧ ـ ٨ = ـ ١

وباستخدام مقدرة هذا السطر تتحدد مقدرة العمود كالاتى :

$$ف_ه = \bar{س}_{٣٦} - و_{٣} = -١ - (-١) = ١١$$

وتصبح دالة الهدف كالاتى :

ف = ١×٦ + ٣×٥ + ٢×٤ + ٢×٦ + ٣×٥ + ١×٧ + ٣×١٠ = ٩٣

وبعد تحديد المقدرة لكل من السطور والاعمدة يمكن ان نعرف هل الخطة مثلى ام لا واذا لم تكن مثلى فكيف يمكن ان نجعلها مثلى ؟

ولهذا الهدف فانه بالنسبة لكل خلية غير مشغولة نحسب مجموع مقـــدرة السطر والاعمدة فى التقاطع الذى يوجد به هذه الخلية وفى الجدول السابـــق فان مجموع المقدرة توجد فى الخلايا الغير مشغولة فى الركن الجنوبى الغـــربى من المربع •

وبمقارنة مجموع المقدرة مع التقييم فى الخلايا الغير مشغولة تسمح هذه المقارنة بتحديد هل من الضرورى ان نملء هذه الخلايا او نبقيها غير مشغولة ؟

لذلك فانه عندما نقوم بحل مشاكل تكون دالة الهدف فيها اقل ما يمكـــن لا نشغل الخلايا الغير مشغولة والتى يكون فيها مجموع المقدرة اقل من العنصـــر (المسافة او التكلفة للنقل) ،اما اذا كان حل المشكلة هو تعظيم دالة الهدف فاننـــا لا نملأ الخلايا الغير مشغولة التى تكون فيها مجموع المقدرة اكبر من الصفر •

وبمعنى آخر اذا كانت الخلايا والتى يكون فيها الفرق بين قيم العنصر ومجموع المقدرة اى ان $\bar{س}_{ىج} - (و_{ى} + ف_{ج})$ موجبا فاننا لا نشغل الخلية المذكـــورة عند حل المشكلة الى تقليل دالة الهدف •

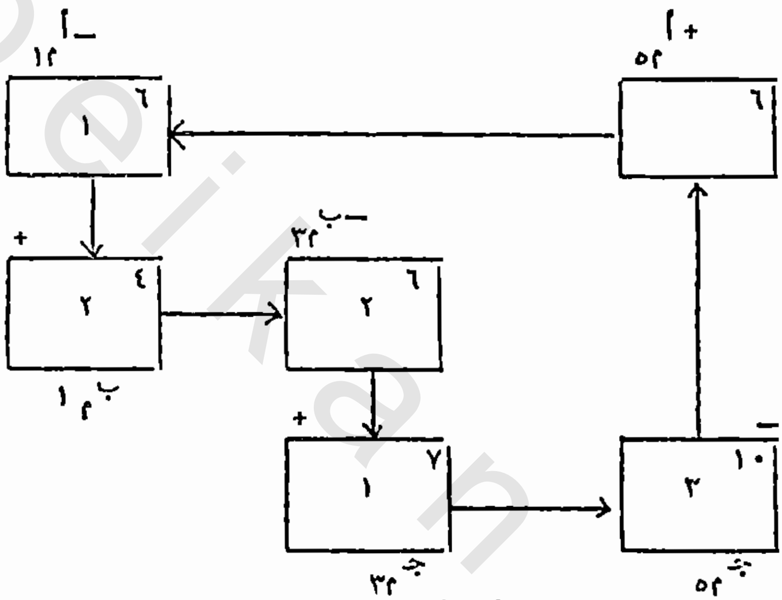
وعلى ذلك ففى الجدول السابق فان الخلية الرابعة لها مجموع مقدرة اقـــل من قيمة العنصر وفى الخليتين ($أ_{٣٢}$) و ($أ_{٤٢}$) فان مجموع المقدرة يعادل قيمـة العناصر ،وفى خليتين اخريين هما ($ب_{٥٢}$) ،($أ_{٥٢}$) يكون مجموع المقدرة اكـــبر من قيمة العناصر •

وحيث ان مشكلتنا هى تقليل تكلفة النقل فانه من الخلايا الغير مشغولـــة يجب ان نشغل الخلايا والتى يكون فيها مجموع المقدرة اكبر من قيم العناصر ،لأن شغل

خلية من هذه الخلايا يسمح بتقليل مجموع دالة الهدف ، وهذا النقص سيكون مساد لا ناتج الخلية التى سنشغلها .

وبالنسبة للخلية (أم٥) يكون : س١٥ = (وى + فه) = ٦ ـ ١١ = ـ ٥
ويمكن كتابة هذا المقدار فى هذه الخلية (أم٥) .

ويوضح الرسم الاتى الاركان للخلية (أم٥) وبالنسبة للمقدار الاقل من الاركان السالبة والذى يمكن كتابته فى الخلية الغير مشغولة يساوى واحد .



رسم رقم (١١)

ونتيجة ملء الخلية الغير مشغولة (أم٥) فان دالة الهدف تنقص بمقدار ٥ = ١ × ٥ ويتم تغيير المقادير فى مربعات خمسة مرتبطة بركن واحد ، وتظهر الخطة كما فى الجدول الاتى ، وتكون دالة الهدف :

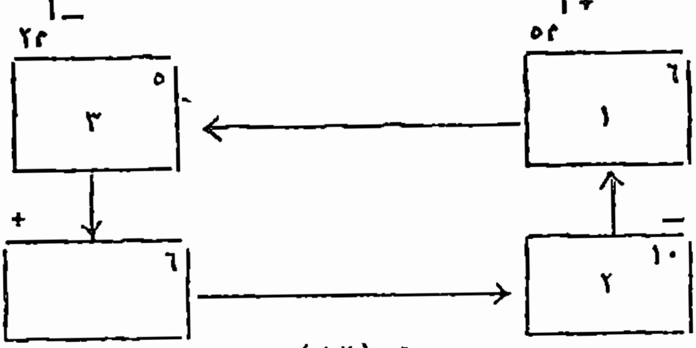
ف = ٣×٥ + ١×٦ + ٣×٤ + ١×٦ + ٣×٥ + ٢×٧ + ٢×١٠ = ٨٨

المحافظات / الموانى	الحمولات بالموانى	م$_{١}$ ٣	م$_{٢}$ ٣	م$_{٣}$ ٣	م$_{٤}$ ٣	م$_{٥}$ ٣	مقدرة السطور
أ	٤	٦ / ١	٥ / ٣	٨ / ٣	٧ / ٢	٦ / ١	صفر
ب	٧	٤ / ٣	٧ / ٨	٦ / ١	٥ / ٣	٨ / ٩	٣
جـ	٤	٨ / ٥	٦ / ٩	٧ / ٢	٩ / ٦	١٠ / ٢	٤
مقدرة الاعمدة		١	٥	٣	٢	٦	

وفى هذه الخطة فانه يكون من المنطقى تتحدد المقدرة لكل من السطـــــور والاعمدة ،فالمقدرة المعادلة صفر تستخدم فى السطر (أ) وبملء مربعات هذا السطر تتحدد المقدرة للاعمدة م$_{٢}$ (٥ ــ صفر) = ٥ و م$_{٥}$ = (٦ ــ صفر) = ٦ وبخليـة العمود الاخير نحصل على مقدرة السطر جـ = صفر = ١٠ ــ ٦ = ٤

وبملء الخلية فى هذا السطر يمكن تحديد المقدرة للعمود م$_{٣}$ (٧ ــ ٤) = ٣ وهذا العمود بــه خلية مشغولة فى السطر (ب) وتكون المقدرة له ٦ ــ ٣ = ٣ وخلايا هذا السطر تتحدد المقدرة للاعمدة الاخرى م$_{١}$ (٤ ــ ٣) = ١ و م$_{٤}$ (٥ ــ ٣)=٢

ويكون مجموع المقدرات الجديدة فى الخلايا الخمسة الخالية اسفل وفى ثلاثـــة خلايا ب$_{م٢}$ و ب$_{م٥}$ ،جـ$_{م٢}$ تكون المقدرة الجديدة اعلى من مقادير العناصر (التكلفة او المسافة) كما تكون اكبر قيمة سالبة فى الخلية جـ$_{م٢}$ ٦ ــ (٤+٥) = ــ ٣ ولهـــذا يجب شغل هذه الخلية فى المقام الاول • ويسمح ملء هذه الخلية باعادة التوزيـــع فى الخلايا المشغولة بالرؤوس كما فى الرسم الاتى :



جـ م ٥ رسم رقم (١٢) جـ م ٥

ويكتب فى الخلية الغير مشغولة اقل مقدار سالب للرأس (جـ) وهذا يقـــلل دالة الهدف ٢ × ٣ = ٦ كما تصبح دالة الهدف بعد اعـادة التوزيع كالاتى :

٨٢ = ٧×٢ + ٦×٢ + ٥×٣ + ٦×١ + ٤×٣ + ٦×٣ + ٥×١

و تصبح الخطة بعد اعـادة التوزيع كالاتى :

الموانى	الحمولة بالالف طـــن	م١	م٢	م٣	م٤	م٥	مقـدرة السطور
		٣	٣	٣	٣	٣	
أ	٤	(٦) ٤	(٥) ١	(٨) ٦	(٧) ٥	(٦) ٣	صفر
ب	٧	(٤) ٣	(٧) ٥	(٦) ١	(٥) ٣	(٨) ٦	صفر
جـ	٤	(٨) ٥	(٦) ٢	(٧) ٢	(٩) ٦	(١٠) ٧	١
مقدرة الاعمدة		٤	٥	٦	٥	٦	

نكرر حساب المقدرة لكل من السطوروالاعمدة بنفس النظام السابق ،ونجـــد فى الخطة الموضحة فى الجدول الاخير انه فى كل الخلايا الغير مشغولة يكون مجمـوع المقدرات اقل من مقدار العناصر فى الخلايا ،اى ان الخطة لايكون بها خلايـــا غير مشغولة لكى نملأها حتى نقلل دالة الهدف وتصبح الخطة مثلى وتكون دالـــة الهدف كالاتى :

ف = ٥×١ + ٦×٣ + ٤×٣ + ٦×١ + ٥×٣ + ٦×٢ + ٧×٢ = ٨٢

رابعا : طريقة التوزيع الشرطى Conditional Distribution Method

و تسمى طريقة الربع التفاضلى كما تسمى بطريقة القيمة الوسيطة Intermediate Value وقد قام بصياغة هذه الطريقة العالم الروسى Laurie كما قام بتطبيقهـــا العالم الروسى Brodno . وطبقا لهذه الطريقة يتم التوزيع عن طريق اقل عنصر فـــى العمـود .

المحافظات / الموانى	الحمولة بالالف طن	م١	م٢	م٣	م٤	م٥	العجز ـ الفائض +
		٣	٣	٣	٣	٣	
أ	٤	٦	٥ ، ٣	٨	٧	٦ ، ١	ـ ٢
ب	٧	٤ ، ٣	٧	٦ ، ٣	٥ ، ١	٨	ـ ٢
جـ	٤	٨	٦	٧	٩	١٠	+ ٤
الفرق		٨ ـ ٤ = ٤	٦ ـ ٥ = ١	٧ ـ ٦ = ١	٩ ـ ٥ = ٤	١٠ ـ ٦ = ٤	

والخطة بهذا الشكل تسمح بالنقل الى المحافظات م١ ، م٢ ، م٣ بالكامل حسب احتياجات هذه المحافظات وبالنسبة للمحافظات م٤ ، م٥ فقد تم نقل جزء من احتياجاتهما ومعنى ذلك ان الموانى أ ، ب قد نقلا بالكامل المطلوب منهما اما الميناء (جـ) فلم ينقل منه اى حمولة .

وبعد التوزيع الاولى نحدد العجز والفائض لكل سطر وسطر العجز معناه ان اى ميناء قام بنقل كل الحمولة الى المحافظات المختلفة ولكن بعض المحافظات لم تستوف احتياجاتها بالكامل وهذا واضح بالنسبة للموانى أ ، ب فقد قاما بنقل كل حمولاتهما الى المحافظات الخمسة الا ان المحافظة م٤ ، م٥ لم يحصلا على كل احتياجاتهما وبالنسبة لسطر الفائض فمعناه ان الميناء (جـ) لم يورد اى جزء من حمولته الى المحافظات والعجز يأخذ علامة (ـ) والفائض (+) ومجموع العجز يعادل مجموع الفائض كما فى الجدول الاول (ـ ٢) + (ـ٢) = ـ ٤ والفائض + ٤ ويمكن استخراج العجز للسطر الاول والثانى كالاتى :

المحافظة م٥ تحتاج الى ٣ وحدات حمولة الا انها حصلت على وحدة واحدة ومعنى ذلك انها مازالت تحتاج الى وحدتين وبذلك يكون العجز فى السطر الاول ـ ٢ وكذلك المحافظة م٤ تحتاج الى ٣ وحدات حمولة حصلت على وحدة واحدة ومعنى ذلك أن العجز فى السطر الثانى ـ ٢ وبالنسبة للسطر الثالث فالمفروض ان الميناء (جـ) ينقل

٤ وحدات ولكن لم ينقل الى اى من المحافظات الخمسة ولذلك يكون الفائض+ ٤ ٠

وبعد توضيح العجز والفائض للسطور نحدد فى كل عمود الفرق بين اقل عنصر فى سطور الفائض وعناصر الخلايا المشغولة ويكتب الفرق اسفل سطر الجدول ٠ وفى مثالنا يوجد سطر واحد للفائض ولهذا فلتحديد الفرق للاعمدة (المحافظات) نأخذ عنصر هذا السطر بدون اختيار ويكون الفرق للعمود الاول $م_١$ = ٨ ــ ٤ = ٤ وللعمود $م_٢$ يكون الفرق $م_٢$ = ٦ ــ ٥ = ١ وللعمود الثالث $م_٣$ = ٧ ــ ٦ = ١ وللعمود الرابع $م_٤$ = ٩ ــ ٥ = ٤ وللعمود الخامس $م_٥$ = ١٠ ــ ٦ = ٤

ومن هذه الفروق نختار اقل فرق ونعلمه بنجمة * ونسميه (القيمة الوسيطة) و يلاحظ انه عندنا نوعين من هذه القيمة : الاول الذى علمناه بنجمة وهو الذى اخترناه فى الجدول السابق ولهذا نكون جدول جديد تزداد فيه العناصر فى سطور العجز بمقدار الربع الوسيط (القيمة الوسيطة) وتبقى باقى مؤشرات الجدول بدون تغيير كما يتضح من الجدول الاتى :

المحافظات / الموانى	الحمولة بالالف طن	$م_١$	$م_٢$	$م_٣$	$م_٤$	$م_٥$	العجز ــ / الفائض +
		٣	٣	٣	٣	٣	
أ	٤	٦	٥ / ١ / رقم٥	٨	٧	٦ / ٣ / رقم٤	ــ
ب	٧	٤ / ٣ / رقم ١	٧	٦ / ٣ / رقم ٢	٥ / ١ / رقم٣	٨	٢ــ
جـ	٤	٨	٦ / ٢ / رقم٦	٧	٩	١٠	٢+
الفرق		٧ــ٥ =٢	ــ	٧ــ٧ =صفر	٨ــ٦ =٢	ــ	

وباضافة القيمة الوسيطة الى عناصر التكلفة فى سطور العجز فى العمود الذى به نجمة معلمة فان مؤشر التكلفة $س_{ى ج}$ للخلية المشغولة يزداد ويصبح معادلا لمؤشر $س_{ى ج}$ للخلية الغير مشغولة الموجودة فى سطر الفائض المسمى $س_{١٢}$ = $س_{٣٢}$ = ٦ وفى الجدول الاخير فان عدد الخلايا التى يمكن ان ننقل اليها زادت خلية

واحدة وفى مثالنا هذا فان الخلايا بأقل عناصر ستكون ٦ خلايا (والخلية الجديدة هى (جـم$_٢$) ويجب أن يتم نقل حمولات مع مراعاة تتابع شغل هذه الخلايا ولشغل الخلايا الوحيدة فى أعمدتها أو سطورها برقم الترقيم المطابق فمثلا فى العمود (م$_١$) فان الخلية الوحيدة الذى سيكتب فيها التوريد هى الخلية (ب$_{١م}$) ولذلك تؤخذ رقم ١ والخلية التالية لها هى (ب$_{٣م}$) وتأخذ رقم ٢ والخلية (ب$_{٤م}$) تأخذ رقم ٣ والخلية (أ$_{٣م}$) تأخذ رقم ٤ وكل هذه الخلايا وحيدة فى اعمدتها كما ان الخلايا (أ$_{٢م}$ ، جـ$_{٢م}$) توجدان فى عمود واحد ويأخذان ارقام ٥ للخلية (أ$_{٢م}$) و ٦ للخلية (جـ$_{٢م}$) .

وبعد شغل الخلايا فى سطور الجدول يتحدد العجز والفائض ففى السطر الثانى (ب) يكون العجز (ــ٢) وفى السطر (جـ) يكون الفائض (+ ٢) كما وزعت الاحتياجات بالكامل فى السطر (أ) ومن ثم حصلت المحافظة الثانية والخامسة على احتياجاتها ولهذا يكون الفرق = صفرا .

اما علاقة السطر الذى يملك قيمة صفر فيتحدد بالطريقة الاتية : اذا كانت العلاقة مرتبطة بالعمود بالسطر السالب فان العلاقة تكون بالسالب واذا كانت العلاقة مرتبطة مع سطر موجب فان علاقته ستكون بالموجب . وفى مثالنا فان السطر (أ) بالعمود (م$_٢$) مرتبطة بالسطر الموجب ولذا تكون العلاقة موجبة .

ثم نحدد لكل عمود الفرق لايجاد القيمة الوسيطة ومن السطور الموجبة يكون عندنا سطرين ، واحد منهما فائض نختار اقلهم حسب عنصر التكاليف ومنه نطرح تكلفة الخلية المشغولة ففى العمود (م$_١$) فى السطر الموجب يوجد عنصرين ٧ ، ٨ وللطرح نختار اقل منهما (فى السطر أ) والفرق بالنسبة الى (م$_١$) يعادل ٧ ــ ٥ = ٢ ومن المنطق ان نحدد الفرق لكل من م$_٣$ ، م$_٤$ ونكتبه اسفل السطر اما بالنسبة للاعمدة التى فيها الخلايا المشغولة توجد فى السطور الموجبة فان الفرق لايتحدد وفى مثالنا فان هذه الاعمدة هى م$_٢$ ، م$_٥$ وأقل فرق يعادل صفر نأخذه للربع الوسيط (القيمة الوسيطة) ونضيفه الى مؤشر التكلفة فى سطر العجز وهكذا فان اضافة صفر لا تغير مقدار التكلفة لهذا فانه فى الجدول الثالث تكتب بدون تغيير وتزيد عدد الخلايا المشغولة خلية واحدة وتصبح (٧) خلايا ونرقمها كالاتى :

رقم ١ ب $_{م١}$ = ٣ رقم ٥ ب $_{م٥}$ = ١

رقم ٢ ب $_{م٤}$ = ٣ رقم ٦ جـ $_{م٢}$ = ٢

رقم ٣ أ $_{م٥}$ = ٣ رقم ٧ جـ $_{م٣}$ = ٢

رقم ٤ أ $_{م٢}$ = ١

ويصبح الجدول بالصورة الاتية :

المحافظات / الموانى	الحمولات بالالف طن	م١ ٣	م٢ ٣	م٣ ٣	م٤ ٣	م٥ ٣	(القيمة) الريع	العجز ـ الفائض+
أ	٤	٧	٦ ١ رقم	٩	٨	٧ ٣ رقم ٣	١	صفر
ب	٧	٥ ٣ رقم ١	٨	٧ ١ رقم ٥	٦ ٣ رقم ٢	٩	١٠	صفر
جـ	٤	٨	٦ ٢ رقم ٦	٧ ٢ رقم ٧	٩	١٠	صفر	صفر

وبذلك يصبح المجز والفائض لكل السطور فى هذه الخطة يعادل صفر وهذا يعنى ان كل الانتاج وزع على كل مراكز التوزيع (المحافظات) ويكون عدد الخلايا المشغولة ٧ خلايا اى ان م+ن ـ١ = ٣ + ٥ ـ ١ = ٧ وللخلايا المشغولة اقل تكلفة للمؤشر $س_{ى ج}$ ومن ثم نحصل على الخطة المثلى اذ ان النقل يتم بأقل تكلفة وتصبح قيمة دالة الهدف فى الجدول الاخير كالاتى :

ف = ١ (٦ـ١) + ٣ (٧ـ١) + ٣ (٥ـ١) + ١ (٧ـ١) + ٣ (٦ـ١) +
٢ (٦ ـ صفر) + ٢ (٧ ـ صفر) = ٨٢

: طريقة النقل باستخدام الرسم الشبكى :

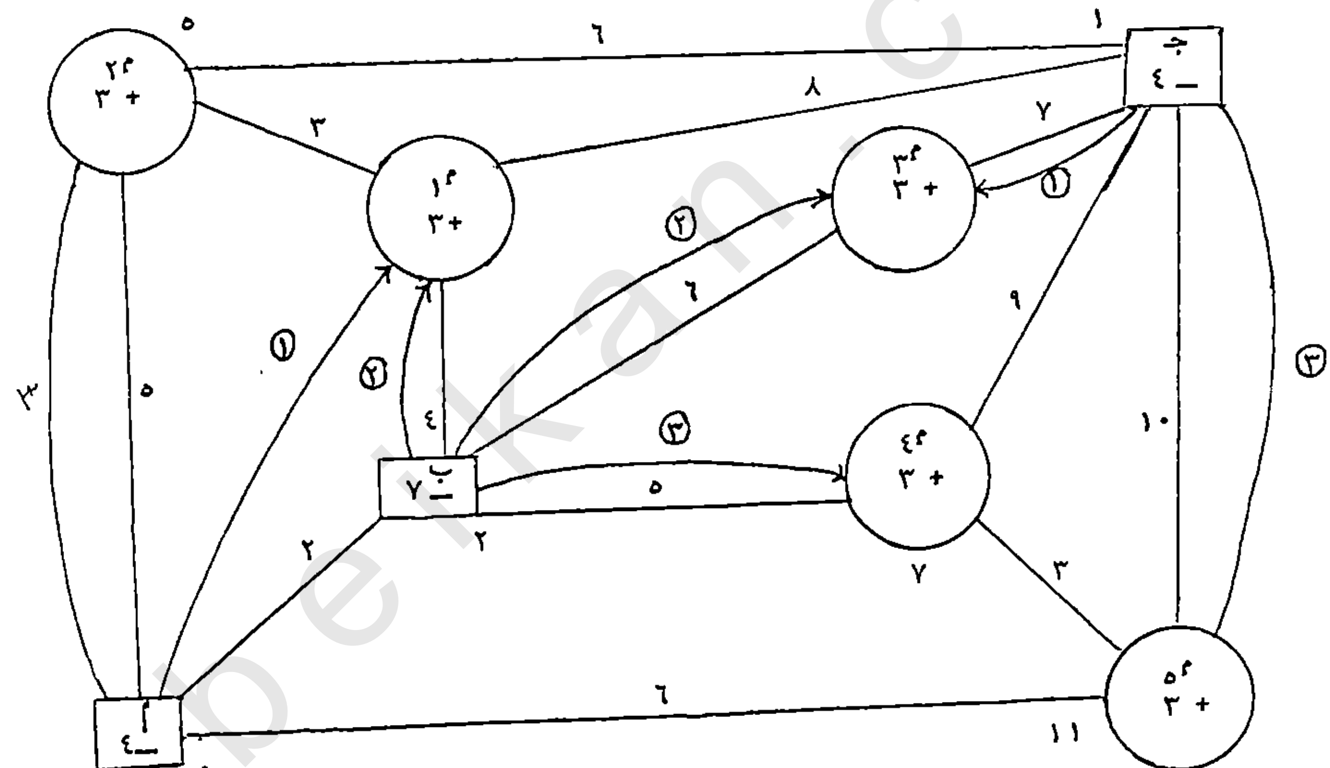
يمكن ان يتم النقل من الموانى الى مراكز التوزيع الداخلية باستخدام شبكة النقل حيث يلاحظ ان البيانات الخاصة بالمشاكل السابق شرحها كانت فى شكل مصفوفة ومثل هذه المشاكل تستخدم بكثرة فى حل المشاكل .

كما يمكن التعبير عن المشاكل السابقة فى شكل شبكى وفى هذه الحالة فان كل عناصر المشكلة يمكن تثبيتها مباشرة على الرسم الشبكى •

وبفرض انه يوجد لدينا الجدول الاتى (مع العلم بأن التوزيع الاولى تم عن طريق اقل عنصر فى السطر) •

المحافظات / الموانى	الحمولة بالالف طن	م١	م٢	م٣	م٤	م٥
		٣	٣	٣	٣	٣
أ	٤	٦ ١	٥ ٣	٨	٧	٦
ب	٧	٤ ٢	٧	٦ ٢	٥ ٣	٨
جـ	٤	٨	٦	٧ ١	٩	١٠ ٣

فانه يمكن ترجمة الجدول السابق على الرسم الشبكى الاتى او على ما يسمى بشبكة النقل •



رسم رقم (١٣)

وواضح من الرسم السابق ان الخلايا تشير الى الموانى والدوائر تشير الى المحافظات وموضح داخل كل خلية الحمولات بالموانى بالسالب وداخل كل دائرة احتياجات المحافظات بالموجب •

كما ان مجموع الكميات للخلايا والدوائر يتطابق مع مجموع الكميات بالموانى والمحافظات وتشير الاسهم المتجهة من الخلايا الى الدوائر الى حجم البضاعة الموزعة على المحافظات كما يشير الرقم فى وسط كل خط الى المسافة (او التكلفة) لكل محافظة وبمقارنة المسافة فى اخر جدول بالطريقة المعدلة والرسم الشبكى نلاحظ من النظرة الاولى انهما لايتطابقان اذ انه فى الجدول موضح كل مسافة لكل نوع من الموانى والمحافظات واما فى الرسم الشبكى فان المسافة بين الموانى والمحافظات نلاحظ ان نقطة واحدة تدخل فى نقطة اخرى •

فعلى سبيل المثال نلاحظ ان المسافة بين $ب_{م٢}$ معروفة وواضحة فى الجدول حيث تعادل ٧ وحدات اما فى الشكل الشبكى فان العلاقة تتم عن طريق النقطة $ب_{م٢}$ والتى توجد بين (ب) على مسافة ٤ وحدات ومن ($م_٢$) على مسافة ثلاثة وحدات اى ان المجموع ٧ وحدات • وكذا نلاحظ ان المسافة بين ($ب_{م٥}$) حيث تعادل ٨ وحدات •كما يوجد ايضا ($أ_{م٣}$) و ($أ_{م١}$) •

وفى الجدول المشار اليه فان المسافة ($أ_{م٣}$) تعادل ٨ وحدات مسافة اما فى الشكل الشبكى فان المسافة من ($أ_{م٣}$) تتم من خلال ($ب_{م٣}$) ٦ وحدات مسافة ومن (أ) ٢ وحدة مسافة ويكون مجموع المسافة $أ_{م٣}$ ٦ + ٢ = ٨ ومن المنطلق تحديد المسافة ($أ_{م١}$) حيث تعادل ٦ وحدات •

ويبدأ حل المشكلة من التوزيع الاولى لحمولات الموانى على المحافظات ولذلك نوزع اولا الحمولة بالميناء (أ) على المحافظة ($م_٢$) حيث تنقل اليها اكبر حمولة ممكنة لتلبية احتياجاتها من الحمولة ويتم التوزيع بالسهم كما ان المقدار الذى وزع على المحافظة موضح داخل الدائرة بالسهم ويبقى جزء من الحمولة يوزع على المحافظة ($م_١$) •

وبالنسبة للميناء (ب) فان اقرب محافظة اليه ($م_١$) تنقل اليها من الحمولة وحدتين والباقى من الحمولة (٣) وحدات يوجه الى المحافظة $م_٢$ وتنقل الى ($م_٣$) وحدتين من الحمولة •

وبالنسبة للميناء (ج) يعطى للمحافظة ($م_٥$) ٣ وحدات حمولة وبذلك يتم التوزيع الاولى (حسب نوع الموانى ، اذ يتم توزيع الحمولة بالوحدة بكل ميناء ـ ويقابلها فى الجدول التوزيع عن طريق السطر) .

ويجب ان تلبى خطة النقل الاساسية فى الشكل الشبكى الشروط الاتية :

١ ـ يجب توزيع كل الحمولات الموجودة بالموانى بالكامل على المحافظات كما ان المحافظات يجب ان تحصل بالكامل على احتياجاتها من الحمولة .

٢ ـ بالنسبة لكل خلية وكل دائرة يجب ان يدخل ويخرج منها ما لا يقل عن سهم واحد .

٣ ـ ان العدد العام للاسهم يجب ان يعادل مجموع الخلايا والدوائر ناقصا واحد .

٤ ـ ان الاسهم لا يجب ان تأخذ شكل دائرة مغلقة (مسار مغلق Closed Path)

وبالنظر الى الرسم الشبكى السابق نجد انه تتوافر به كل الشروط وبالتالى يمكن اعتباره خطة اولية .

ولترجمة الخطة الاولية الى خطة مثلى فان الحمولات بالموانى فى الخلايا تأخذ شكل علامات ناقص (ـ) ، كما ان احتياجات كل محافظة داخل كل دائرة تأخذ علامة زائد (+) ويتم برهنة الخطة الى الامثلية باستخدام طريقة التوزيع المعدلة .

ولهذا نأخذ رقم المقدرة للميناء الاول (أ) صفر ومن (أ) يخرج سهمين واحد الى المحافظة ($م_٢$) والاخر الى المحافظة ($م_١$) وبالنسبة لهاتين المحافظتين فان المقدار تتحدد بطريقة جمع المسافة بمقدرة (أ) وتكون المقدرة بالنسبة للمحافظة ($م_٢$) تعادل صفر + ٥ = ٥ وبالنسبة للمحافظة ($م_١$) فهى تعادل صفر + ٦ = ٦ .

وبالنسبة للمحافظة ($م_١$) موجه اليها سهم من الميناء (ب) ولكن المقدرة بالنسبة لها لا تتحدد بالجمع بل نطرح من مقدرة المحافظة ($م_١$) المسافة بين (ب) و ($م_١$) اذ ان السهم ليس موجها من ($م_١$) (حيث المقدرة معروفة) فى (ب) ولكن على العكس من (ب) (والتى ليس لها مقدرة) فى ($م_١$) ولحساب المقدرة لهذا الاتجاه فان الاسهم تحسب بالمقابل ولهذا فانه بالنسبة للنقاط التى تخرج منها الاسهم فان المقدرة تتحدد بطريقة الطرح وتكون المقدرة بالنسبة للميناء (ب) تساوى ٦ ـ ٤ = ٢ .

ومن الميناء (ب) يخرج سهمان الى المحافظات ($م_٣$) و ($م_٤$) وتكون المقدرة لهما محددة بالجمع حيث تكون بالنسبة الى ($م_٣$) ٦ + ٢ = ٨ وبالنسبة الى

($م_٤$) ٢ + ٥ = ٧ .

وبالنسبة للمحافظة ($م_٣$) يوجه سهم من الميناء (ج) مما يسمح بتحديد المقدرة بالنسبة للميناء (ج) والتى ستعادل ٨ ـ ٧ = ١ ومن الميناء (ج) يخرج سهم الى المحافظة ($م_٥$) والذى ستكون مقدرتها ١٠ + ١ = ١١ .

وبتحديد المقدرة لكل من الموانى والمحافظات يمكن حساب حجم العمل (دالة الهدف) والذى يعادل مجموع ناتج المقادير فى الخلايا والدوائر (بحساب العلامات) فى المقدرات المناظرة وتكون دالة الهدف

ف = صفر (ـ٤) + ٢ (ـ٧) + ١ (ـ٤) + ٦×٣ + ٥×٣ + ٨×٣ + ٧×٣ + ١١×٣ = ٩٣

وهذه الخطة يتم ترجمتها الى الامثلية وبمساعدة المقدرات لمسار القطاعات الكلية والتى لا تنقل اليها الموانى تحسب خصائصها ،فاى مسار قطاعى موحد لنقطتين يطابق مقدرتين ،فاذا كنا نطرح من المقدرة الاكبر المقدرة الاقل ومن الفرق الذى نحصل عليه نطرحه من المسافة بين نقطتين فاننا نحصل على خصائص لقطاع المسار المذكور وتعادل هذه الخصائص الاتية :

أ$_{م٣}$ (٦+١) ـ (٨ ـ١) = صفر ج ٨ ـ (٦ ـ ١) = ٣

أ$_{م٤}$ (٥+ ٢) ـ (٧ ـ صفر) = صفر ج ٦ ـ (٥ ـ ١) = ٢

أ$_{م٥}$ (٦ ـ١) ـ (١١ ـ صفر) = ـ ٥ ج ٩ ـ (٧ ـ ١) = ٣

أ$_{م٢}$ (٤+٣) ـ (٥ ـ ٢) = ٤

ب$_{م٥}$ (٥+٣) ـ (١١ ـ ٢) = ـ ١

وكما هو واضح من الحسابات فان مسار طريقين فى الخطة لهما قيم سالبة ،وهذا يعنى ان الخطة غير مثلى مما يستلزم ترشيدها للوصول بها الى الامثلية .

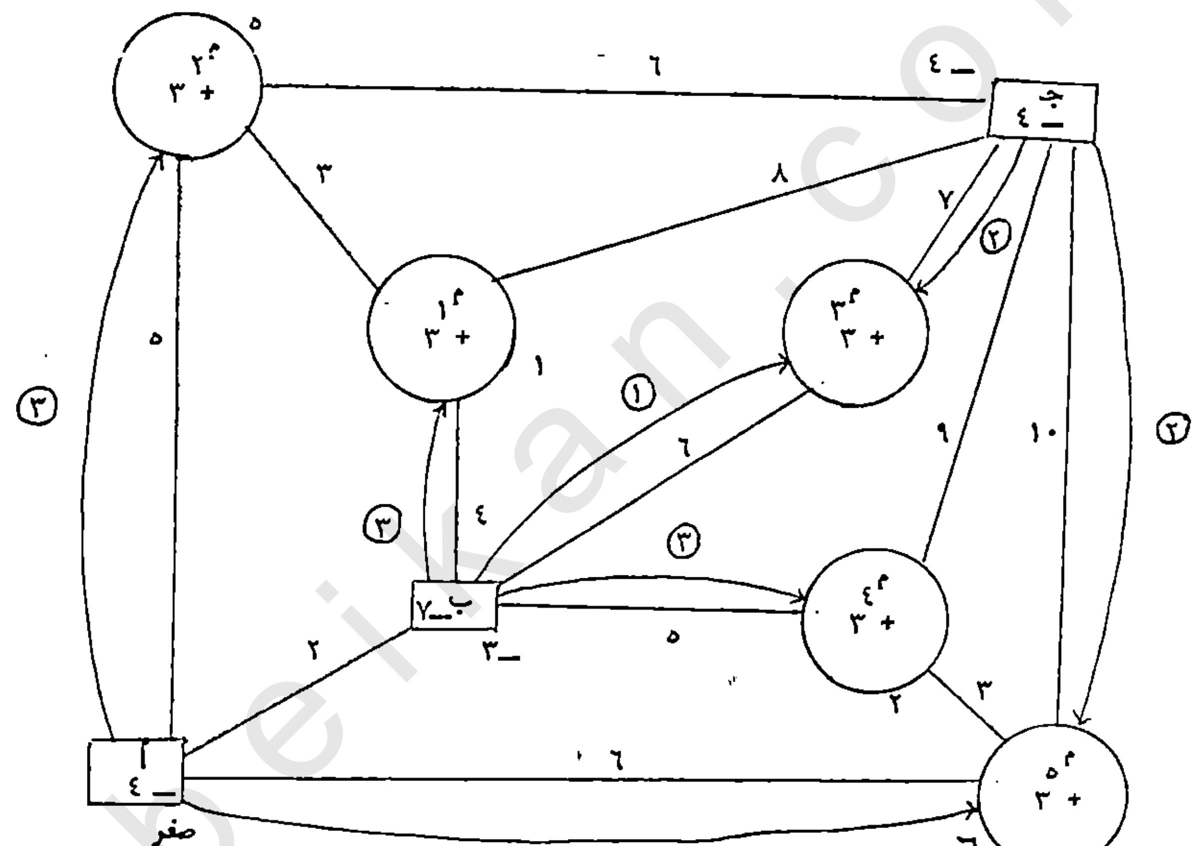
وعند حل مشاكل النقل فى الشكل الشبكى نلاحظ ان تحسين الخطة يتم عندما تكون نتيجة اعادة التوزيع لاحد الموانى تصل الى قطاع المسار الذى له قيم سالبة ،وفى مثالنا فان اكبر مقدار علم سالب يكون للمحافظة أ$_{م٥}$ ولهذا يجب استخدامه فى النقل .

ولاعادة توزيع الحمولات بالموانى التى تكون قيود يعبر عنها بالمسار المغلق من

القطاعات مع القطاعات والاسهم والتى لها قيم سالبة لتستخدم فى النقل ، وعند تكوين القيود فان اتجاه الاسهم لايستخدم ولكن من الضرورى مراعاتها عند اعادة توزيع الحمولات بالموانى •

والمسار المغلق الذى يشمل قطاعات المسار أم٥ تسير من خلال النقاط أ ، م١ ، أ ، م٥ ، ب ، م٣ بمعنى انها تبدأ وتنتهى فى الخلية (أ) كما ان المحافظة (أم٥) سيشار اليها بالسهم ولهذا فالنسبة لها لايجب ان تحدد اتجاه • وفى كل الحالات فان الاسهم تتجه من النقطة لاقل مقدرة الى النقطة الاكبر مقدرة ، وفى مثالنا فان السهم سيكون اتجاهه من الميناء (أ) الى المحافظة (م٥) وتتم اعادة التوزيع كالاتى : فى المسار المغلق الموضح بالاسهم فان الاتجاه المقابل تظهره الاسهم ، ومنها نختار السهم باقل مقدار حمولة للاسهم التى لها اتجاه واحد مع الاسهم الظاهرة ونطرح من الحمولات الاسهم التى لها اتجاه مقابل •

والاتجاه المقابل فى هذا المثال له ثلاثة اسهم أم١ ، بم٣ ، جم٥ وأقل مقدار للحمولة يعادل وحدة للسهم أم١ (انظر الشكل الشبكى السابق) • وهذا المقدار يضاف الى الحمولة مع الاسهم جم٣ ، أم٥ ، بم١ ونطرح من الحمولات التى لها اسهم اتجاهات مقابلة (أم١ ، بم٣ ، م٥) ونتيجة طرح السهم أم١ يصفى (يلغى) كما تبقى الحمولات على الاسهم التى لاتدخل فى الدائرة بدون تغيير وبعد اعادة التوزيع نحصل على الشكل الشبكى الاتى :



رسم رقم (١٤)

وبعد ذلك نحدد المقدرة للموانى (الخلايا) والدوائر (المحافظات) بنفس القواعد السابقة وتكون المقدرة للميناء (أ) صفر ولهذا تكون المقدرة بالنسبة للنقاط الاخرى .

م٥ = صفر + ٦ = ٦
أ = ٦ – ١٠ = –٤
م٣ = –٤ + ٧ = ٣
ب = ٣ – ٦ = –٣
أ١ = –٣ + ٤ = ١
م٤ = –٣ + ٥ = ٢
م٢ = صفر + ٥ = ٥

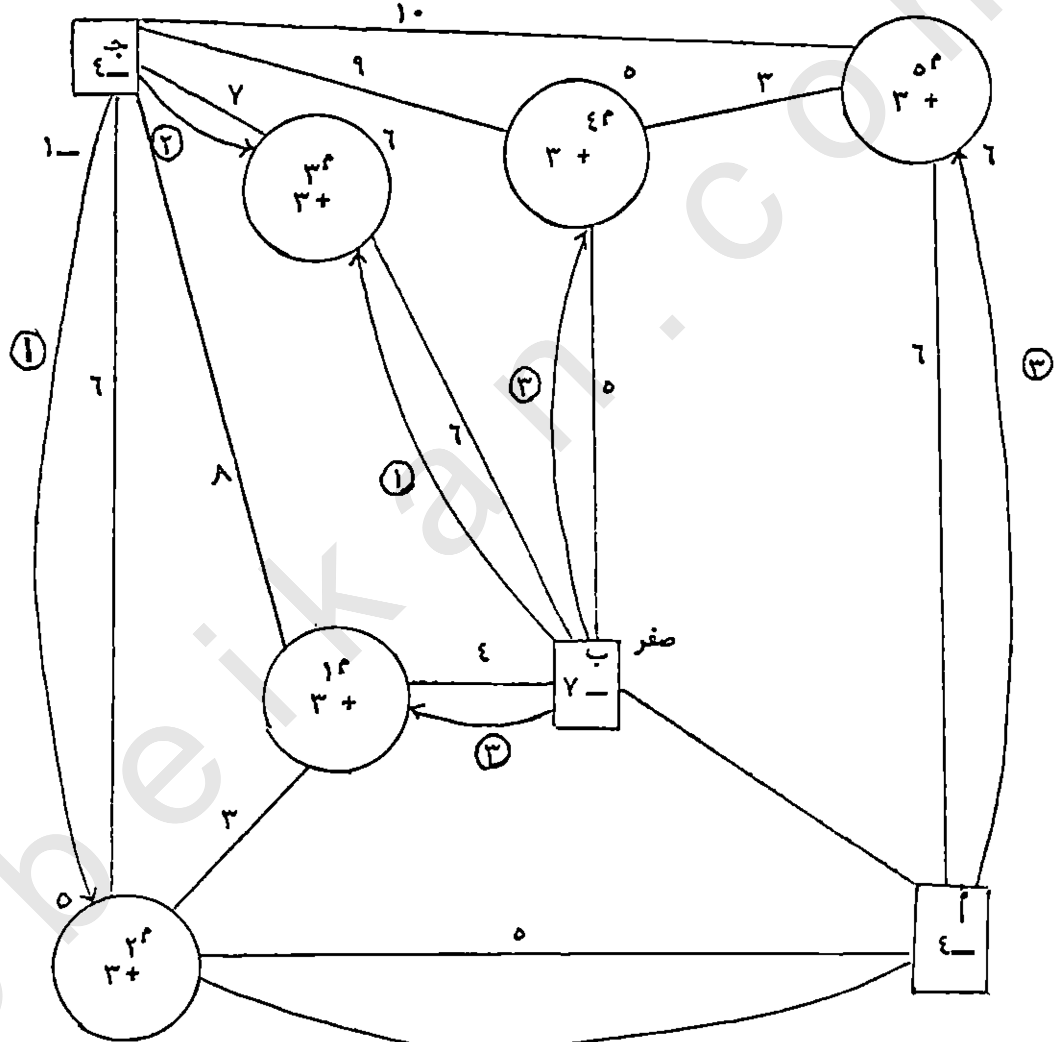
وتصبح دالة الهدف كالاتى :

ف = صفر (–٤) + (–٣) (–٧) + (–٤) (–٤) + ١×٣ + ٣×٥ + ٣×٣ + ٣×٢ + ٦×٣ = ٨٨

وبالنسبة لتقاطع المسارات والتى ليس لها اسهم فى الرسم تتحدد قيمها بمساعدة قيم المقدرات الجديدة .

٥ (أ م١)	٥ (أ م٣)
٥ (أ م٤)	–١ (ب م٢)
–١ (ب م٥)	٣ (ج م١)
–٣ (ج م٢)	٣ (ج م٤)

ويلاحظ ان وجود قيم سالبة يشير الى ان الخطة ليست مثلى مما يستلزم ترشيدها واكبر قيمة للمقادير العامة يكون عند القطاع ج م٢ ولهذا تنشأ له مسار مغلق حيث يدخل خلال أ ، م٥ ، ج ، ج ، م٢ وتوضح مقدرات هذه النقط ان السهم سيكون موجه من الميناء (ج) الى المحافظة (م٢) كما ان اقل مقدار للاتجاه المقابل للسهم يعادل وحدتين حمولة ويضاف هذا المقدار الى الحمولة للقطاعات أ م٥ ، ج م٢ ويطرح من الحمولات للقطاعات أ م٢ ، ج م٥ ويلغى سهم الحمولة ج م٥ حيث انه سيساوى صفر بعد الطرح . وتكون اعادة التوزيع الثانية للحمولات موضحة على الرسم الاتى :



جـ
٤ـ
أ
٤ـ
ب
٧ـ
صفر
م١
+ ٣
م٢
+ ٣
م٣
+ ٣
م٤
+ ٣
م٥
+ ٣
١٠
٩
٧
٦
٥
٣
٨
٤
١ـ

وتكون المقدرات للنوع الجديد موضحة فى الرسم الاخير كما ان القطاعات بدون اسهم تكون لها القيم الاتية :

٢ (أ١٢)	٢ (أ٣٢)
٢ (أ٤٢)	٢ (ب٢٢)
٢ (ب٢٢)	٣ (ج١٢)
٣ (ج٤٢)	٣ (ج٥٢)

وتصبح النتيجة لكل القيم موجبة مما يعنى ان الخطة اصبحت مثلى ــ كما تصبح دالة الهدف :

ف = صفر (ــ٤) + صفر (ــ٧) + (ــ١) (ــ٤) + ٤×٣ + ٥×٣ + ٦×٣ + ٥×٣ + ٦×٣ = ٨٢

ويجب ملاحظة ان الخطة الاساسية فى الرسم الشبكى يجب ان يكون بها م+ن ــ ١ سهم وهذا متوفر فعلا اى ان هناك ٧ خلايا مشغولة فعلا .