

(أولاً): في البدء كانت الكلمة... وكان العدد

(١-٠) نشأ العدد من حاجة الإنسان إلى العدّ... ليعبر عن كمّ، كمّ ما يمتلكه من أطفال، من زوجات، من أشجار ومزروعات وحيوانات. ابتكر الإنسان رموزاً ومسميات لهذه الأعداد اختلفت من ثقافة لثقافة وانتقلت من حضارة لحضارة. كان الإنسان مثلاً يحتفظ بسجلات لعدد القطيع الذي يمتلكه بأن يخصص قطعة حصي أو علامة على شجرة لكل واحدة من القطيع، أو كان يحفر شكل أصابع يد أو أوراق نبات تناظر في مفرداتها عدد ما يملكه. كانت أصابع اليد في مرحلة ما ترمز إلى الأعداد: من الخمسة (١) إلى الإبهام (٥).



كوّن البابليون (أهل العراق القدامى) قبل عام ألفين قبل الميلاد نظامًا للعد اعتمد على النظام الستيني (الذى بقى منه تقسيم الساعة والقياس الستيني للزوايا). كان الرمز V يستخدم ليعنى «ستين» وقواها وكانت رموز مثل << تعنى عشرين... المصريون القدماء ابتكروا نظامًا للعد أساسه عشرة وكانت رموز الأعداد الهيروغليفية كما فى الأمثلة التالية:

11	𐍎𐍇	Imset	1
10	𐍏	Horus	10
9	𐍏𐍇	Nephrys	9
8	𐍏𐍏	Set	8
7	𐍏𐍏𐍇	Iais	7
6	𐍏𐍏𐍏	Osiris	6
5	𐍏𐍏𐍏𐍇	Nout	5
4	𐍏𐍏𐍏𐍏	Geb	4
3	𐍏𐍏𐍏𐍏𐍇	Tefnout	3
2	𐍏𐍏𐍏𐍏𐍏	Shou	2
1	𐍏	Ra	1

(١-١) أرقامنا العربية:

استخدم العرب قديماً نظاماً عددياً مرتبطاً بالحروف الأبجدية - شأنهم في ذلك شأن حضارات قديمة كما في تمثيل الأعداد بحروف اللغة القبطية وبحروف اللغة اليونانية - كانت الحروف الأبجدية العربية وما يناظرها من أعداد كالاتي:

أ	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح	ط	ى	ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠
ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	غ								
١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠	٨٠٠	٩٠٠	١٠٠٠								

وكان الحساب بها يسمى حساب الجُمَّل فالعدد ٢٠٠٨ مثلاً يمثل بالحروف ح غ غ غ.

بعد ذلك جاءت الرموز العربية الحالية مستقلة عن الحروف الأبجدية، وجاءت في صورتين:

الأولى: ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩ والتي تستخدم في المشرق العربي.

والصورة الأخرى: 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9،
والتي تستخدم في المغرب العربي ومنها دخلت الأندلس ثم
انتشرت في سائر أوروبا لتحل محل الرموز الرومانية I ، II ،
III ، IV ، V ، ... ، X ، C ، L ... وكان دخولها عن طريق
كتاب محمد بن موسى الخوارزمي. ويعتقد أن هذه الرموز
العربية بصورتها المشرقية والمغربية من أصل هندي نقلها
العرب من خلال ترجمتهم - بناء على أمر الخليفة المنصور (في
العصر العباسي) - لكتاب «السندهند» في الفلك
والرياضيات والذي حمله إلى بغداد عالم فلكي هندي يدعى
«كانكاه» وترجمه إلى العربية يعقوب بن طارق المتوفى عام
٧٩٦م وربما آخرون. الصفر كان في الهند بالصورة (٠)
ويطلق عليه «سونيا» بمعنى المكان الخالي وترجمة العرب إلى
كلمة صفر التي تحمل لغويا نفس المعنى. هناك ادعاءات
أخرى ترى أن الرموز العربية هذه جاءت من فارس أو
كابول، وهناك من يرى أنها عربية خالصة ولكن السائد أنها

من أصول هندية. وقد ذكر أبو الريحان البيروني (من مشاهير



الرياضيين العرب في
القرن الحادى عشر
الميلادى) أن صور
الحروف وأرقام
الحساب تختلف في
الهند باختلاف
المحلات وأن العرب
أخذوا أحسن ما

البيرونى (٩٧٣-١٠٤٨)

عندهم فهدبوا بعضها

وكونوا سلسلتين إحداهما عرفت بالأرقام الهندية (١، ٢، ٣، ...، ٩) ويتضح في كتابتها الوضع العمودى، والأخرى
عرفت بالغبارية (١، ٢، ٣، ...، ٩) والتي تميل في كتابتها إلى
الوضع الأفقى. ومع دخول الرموز العربية إلى الغرب
مصاحبة بطرق الحساب بالنظام العشرى، جرى تيسير إجراء

العمليات الحسابية بالورقة والقلم وذلك بديلاً عن العمليات المعقدة التي كانت تجرى عن طريق المعداد ورموز الأرقام الرومانية. وقد أطلق الأوروبيون على طرق إجراء العمليات وخطوات حل المسائل باستخدام النظام العربي كلمة الخواريزم (Algorithm) أو الخوارزمية تكريماً للاسم الخوارزمي. وقد تطور معنى الخوارزمية ليشمل برمجة خطوات حل مشكلة أو إجراء أية عملية رياضية بالورقة والقلم أو حاسوبياً.

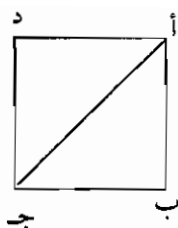
(١-٢) الفيثاغوريون والعدد:

يطلق على مجموعة الأعداد ١، ٢، ٣، ... أيأ كانت رموزها الأعداد الطبيعية. وكان الرياضيون والفلاسفة ومن أشهرهم فيثاغورس (٥٨٢-٥٠٧ ق.م ؟؟) يعتقدون أن العدد أصل كل الأشياء ومفتاح الكون. وكان لكل عدد معنى ومغنى (خاصية) وأن السماء ليست إلا سلماً موسيقياً وعدداً،

وأن الحياة عدد ونغم. وقد انشغل بعض العرب (مثل إخوان الصفا وخِلَّانُ الوفا) وغيرهم في العصور الوسطى بدراسة الأعداد وخواصها وتفسيرات ورودها في بعض النصوص. الإغريق كانوا يعتقدون أن الأعداد ١، ٢، ٣، ٤ تمثل العناصر الأساسية في تكوين الطبيعة ويرون فيها رباعيا مقدسا يشمل أصل هذا الخلق المتدفق إلى الأبد.

(١-٣) الحاجة إلى مزيد من أنواع الأعداد:

كان من الطبيعي أن يحتاج الإنسان بعد حل مشكلة العدّ إلى حل مشكلة القياس، وقد بدأ باستخدام أدوات متاحة مثل الذراع والشبر والإصبع... ثم احتاج إلى وحدة قياسية لتركيب وتر لقوس الصيد ورأس لفأس الفلاحة أو لخشب قارب الملاحة... ثم كانت حاجته لوحداث أصغر فأصغر فابتكر «الكسور». وكان اعتقاد الفيثاغوريين أنه لا توجد أعداد سوى الأعداد الصحيحة أو الكلية والأعداد الكسرية، وأنه في حالة وجود «طولين» أو مسافتين فإن أحدهما لا بد



أ ج $\neq 1 \times$ عدد صحيح أو كسر
(في المربع أ ب ج د)

وأن يساوى الآخر مضروباً في
عدد صحيح أو عدد كسرى.
إلا أن أحدهم اكتشف أن
طول قطر مربع مثلاً لا يساوى
طول ضلعه مضروباً في عدد
صحيح أو كسر. ومن ثم

نشأت حاجة (وإن لم يعترف بها الفيثاغوريون) إلى أعداد
أخرى التى سميت بعد ذلك بالجذور الصم (مثل $\sqrt{2}$) ثم
سميت أعداد غير نسبية. وقد أدى هذا الاكتشاف إلى اهتزاز
فى ثقة الفيثاغوريين والإغريق فى الحساب، وحدث عزل بين
الحساب والهندسة واكتفى الإغريق بدراسة الهندسة دراسة
وصفية. من المعروف أن الكسور ظهرت عند البابليين
والمصريين. وفى كتاب أحسن الكاتب المصرى (حوالى
١٦٥٠ ق.م) والمعروف باسم بردية رايند (مكتشف
المخطوطة فى الأقصر عام ١٨٥٨م) ظهرت مسائل بها كسور

عادية وخاصة كسور الوحدة أى الذى يكون البسط فيها هو الواحد الصحيح، وعملية تجزئ أى كسر عادى إلى مجموعة من كسور الوحدة مستخدمة حتى حوالى القرن العاشر الميلادى حيث استخدمها الرياضى المصرى سعدى بن يوسف الفيومى فى حساب المواريث حوالى عام ٩٤٠م. جدير بالإشارة أن الرياضى الإيطالى فيبوناتسى وضع فى القرن الثانى عشر الميلادى قاعدة عامة لتجزئ الكسور

$$\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} + \frac{1}{\frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{1}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a}}$$

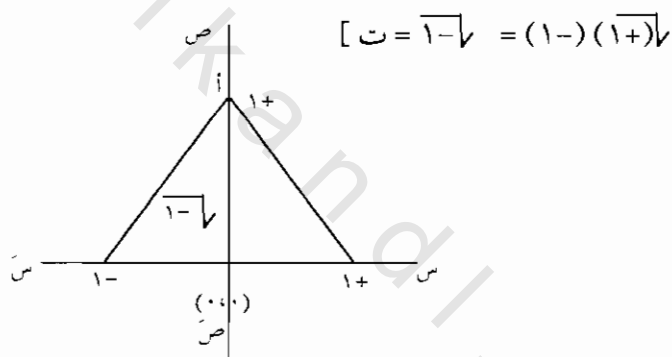
الكسور العشرية جاءت بعد ظهور نظام العد العربى بحوالى ألف عام. وكان ظهورها مرتبطا بتقريب أعداد صماء مثل $\sqrt{2}$ ونسبة مثل ط. وعلى الرغم من أن كسور عشرية ظهرت فى أعمال بعض الرياضيين العرب مثل غياث الدين الكاشى (حوالى عام ١٤٣٠م) ورياضيين ألمان مثل رادولف (حوالى عام ١٥٣٠م) إلا أن المؤرخين فى معظمهم ينسبون ابتكار

الكسور العشرية إلى الرياضى الهولندى ستيفن (Stevin) الذى نشر فى عام ١٥٨٥م كتابا شرح فيه الكسور العشرية وقواعد العمليات عليها.

الأعداد السالبة نشأت من حاجات رياضية فى حل معادلات مثل $s + 1 = 0$ وكانت تهمل قبل ذلك، كذلك الحال بالنسبة للأعداد غير النسبية مثل $\sqrt{2}$ ، $\sqrt[3]{5}$ ، ومن الحاجة إلى تعميمات فى نظرية حل المعادلات. وبناء نظام الأعداد الحقيقية واكتماله بأعداد غير نسبية مثل ط (II)، هـ (e). وقد أدى حل مزيد من المعادلات مثل $s^2 = -1$ إلى التوسع فى نظم الأعداد لابتكار الأعداد التخيلية مثل (ت) حيث $t^2 = -1$ ثم الأعداد المركبة $a + bt$ حيث a عدد حقيقى، t ب عدد تخيلى... كثير من الأعداد التى استحدثت من حاجات رياضياتية ظلت غير معترف بها طويلاً وكان البعض يعتبرها أعدادا معتلة أو سفسطائية.

مع نهاية القرن الثامن عشر وبداية التاسع عشر وجد «مَسَّاح» ترويجي اسمه واصل (Wessel) وأمين مكتبة فرنسي هو أرجاند (Argand) مستقلين أنه يمكن تمثيل الأعداد المركبة بيانياً.

[في الشكل أ و هو الوسط الهندسي للمثلث ويساوي



(٤-١) المالا نهاية والصراع المعرفي:

هذه الثمانية «النائمة» « ∞ » ترمز إلى مفهوم رياضي وضعه جون واليس (١٦٥٥) ليعبر به عن المالا نهاية (Infinity) أي

ما يتجاوز المحدود والمعدود. إنها رمز لكيان رياضي يعتبر



جون واليس (١٦١٦-١٧٠٣)

أكبر من أى عدد حقيقى، وهو أيضًا يعتبر عددًا كارديناليا لمجموعة الأعداد الطبيعية ١، ٢، ٣، ... والتي لا يوجد نهاية لعناصرها، حيث لكل عنصر فيها تالٍ

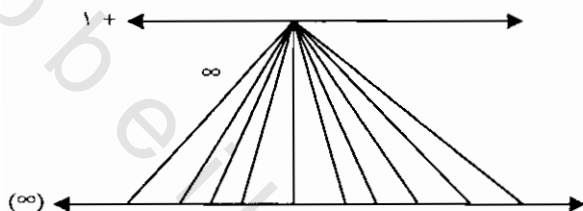
له، وتستمر في انسياها وتتابعها دون حدود في تناظر أحادى مع نقاط على الخط المستقيم بل في تناظر أحادى مع مجموعات جزئية منها مثل مجموعات الأعداد الزوجية والتي عددها هو أيضًا لا نهائى

لا تصل إليه ولا هو واحد من حدودها ولكنه يصبح ما يسمى نهاية لها (Limit).

كمثال آخر للمالانهاية الكامنة: لنفرض أن هناك «بنكا» يعطى أرباحًا مركبة بنسبة ١٠٠٪ في السنة وأنه يضيف الأرباح كل لحظة زمنية متناهية في الصغر. إذا وضعت جنيها واحدا في هذا البنك فإن جملة في نهاية العام وبعد تتابع لا نهائي من الإضافات والأرباح المركبة تصبح $(1 + \frac{1}{n})^n$ حيث n عدد اللحظات المتناهية في الصغر المكونة «للعام» والتي تقترب من المالانهاية. الجملة هنا في نهايتها تصبح العدد (e) الذي يُقَرَّب إلى ٢,٧٠٠٠ ويتبع الرقم العشري ٧ أرقاما عشرية لا نهائية العدد وبدون نمط في تواجدها.

من ناحية أخرى فإنه توجد أكثر من ما لانهاية فعلية أولها يسمى ١ (ألف صفر) وهو «عدد» الأعداد الطبيعية. وهناك مالانهايات أخرى «أكبر» منها. على سبيل المثال عدد المستقيمات التي تمر بنقطة خارج مستقيم معلوم هو ما لانهاية ولكنه أكبر بواحد من العدد اللانهائي الذي يمثل عدد نقاط الخط المستقيم (بحسب مسلمة إقليدس التي تقول بأنه يوجد

مستقيم واحد وواحد فقط يمر بنقطة معلومة خارج خط مستقيم ويوازي الخط المستقيم).



كما أن العدد اللانهائي لمجموعة الأعداد النسبية أكبر من العدد اللانهائي لمجموعة الأعداد الطبيعية ٠٠٠ وهكذا... بدأ التفكير في قضية المالا نهاية في إشكالية طرحها الفيلسوف الإغريقي زينو Zeno (حوالي عام ٤٥٠ ق.م) مثلّت آنذاك صراعاً معرفياً بين الحس العام والمعرفة الأصلية. وهي الإشكالية المعروفة بالسباق بين الأرنب (أشيلوس) ذي الأقدام السريعة وبين السلحفاة ذات الأقدام بطيئة الحركة. افترض زينو أن السلحفاة تتقدم عن الأرنب بمسافة (ولنفترض نحن أنها ١٠٠٠ متر، وأن سباقاً بدأ بينهما حيث الأرنب يتحرك بسرعة تساوي عشرة أمثال سرعة السلحفاة.

في رأى زينو أن الأرنب لن يلحق بالسلحفاة أبدًا، لأنه في الوقت الذي يقطع فيه الأرنب الألف متر تكون السلحفاة قد



سبقته بمائة متر وعندما يجري الأرنب المائة متر تكون السلحفاة قد سبقته بعشرة أمتار... وهكذا سوف تسبق السلحفاة الأرنب بمسافات بحسب المتابعة ١, ٠, ٠١, ٠, ٠٠١, ٠, ٠٠٠ بمسافات تصغر رويدًا رويدًا في تناءٍ من الصِغَر ولكن يظل دائمًا بينهما مسافة تتناهى في الصغر مهما ازداد زمن السباق... لقد لعبت هذه التتابعات اللانهائية دورًا هامًا في تطور مفهوم المالا نهاية والتي رأى البعض فيها أشياء سخيفة وآخرون رأوا فيها أفكارًا شيطانية وأن التفكير في بعض مظاهرها مثل توالى الليل من بعد النهار قد يكون عملاً غير إيماني... وقد ظلت المشكلة تراوح نفسها إلى أن أوضح كانتور (١٨٤٥-١٩١٨م) وجود المالا نهاية في صورتها

الفعلية والكامنة ولاقى معاناة كبيرة فى عرض أفكاره تطور إلى اضطهاد علمى من أستاذه كرونكر... وقد تابع أفكار كانتور الرياضى جودل (Godel) ذو الأصول التشيكية والتربية الألمانية الذى بحث أكثر وأكثر فى المالا نهاية بعد أن تخرج من جامعة فينا ثم سافر إلى جامعة برينستون بالولايات المتحدة فى منتصف ثلاثينيات القرن العشرين ثم عاد ليواصل بحوثه فى لانهائية

الأعداد بين الصفر

والواحد ولانهائية

المتصل (Continuum)

حتى عام ١٩٧٨ حين

توفى عن عمر ناهز

الثانية والخمسين. تابع

دراسة المالا نهاية

ونظرية المتصل ونظرية

المجموعات (Sets)

(ألبرت أينشتاين صاحب النظرية النسبية)

ومكتشف العلاقة $E=mc^2$ أى

الطاقة = الكتلة $\times$ مربع سرعة الضوء

ومشكلة الاتساق في بعض مسلمات الرياضيات الحديثة رياضيون مثل «كوهين» (Cohen) ووايل (Weil) وغيرهما... المهم أن مفهوم المالا نهاية أصبح مفهوما رياضيا يتم التعامل معه وبه في سائر الفروع الرياضية وخاصة في التحليل الرياضى، كما وأن هناك جبر يحدد العمليات على المالا نهايات كبيرها وصغيرها... لعله من الطريف هنا الإشارة إلى مقولة تنسب لأينشتاين عندما سئل في مؤتمر صحفى في الثلاثينيات من القرن العشرين عن المالا نهاية حيث قال أنه يعرف شيئين لانهائين هما العالم والغباء البشرى ولكنه - أى أينشتاين - ليس متأكداً من الشيء الأول. ترى هل كان أينشتاين يتنبأ بما يحدث في العالم هذه الأيام، وبعد أن توفي عام ١٩٥٥؟

(٥-١) نظام العد الثنائى: البت والبايت والرقمنة:

كان ابتكار النظام العربى العشرى فى العد من أعظم الابتكارات ليس فقط فى أنه استخدم عشرة أرقام أساسية

مستقلة فقط (٠، ١، ٢، ٠٠٠، ٩) بل أيضًا في استخدامه فكرة القيمة المكانية حيث المنازل والخانات تسير من اليمين إلى اليسار كالآتي: أحاد (١)، عشرات (١٠)، مئات (١٠٠)، آلاف (١٠٠٠).... وهكذا تتزايد قوى الأساس عشرة. كان ذلك دافعًا لإمكانية وجود نظم عد أخرى تستخدم عددًا محدودًا من الأرقام الأساسية المستقلة وأساسًا معينًا وقيمًا مكانية. الرياضى الألماني ليبنتز (Libnitz) (١٦٤٢-١٧٢٧م) ابتكر نظامًا عدّيًا ثنائيًا (ثنويًا) يتكون من رقمين أساسيين مستقلين فقط هما ٠، ١ وباستخدام الأساس (اثنان) والقيمة المكانية: أحاد، ٢، (٢)²، (٢)³، أنشأ نظامًا ثنائيًا. فالعدد ٣ مثلاً يتحول إلى ١١، ٤ يتحول إلى ١٠٠ وهكذا.

يقال أن ليبنتز استلهم هذا النظام من قراءته في سفر التكوين عن بدء الخلق حيث الله (١) والخواء أو العدم أو اللاشئ قبل الخليقة (٠)، ومن هذه الثنائية خلق الله كل

شيء... ظل هذا النظام الثنائي الذي يمكن التعبير بواسطته عن كل الأعداد مجرد عمل رياضي ذهني بحت... إلى أن جاء الكمبيوتر ليقوم بثورة بيضاء لبناء مجتمع المعلوماتية التي تتطلب قدرات فائقة على التخزين والمعالجة والاستدعاء ومن ثم احتاج إلى نظام أبسط من النظام العشري ليدخل به الأعداد ثم البيانات والمعلومات. تَوَقَّف النبض الإلكتروني في دائرة يمثل الرقم (٠) وسريان النبض يمثل الرقم (١). فالدائرة على التوالي التي بالشكل (أ-ب-ج-د) تمثل العدد (١١٠١٠) أى العدد



ليتز (١٦٤٢-١٧٢٧)

العشري (٢٦). كذلك وضعت تشفيرات بالنظام الثنائي للحروف فمثلاً الحرف A يمثل بالشفرة (١١٠٠١٠) وهكذا. وبذلك يمكن

إدخال أعداد وكلمات بما يسمى عملية الرقمنة (Digitaliation). ويسمى الرقم ٠ أو ١ بت (Bit) اختصارًا للتعبير (Binary Digit) ويطلق على مجموعة من البتات وحدة تُسمى بايت (Byte) وتقاس سعة ذاكرة الكمبيوتر بالبايت أو بوحدات أكبر مثل الكيلوبايت والميجابايت. البايت يتكون من ثمانية بتات (في النظام الموسع)، الكيلو بايت (KB) = ١٠٢٤ بايت، الميجابايت (MB) = ألف كيلو بايت.