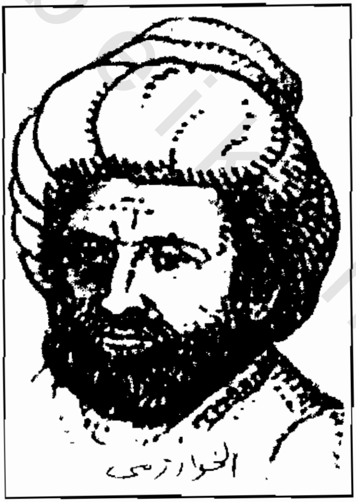
(ثالثًا) : الجبر... والمقابلة

(٣-٠) يعتبر «علم الجبر» كعلم رياضى مستقل عن الحساب ابتكارًا عربيًا.



الخوارزمى

فقد اكتسب اسمه من كتاب عنوانه «الجبر والمقابلة»، حيث نقلت كلمة «الجبر» كما هى إلى اللغـــات الأجنبيــة بمسمـــى (Algebra)، ومثيــــلاتها، المعنــى القاموســى للكلمــة العربية «الجبر» - كما يذكره معجم مختار الصحاح كالآتى: «الجبر هو أن تُغْنِى الرجل من فقر أو تصلح عظمة من كسر». وكان أول من استخدم «الكلمة» هو محمد بن موسى الخوارزمى الذى أقام

فى بغداد فى القرن التاسع الميلادى فى عصر الخليفة المأمون. ألف الخوارزمى كتاب «الجبر والمقابلة» ككتاب لحل المعادلات بعد أن صنفها وأوضح طرق حل كل نوع منها. كانت عملية «الجبر» فى حلوله تعنى استكمال أو إصلاح طرف من طرفى المعادلة ثم تأتى عملية «المقابلة» لإيجاد قيمة المجهول بمقابلة طرفى المعادلة. وقد فسر ابن الياسمين (من القرن الثانى عشر الميلادى) ذلك بقوله:

وكل ما استثنيت فى المسائل
سيره إيجابا مع المعادل
وبعدما يجبر فليقابل
بطرح ما نظيره يماثل

وكانت «المسائل»تدور حول المال (العدد المربع أى س٢) والعدد (جذر المال أى س). وكانت فى معظمها لحل «مسائل» عملية تطبيقية لفظية.

تاريخيًا كان الجبر فى جوهره توسيعا لقواعد الحساب

لإيجاد قيم مجهولة وتعتمد أحيانًا على حساب عقلى وصور هندسية. وثمة أدلة تاريخية على أن بذور «الجبر» كانت فى طرقها إلى الظهور عند قدماء المصريين والباليين والهنود وربما فى حضارات قديمة أخرى ويقسم المؤرخ نيسيلمان (Nesselman) تاريخ الجبر إلى ثلاث مراحل:

(أ) مرحلة الصور الكلامية والتى كانت تكتب فيها المسائل وحلولها بكلمات لفظية.

(ب) مرحلة الصور المختصرة أو المختزلة وكانت الحلول فيها تكتب بكلمات مختزلة.

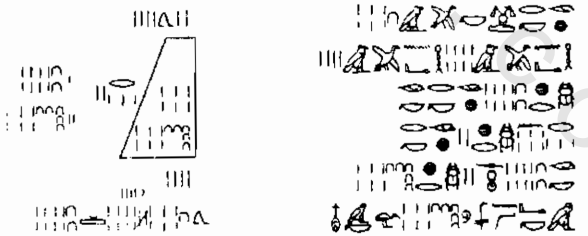
(ج) مرحلة الرموز الكاملة، حيث المسائل والحلول تكون بصور رمزية كاملة، كما وأن المسائل العملية والتطبيقية تحول إلى صور وعلامات جبرية رمزية قبل حلها.

(٣-١) الجبر فى مصر القديمة وبردية أحمس:

بُنى هرم الجيزة الأكبر قرابة عام (٢٩٠٠ ق.م) فوق مساحة تبلغ حوالى (١٥) فدانًا ويشمل أكثر من (٢ مليون)

قطعة حجرية يزن كل منها فى المتوسط (٢,٥) طن. أسقف بعض الغـرف داخـل الهرم مصنوعة مـن أحجـار الجرافيت يقـدر وزن الواحد منها بحـوالى (٤٥) طنا. ويقال أن القاعدة المربعة للهرم بها خطأ نسبى لا يتجاوز (١/ ١٤٠٠) وأن الخطأ النسـبى فـى الزوايـا القـائمة لا يتجـاوز (١/ ٢٧٠٠)... الكاهن المصرى حدد موقع فتحة تشرق منها الشمس مرتين كل عام وبالتحديد فى (٢٠أكتوبر، ٢٠ فبراير بحسب التقويم الميلادى

المعاصر) على وجه رمسيس فى معبد أبى سمبل... هذا وغيره يدل بلا شك على مهارات رياضية عظيمة تدل عليها نقوش ومخطوطات لعل أشهرها بردية أو قرطاس أحمس الذى يعود تاريخها إلى حوالى عام (١٦٥٠ق.م) والمعروفة باسم بردية رايند (Rhynd) التى اشتراها عالم المصريات هنرى رايند صدفة فى إحدى رحلاته الأثرية بصعيد مصر، وقد تم نشرها (عام ١٩٢٧). تحتوى هذه البردية على مسائل جبرية تتضمن حل معادلات من الدرجة الأولى والثانية وبعض المتواليات. وكانت السمة الغالبة على الحل استخدام تقدير أولى افتراضى للمجهول ثم تصحيح القيمة المفترضة بما يتفق مع معطيات المسألة الأصلية.



إيجاد حجم مخروط ناقص

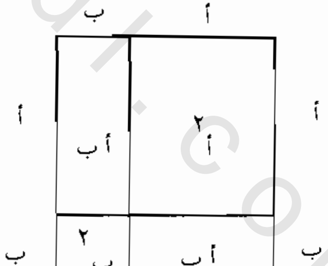
كان أحمس يسمى المجهول «كومة» وتنطق بصوت يماثل (AHA). يذكر أن المصريين كانوا يعرفون حالات خاصة من ثلاثيات فيثاغورس. وقد زار فيثاغورس مصر وتعلم فى بعض معابدها فى القرن السادس قبل الميلاد. جدير بالإشارة أن المسائل فى البرديات المصرية كانت تقرأ من اليمين لليسار.

(٣-٢) لوحات البابليين:

اكتشف فى منتصف القرن التاسع عشر الكثير من الآثار التى تدل على تقدم البابليين فى الرياضيات وذلك من خلال وثائق ولوحات صلصالية تعود إلى فترات من عصر الملك حمورابى وحتى عام (١٦٠٠ ق.م) وفترة الملك نبوخذ نصر. وتدل محتوياتها على قدرات فى حل مسائل ذات طبيعة جبرية وعمل جداول لحساب أرباح مركبة، وحل معادلات من الدرجة الأولى والثانية فى مسائل مثل أوجد عددين مجموعهما (١٤) وحاصل ضربهما (٤٥)، وكانوا يتفادون حل مسائل بها كسور... ويرى المؤرخون أن اهتمامات البابليين كانت نظرية أكثر منها عملية كما فى حالة المصريين القدماء.

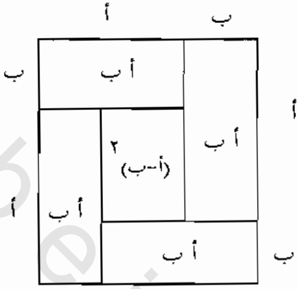
(٣-٢) الجبر عند الإغريق:

كان الإغريق يعتقدون أن الكون – بصفة عامة – وكأنه مصنوع من نسيج رياضى، ومن ثم فإنهم اتجهوا اتجاها نظريا فى معالجاتهم الرياضياتية وبدأوا يضعون تعميمات بطرق استنباطية على أساس منطقى. ونظرًا لصدمة الفيثاغوريين فى معتقداتهم العددية، فإن اهتماماتهم بالجبر كانت من منظورات هندسية. فالعدد المربع عندهم مساحة والجذر التربيعى ضلع لمربع. اهتم الإغريق بمتطابقات جبرية ومثلوها بأشكال هندسية. على سبيل المثال:



$$(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢\,أ\,ب + ب^{٢}$$

بطليموس



$(أ + ب)^{٢} = (أ - ب)^{٢} + ٤$ أب

كذلك اهتم الإغريق بحل المعادلات التى عرفت باسم المعادلات السيالة حيث تشتمل المعادلة على أكثر من متغير. ويعتبر ديوفانتس من أشهر المهتمين بهذا النوع من المعادلات مثل (بالرموز الحديثة): س + ص = ١٠

(٣-٤) مدرسة الإسكندرية وعمالقة الرياضيات:

أنشأ الإسكندر الأكبر مدينة الإسكندرية التى سميت باسمه عام (٣٣٢ ق.م). واختار بطليموس الإسكندرية عاصمة لملكه عام (٣٠٦ ق.م) وأنشأ فيها مدرسة

الإسكندرية التى تعتبر أقدم وأشهر جامعة علمية فى التاريخ. افتتحت الجامعة عام (٣٠٠ ق.م) وظلت قرابة ألف عام منارة للعلم والحضارة. وقد تعلم وحاضر فى مدرسة الإسكندرية كثير من علماء الرياضيات لعلم من أبرزهم: إقليدس وأرشميدس وارستثانوس وأبولونيوس وهيرون وديوفانتس وبابوس وهيباتيا التى تعتبر أول امرأة فى تاريخ الرياضيات وكان أبوها ثيون رئيس المدرسة. وقد لاقت هيباتيا حتفها بطريقة مأساوية نتيجة حقد لجهالها وعلمها وظلامية وانغلاق عقل المحرضين والقاتلين.

هيباتيا (٣٧٠-٤١٥م) أول امرأة فى تاريخ الرياضيات

	
أبولونيوس	أرشميدس

مسألة إغريقية:

هنا يرقد ديوفانتس حباه الله طفولة تساوى $\frac{١}{٦}$ عمره، وبلغ مرحلة الشباب بعد ذلك بمقدار $\frac{١}{١٢}$ من عمره، وتزوج بعد ذلك بزمن يبلغ ($\frac{١}{٧}$) عمره، وأنجب ابنا بعد ذلك بـ(٥) سنوات، وعاش الابن ($\frac{١}{٧}$) ما عاشه أبوه، وحزن الأب وقضى نحبه بعد وفاة ابنه ب(٤) سنوات.

أن عمر ديوفانتس ليس مكتوبا على القبر ولكن يمكنك أن تحسبه من علم الجبر (مات وعمره ٨٤ عامًا).

(٣-٥) الجبر في الحضارة الهندية:

شأن الحضارات الشرقية القديمة كان للهند حضارة ولغة مقروءة ومكتوبة ورموز للأعداد. اهتمت الرياضيات فى الهند بالفلك وحساب المثلثات، وكان الهنود ماهرين فى حل المسائل الحسابية وطرق الحل بالمعكوس. اعترف الهنود بأعداد سالبة وغير نسبية وعرفوا أن للمعادلة التربيعية جذرين واستخدموا طريقة إكمال المربع كما اشتغلوا بمعادلات سيالة.

مسألة هندية: من أرياباتا إلى ابنته ليلا الجميلة:

خبريني أيتها العذراء الجميلة ذات العيون البراقة لأنك تفهمين الحلول بالمعكوس. ما العدد الذى إذا ضرب فى (٣) ثم زيد بمقدار ($\frac{٣}{٤}$ حاصل الضرب) ثم قسم على ٧ وأنقص بمقدار (٢) ثم أخذ جذره التربيعى وأضيف إليه (٨) وقسم الناتج على (١٠) كان الناتج (٢). [٨]

(٣-٦) الجبر فى الحضارة العربية الإسلامية :

كما أشرنا سابقًا فإن الجبر فى نشأته يعتبر علما عربية. الحضارة العربية الإسلامية احتضنت وأنجبت رياضيين مبدعين (مسلمين وغير مسلمين). لقد أخذت هذه الحضارة من حضارات سابقة لها وأضافت لها خاصة فى العصر العباسى الذى كان يتميز بالانفتاح الثقافى وفى كثير من المدن المرتبطة بها مثل الإسكندرية وأنطاكية ودمشق والقاهرة وقرطبة فى الأندلس. من الرياضيين العرب المشهورين ثابت بن قرة، إسحاق بن حنين

ثابت بن قرة (٨٢٦-٩٠١)

والبوزجانى والبيرونى ونصير الدين الطوسى وابن يونس المصرى الذى كان يعمل فى المرصد الذى أسسه الفاطميون فوق جبل المقطم وعمر الخيام وقسطا، ابن لوقا والبتانى ويوحنا القس والرازى... والحسن بن الهيثم والذى ينسب إليه أنه قال «لو كنت بمصر لعملت فى نيلها عملا... يحصل النفع فى كل حالة «من حالاته من زيادة ونقصان». وقد أشار إلى فكرة تخزين مياه النيل عند أسوان. وكان عمر الخيام مبدعا فى رياضياته كما كان مبدعا فى رباعياته ومن إسهامات الرياضيين العرب فى الجبر:

الحسن بن الهيثم (٩٦٥-١٠٣٩م)

- استخدام الاختزال للتعبير عن

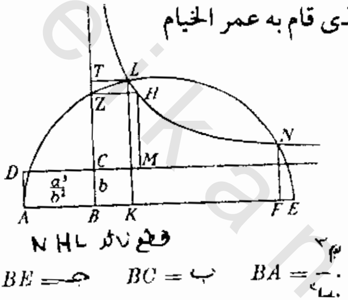
المجهـول، مثـلاً استخدموا الحرف جـ للـدلالة علـى الجذر التربيعي.

عمر الخيام (١٠٤٨-١١٣١)

- تصنيف المعادلات كـما فعـل الخـوارزمى والخيام.
- وضـع قوانين لحل معادلات الدرجة الثانية.
- استخدام طرق هندسية لحل معادلات الدرجة الثانية (الخوارزمى) والثالثة (عمر الخيام).
- معالجة بعض أنواع المعادلات السيالة.
- حل معادلات من الدرجة الرابعة (البوزجانى والخيام).

- إيجاد قاعدة للأعداد المتحابة (ثابت بن قرة).
- التعامل بمتواليات حسابية وهندسية ومفكوك ذات الحدين وبدايات لما سمى بمثلث باسكال (الطوسى).

الحل الهندسى للمعادلة التكعيبية الذى قام به عمر الخيام



$س^٣ + ب^٢ س + أ^٣ = ج س^٢$

$BA = \frac{أ^٣}{ب^٢}$ ،

$BC =$ ب،

$BE =$ جـ

(٧-٣) الحضارة العالمية وتطور فى الجبر وفروع أخرى فى الرياضيات:

بعد ما يسمى بعصور الظلام (فى أوروبا) من منتصف القرن الخامس الميلادى وحتى القرن الحادى عشر بدأ علماء الغرب يترجمون ما وصل إليهم من ثمار الحضارة العربية الإسلامية بداية بما قام به الراهب جيربرت الذى درس فى المعاهد العربية التى كانت مزدهرة فى الأندلس وما ترجمه

جيرارد دى كريمونا (١١١٤ – ١١٨٧م) الذى يقرب من (٩٠) كتابا عربيا. على عتبة القرن الثالث عشر ظهر الرياضى الموهوب فيبوناتسى صاحب المتتابعة الشهيرة (١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ...) والتى تنمذج الإشكالية التى وضعها بالمسألة «كم عدد أزواج الأرانب التى يمكن إنجابها من زوج واحد أصلى خلال عام إذا كان كل زوج ينجب كل شهر زوجا جديدًا، وهذا الزوج الجديد يصبح ولودا من الشهر الثانى من ولادته». ألف فيبوناتسى عام (١٢٢٥) كتابا عن المعادلات السيالة وكتبا أخرى فى الهندسة والمثلثات.

لم يشهد القرن الرابع عشر تطورًا كبيرًا فى الرياضيات بسبب الأمراض والحروب التى عمت أوروبا وإن ظهرت بعض التطورات مثل استخدام أسس كسرية فى الجبر وأفكار أولية عن اللانهاية.

مع بداية النهضة فى القرن الخامس عشر بدأت حركة ترجمة للكتب الإغريقية، كما بدأت الطباعة والنشر وازدهرت

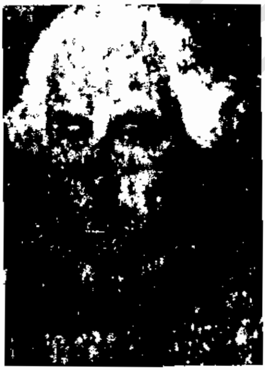
التجارة والملاحة وأعمال الفلك. وشهدت المدن الإيطالية ومدن أواسط أوروبا ازدهارًا فى الرياضيات. كما ظهر رياضيون مثل «موللر» و«شوكيه» الذى ألف كتابا فى الحساب عام (١٤٨٤) عالج عمليات حسابية بأعداد صحيحة وكسرية وغير نسبية واعترف بالأسس الموجبة والسالبة الصحيحة وقدم الجبر فى صور اختزالية. فى نفس القرن قدم «باسيولى» (١٤٤٥-١٥٠٩) كتابا ملخصا للرياضيات فى عصره يتضمن تطويرًا للرموز واستخدام حروفا مثل (أ) للدلالة على عملية الجمع وحرف (m) للدلالة على عملية الضرب والرمز (co) للدلالة على المجهول، (ce) للدلالة على $س^{٢}$، (ece) للدلالة على $س^{٤}$، والرمز (ae) للدلالة على التساوى. وقد كان أول ظهور للرمزين الحاليين للجمع والطرح (+ ، –) فى كتاب حساب ظهر عام (١٤٨٩) ألفه «ويدمان» ثم استخدم «فاندرهويك» الرمز (+، –) كعمليتين جبريتين عام (١٥١٤).

القرن السادس عشر شهد تطورًا كبيرًا فى الرموز الجبرية. كما ظهر رمز التساوى الحالى (=) لأول مرة وفى كتاب الجبر الذى ألفه رودلف عام (١٥٢٥) وقد ظهر رمز الجذر التربيعى ($\sqrt{}$) مأخــوذًا عــن الحرف الأول من كلمة radix التى تعنى الجذر باللاتينية. فى عام (١٥٤٤) ظهر كتاب الرياضى الألمانى ستيفل (Stifel) عن الأعداد النسبية وغير النسبية وربط بين متواليات حسابية وهندسية ممهدًا بذلك لظهور اللوغاريتمات. كما أعطى ستيفل مفكوكات لذات الحدين تصل إلى القوة (١٧)، كما تضمن معالجات فى مجال المعادلات والأعداد الحقيقية، كما رمز للمجهول بأحد الحروف، إلا أنه رفض الجذور السالبة للمعادلات. وقد انغمس «ستيفل» فى دراسة خواص الأعداد وغيبياتها ومدلولاتها فى نصوص دينية.

من الإنجازات الرياضية فى القرن السادس عشر اكتشاف الحل العام لمعادلات الدرجة الثالثة والرابعة على

بدى الرياضى الإيطالى فيرو (Ferro)، ولو أنه بعد ذلك ادعى «نيكولو أوف بريسكيا» المشهور باسم «تارتاجليا» (أى المتلعثم) بأنه اكتشف حلا جبريا للدرجة الثالثة وأنه حل نوعين من معادلات الدرجة الثالثة بينما تمكن «فيرو» من حل نوع واحد فقط.

فى عام ١٥٤٥ نشر «كاردان» كتابه «الفنون العظيمة» وقدم فيه حلا للمعادلة التكعيبية بالصورة س٣ + م س = ن. كذلك حل «فرارى» تلميذ كاردان معادلة من الدرجة الرابعة وكانت طريقة فرارى هى اختزال معادلة الدرجة الرابعة إلى صورة من



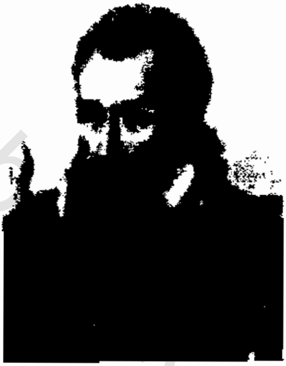
لاجرانج (١٧٢٦-١٨١٢)

الدرجة الثالثة ثم إلى الدرجة الثانية وقد عمل فى ذلك آخرون مثل فيتا وديكارت.

حاول أويلر عام ١٧٥٠ إيجاد حل عام لمعادلة الدرجة الخامسة ولكنه فشل كما فشل لاجرانج وغيره... إلى أن ثبت عدم وجود حل عام للدرجة الخامسة مما أدى إلى ظهور نظرية الزمرة (Group) على يدى جالوا (Galois) الذى قتل (عام ١٨٣٢م) وهو فى سن الحادية والعشرين. فى مبارزة غبية بسبب تنافسه على فتاة دُسَّت للقضاء عليه بسبب معارضته للملكية فى فرنسا.

ينسب لفيتا استخدامه للرموز z, y, x (س، ص ع) للمتغيرات (المجاهيل) والحروف c, b, a ... (أ، ب، جـ...) للثوابت.

مع بداية القرن السابع عشر شهدت أوروبا تطورًا مذهلاً فى الرياضيات تجاوبا مع الثورة الصناعية. ففى ذلك القرن اكتشف نابيير «اللوغاريتمات» لتيسير العمليات الحسابية كما قدم آلة حاسبة ونشر مع برجز (Brigs) جداول اللوغاريتمات للأساس عشرة. نافس نابيير فى اكتشاف اللوغاريتمات رياضى سويسرى يدعى برغى (Burgi)... فكرة نابيير كانت هندسية بينما فترة «برغى» جبرية. من



نابير (١٥٥٠-١٦١٧)

نيوتن (١٦٤٢-١٧٢٧)

الطريف أن فكرة اللوغاريتمات ابتكرت قبل استخدام الأسس.. كلمة لوغاريتم (Logarithm) مشتقة من كلمة إغريقية تعنى عدد نسبة (Ratio Number) وليس لها علاقة بكلمة (Algorithm) التى ابتدعت لتكريم الخوارزمى وبمعنى طريقة الخوارزمى والآن تعنى أى طريقة لإجراء عمليات رياضية.

جورج بوول (١٨١٥-١٨٦٤)

ديكارت (الذى ابتكر الهندسة الإحداثية) وضع أيضًا قاعدة الإشارات لتحديد طبيعة جذور المعادلات. الرياضى فرمات (١٦٠١-١٦٦٥) اشتغل بالهندسة التحليلية واقترح

الكثير من المنحنيات وأسس نظرية الأعداد الحديثة وعالج مشكلة الأعداد الأولية. إسحاق نيوتن (١٦٤٢-١٧٢٧) مبتكر قوانين الحركة ومكتشف قوانين الجاذبية ابتكر حساب التفاضل والتكامل ومفكوكات ذات الحدين وحل المعادلات عدديا. كان ليبنتز منافسا لنيوتن فى اكتشاف أو ابتكار التفاضل والتكامل كما اشتغل بالمنطق الرمزى الذى استكمله جورج بوول فى القرن التاسع عشر ثم هوايتهد وبرتراندراسل فى القرن العشرين متمثلاً فى نظرية المجموعات (sets) والجبر البوولى وأشكال فِن. الرياضى هاريوت قدم القاعدة التى تقول بأن كثيرة الحدود من الدرجة (ن) يكون لها (ن) جذرًا كما أنه أول من استخدم الرمزين (< ، >) للدلالة على أكبر من وأصغر. الرياضى أوتريد (Oughtred) قدم الرمز (x) لعملية الضرب والرمز (:) للتناسب، كما ابتكر حاسبة لوغاريتمية (عام ١٦٢٢) وقد طورها نيوتن ولكن أحدث مسطرة لوغاريتمية تعود للرياضى الفرنسى ماناهايم (١٨٣١-١٩٠٦). الرياضى فيرمات (١٦٠١-١٦٦٥) اشتغل بالهندسة الإحداثية ونظرية الأعداد. ويعتقد أن ليبنتز

(السابق الإشارة إليه) ابتكر نظرية المحددات فى معرض حله للمعادلات الآتية.

ينسب لأويلر (فى القرن الثامن عشر) استخدام الرمز د (س) [f (x)] للدلالة على الدالة وتبنيه لاستخدام الرمز Π (ط) للعدد المتسامى المعروف وأنه استخدم الرمز «سيجما» (Σ) والرمز ت (i) للعدد التخيلى. ومن أشهر اكتشافاته الرياضية العلاقة التى تربط بين أشهر الأعداد فى الرياضيات (صفر، ١، ط، ٢، ت وهى ($e^{ت ط}$ + ١ = صفر).

وقد اشتغل معظم الرياضيين فى القرن الثامن عشر بمعالجة التفاضل والتكامل ومحاولة فهم الكميات المتناهية فى الصغر وتفسير

كانتور (١٨٤٥-١٩١٨)

المشتقة (التفاضل) وينسب للأسقف الرياضى بيركلى (Berkly) تعريفه للمشتقة بأنها «شبح لدالة تختفى» وهو ما يتبين فى مشتقة حدودية مثل س٥ حيث مشتقاتها المتتالية هى (٥ س^{٤}، ٢٠ س^{٣}، ٦٠ س^{٢}، ١٢٠ س، ١٢٠، صفر). من الرياضيين فى ذلك القرن ماكلورين ودى موافر. وقد اشتغل دى موافر بالإحصاء والاحتمال وتوصل إلى النظرية المعروفة باسمه وهى (جتا س+ت جا س)^{ن}= جتا ن س+ت جا ن س كذلك اشتغل كارل جاوس بالنظرية الأساسية للجبر وبالأعداد المركبة، واهتم هاملتون بتوسيع فكرة المتجهات والرباعيات المجردة (Quaternions)، وزاد الاهتمام بالمعالجة

هاملتون (١٨٠٥–١٨٦٥)

المنطقية للرياضيات وتماسكها الداخلى وبنائها موحدة على

أسس منطقية وبنيات رياضية (Structures) مجردة، كما تمت دراسة الأعداد الحقيقية على يدى «ديديكند» (Dedekind) واللانهائيات على يد كانتور (كما أشرنا سابقًا).

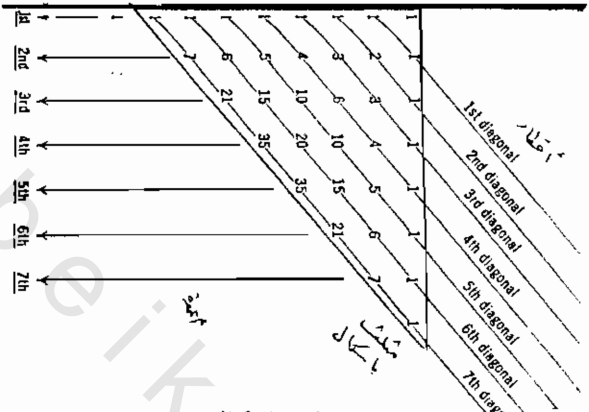
وقد شهد القرن العشرون تطورات عديدة فى الرياضيات تتصف بعمليات التجريد وجرى الاهتمام بفلسفة الرياضيات وظهور مجموعات فرنسية ودولية تهتم بالرياضيات المجردة مثل مجموعة «بورباكى» لإعادة صياغة علم الرياضيات بأسلوب منطقى متشدد انعكس فيما سمى بالرياضيات الحديثة التى طالت الرياضيات المدرسية فى المراحل قبل الجامعية.

كذلك خضعت مجموعة الأعداد الطبيعية لبناء منطقى متشدد على أساس مسلمات بيانو (Peano، ١٨٥٨ - ١٩٣٢).

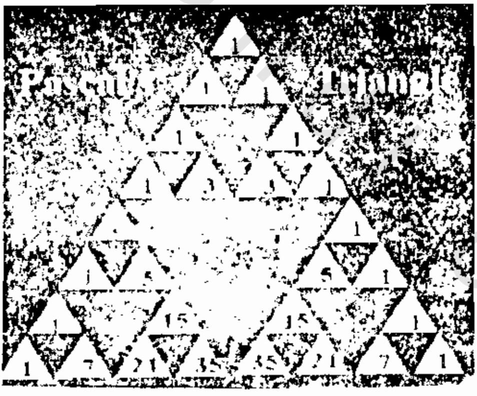
(٣-٨) مثلث باسكال... والاحتمالات:

قبل أن يتوهج حماسه الدينى السلبى مرة ثانية ويعكتف حتى النهاية، تحول باسكال إلى شاب اجتماعى يصادق النبلاء

ويرتاد الملاهى، ويلعب الميسر مدفوعا فى ذلك إلى الاهتمام – بالاشتراك مع الارستقراطى فرمات–بنظرية الاحتمالات التى تطورت فيما بعد إلى أداة رياضية فاعلة فى عمليات الأعمال والتأمين على الحياة (الاكتواريات) والكثير من الدراسات الاجتماعية والفيزيائية والبيولوجية، كما تفيد فى مفكوكات ذات الحدين... قدم باسكال ما يسمى «مثلث باسكال»... الذى يفيد فى حساب احتمالات إحداث تتبع توزيعات احتمالية معينة.



مثلث باسكال



(قارن مع مثلث سيرنسكى الكسورى)

على سبيل المثال:

لحساب احتمال نسبة عدد الأولاد فى عائلة مكونة من ستة أطفال، اذهب إلى القطر السادس فى مثلث باسكال حيث المجموع ٦٤:

يوجد احتمال $\frac{١}{٦٤}$ أن كل الأطفال سن نوع واحد (أولاد أو بنات)

يوجد احتمال $\frac{٦}{٦٤}$ أن يكون ولدا واحدًا وخمس بنات أو العكس

يوجد احتمال $\frac{١٥}{٦٤}$ أن يكون اثنان من نفس النوع، أربعة من النوع الآخر.

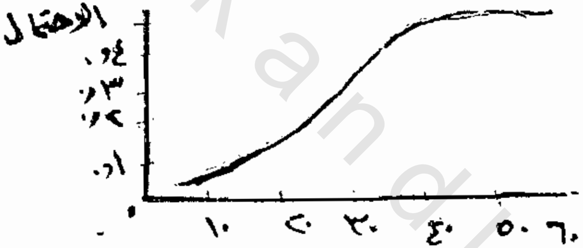
يوجد احتمال أن يكون هناك ثلاثة أولاد وأربع بنات.

وقد تطور العمل فى نظرية الاحتمالات باستخدام رياضيات متقدمة وابتكار توزيعات احتمالية متعددة. كما وضعت قوانين للاحتمالات النظرية والتجريبية لأحداث مشروطة ومتنافية بواسطة رياضيين كثيرين مثل دى موافر وجاوس.

من ناحية أخرى فإن كل صف فى المثلث يعبر عن معاملات مفكوك لذات الحدين مثلاً

(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أ ٥ + ب^{٢}

(أ+ب)^{٣} = أ^{٣} + ٣ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} + ب^{٣}



منحنى توزيع احتمالى لأن يشترك شخصان

أو أكثر فى نفس يوم الميلاد بحسب حجم العينة المأخوذة عشوائيًا

جدير بالإشارة أن بعض المؤرخين يرى أن نصير الدين الطوسى ثم عمر الخيام عرفا نوعا من هذا المثلث فى إطار

مفكوكات ذات الحدين. أعطى دى موافر (١٦٦٧-١٧٥٤) قانون التكامل التالى فى الاحتمالات:

$$\int_{0}^{\infty} e^{-س^{٢}}\, ءس = \sqrt{ط}\,/\,٢$$

وقانون منحنى التكرار العادى (الجرسى) التالى:

$$ص = جـ\, e^{-أس^{٢}}$$ (حيث جـ، أ ثوابت)

من الطريف أن إحدى القصص التى تروى عن دى موافر أنه لاحظ فى أيامه الأخيرة أنه فى كل يوم ينام ربع ساعة زيادة عن اليوم السابق. استخدم قانون المتواليات الحسابية وتنبأ بالموعد الذى ستكون مدة نومه تصل فيه إلى (٢٤) ساعة... وفى ذلك اليوم فى عام (١٧٥٤) انتقل إلى رحمة الله.

(٣-٩) جبر الفوضى/ الشواش (Chaos) وأثر الفراشة

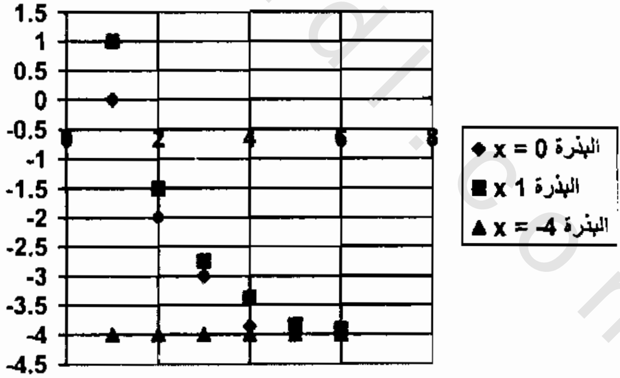
من بين المكتشفات العلمية الحديثة جدًا ظاهرة أطلق عليها العلماء «الفوضى» أو الشواش. والفوضى فى جوهرها -

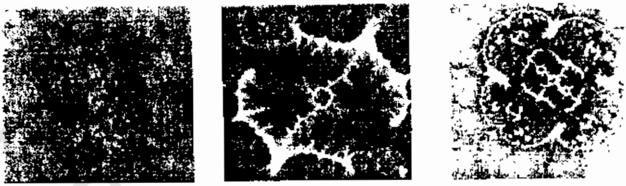
والتى تتضح فى مظاهر طبيعية كثيرة – تعنى رياضيا أن أى تغيرات طفيفة فى الحالة الابتدائية (Initial) لنظام أو نموذج رياضى يمكن أن تؤدى إلى انحرافات وتغيرات واسعة على طول الطريق فى النظام أو النموذج. يشبهون ذلك

أثرالفراشة

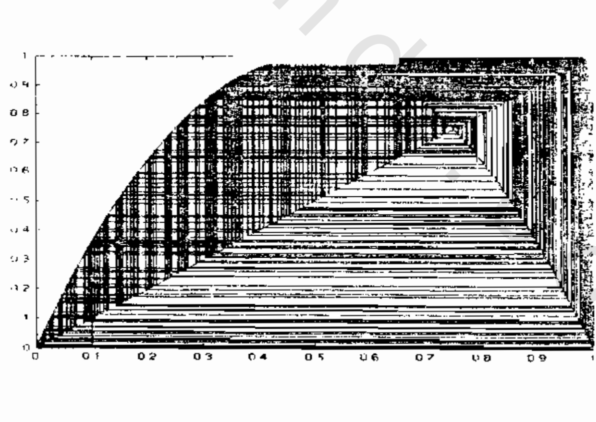
بما يسمى «أثر الفراشة» والذى يقول بأنه إذا حلقت فراشة فى البرازيل (مثلاً) فإن تحريك جناحيها للريح يمكن أن يتسبب فى عاصفة فى بلد بعيد مثل الصين. كان العلماء يجدون صعوبات فى التنبؤ بحالة الطقس مثلا وعزوا ذلك إلى عدم الدقة فى الخوارزميات والحسابات وحتى مخرجات الحواسيب.. ولكنهم تنبهوا أخيرًا إلى أن السبب وراء الانحرافات والنواقص فى التنبؤات هو ظاهرة الفوضى... رياضيات الفوضى تستخدم مفاهيم مثل البذرة والمدار النقطة الثابتة والتكرارات الخطية واللاخطية... وتستخدم تمثيلات بيانية معقدة لا يمكن إنتاجها إلا عن طريق برمجيات

حاسوبية. تظهر الفوضى – وبعد تعويضات عديدة جدًا – فى معادلات تربيعية وأسية واكتوارية... وتتضح فى دوال رياضية وعلاقات أسية (كما فى حالة نمو السكان) ودوال تمثل ظاهرات حيوية (مثل دقات القلب) وطبيعية مثل الطقس... ودوال عادية ولوجيستية.. مبادئ فى جبر الفوضى أمكن تدريسها فى المرحلة الثانوية فى مدارس مصر تجريبيا. جبر الفوضى والهندسة الكسورية تنتمى إلى ما يسمى حاليًا بالرياضيات الديناميكية.

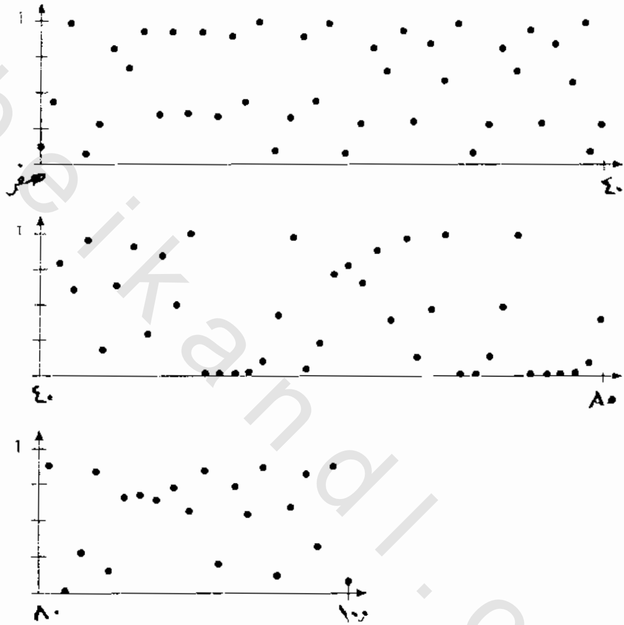




مجموعة من المتسلسلات الفوضوية المكونة من آلاف التعويضات
للمعادلة
س ← - ٤ س (١ - س) بدءًا بالذرة س = ١ , ٠



مصير البذرة س = ١ , ٠ فى متسلسلة س ← ٤ س (١ -س) الزمنية



متسلسلة زمنية للقاعدة س ← ٤ س (١-س)
لمائة تعويض يبدأ بالبذرة س = ١٢٣ , ٠
(لاحظ السلوك الفوضوى للمدار)