

٥- الحسابات الإحصائية

أمام الإدارة عند التعامل مع البيانات والنتائج حساب المؤشرات الإحصائية ذات الفائدة فى تفهم وتقييم ما هو معروض أمامها. لذلك تحديد مدى المتغيرات الموجودة وإلى أين تتجه، وما حدود الاقتراب أو البعد عن خط المنتصف، أو بما يوضح درجة الاتفاق أو الاختلاف مع الدقة المطلوبة أو الجودة المستهدفة.

إشارة إلى ما يتوفر من أرقام، بيانات ونتائج فيمكن حساب الآتى:

- المتوسط الحسابى.
- المدى.
- رقم المنتصف.
- المنوال (الرقم الأكثر تكرارا).
- الانحراف القياسى.

١-٥ المتوسط الحسابى:

يُعرف المتوسط الحسابى (Mean) بأنه المتوسط لما تم التوصل إليه من نتائج، ويتم حسابه بجمع النتائج ثم القسمة على عددها. فعلى سبيل المثال لو كانت النتائج التى تم الحصول عليها عند قياس قضبان الحديد، ولعدد ٤ قضبان على النحو التالى:

١٤٤ سم، ١٤٦ سم، ١٥٤ سم، ١٤٦ سم، بالتالى يكون المتوسط الحسابى

$$\frac{144 + 146 + 154 + 146}{4} =$$

$$= \frac{590}{4} = 147,5 \text{ سم}$$

بذلك يمكن حساب المتوسط لأى عدد من القضبان، وبافتراض الرمز س لطول القضيب، فيمكن أطوال القضبان على النحو: س١، س٢، س٣، وصولاً إلى س٤، ويكون المتوسط الحسابى لعدد ن من القضبان يساوى

$$\frac{س١ + س٢ + س٣ + + س٤}{ن} = \frac{\sum_{i=1}^{n=4} س_i}{ن}$$

وعلامة $\sum_{i=1}^{n=4}$ للتأكد على أن جميع القضبان بعدد (ن) قد تم احتسابهم.

والجدول رقم (١-٥) يشتمل على المتوسط الحسابى لكل مجموعة من الأطوال المنتجة، والمفترض أن طول القضيب ١٥٠ سم، وتم إنتاجها فى عدد ٢٥ مجموعة، تشتمل المجموعة على عدد ٤ قضبان لكن كان هناك تفاوت فى الأطوال المنتجة.

جدول رقم (٥-١) المتوسط الحسابي والمدى لكل مجموعة من الأطوال المنتجة

رقم المجموعة	اطوال القضبان المنتجة، سم				المتوسط الحسابي، سم	المدى، سم
١	١٤٤	١٤٦	١٥٤	١٤٦	١٤٧,٥٠	١٠
٢	١٥١	١٥٠	١٣٤	١٥٣	١٤٧,٠٠	١٩
٣	١٤٥	١٣٩	١٤٣	١٥٢	١٤٤,٧٥	١٣
٤	١٥٤	١٤٦	١٥٢	١٤٨	١٥٠,٠٠	٨
٥	١٥٧	١٥٣	١٥٥	١٥٧	١٥٥,٥٠	٤
٦	١٥٧	١٥٠	١٤٥	١٤٧	١٤٩,٧٥	١٢
٧	١٤٩	١٤٤	١٣٧	١٥٥	١٤٦,٢٥	١٨
٨	١٤١	١٤٧	١٤٩	١٥٥	١٤٨,٠٠	١٤
٩	١٥٨	١٥٠	١٤٩	١٥٦	١٥٣,٢٥	٩
١٠	١٤٥	١٤٨	١٥٢	١٥٤	١٤٩,٧٥	٩
١١	١٥١	١٥٠	١٥٤	١٥٣	١٥٢,٠٠	٤
١٢	١٥٥	١٤٥	١٥٢	١٤٨	١٥٠,٠٠	١٠
١٣	١٥٢	١٤٦	١٥٢	١٤٢	١٤٨,٠٠	١٠
١٤	١٤٤	١٦٠	١٥٠	١٤٩	١٥٠,٧٥	١٦
١٥	١٥٠	١٤٦	١٤٨	١٥٧	١٥٠,٢٥	١١
١٦	١٤٧	١٤٤	١٤٨	١٤٩	١٤٧,٠٠	٥
١٧	١٥٥	١٥٠	١٥٣	١٤٨	١٥١,٥٠	٧
١٨	١٥٧	١٤٨	١٤٩	١٥٣	١٥١,٧٥	٩
١٩	١٥٣	١٥٥	١٤٩	١٥١	١٥٢,٠٠	٦
٢٠	١٥٥	١٤٢	١٥٠	١٥٠	١٤٩,٢٥	١٣
٢١	١٤٧	١٥٦	١٤٨	١٦٠	١٥٢,٥٠	١٤
٢٢	١٥٢	١٤٧	١٥٨	١٥٤	١٥٢,٧٥	١١
٢٣	١٤٣	١٥٦	١٥١	١٥١	١٥٠,٢٥	١٣
٢٤	١٥١	١٥٢	١٥٧	١٤٩	١٥٢,٢٥	٥٨
٢٥	١٥٤	١٤٠	١٥٧	١٥١	١٥٠,٥٠	١٧

ويكون المتوسط الحسابي لعدد ١٠٠ قضيب تم إنتاجها يساوي ١٥٠ سم .

عند التعامل مع عدد من النتائج فيمكن الاعتماد على المتوسط الحسابي لها وذلك بجمع النتائج معاً، ثم قسمة المجموع على إعداد النتائج، ثم عند مقارنة هذا المتوسط مع المحدد من مواصفات أو نتائج، فيمكن تحديد مدى الاقتراب أو البعد عنها، أو بالتحديد عن خط المنتصف الذي سبق إيضاحه في الشكل رقم (٤-١) .

وإذا ما كان المعروض أمام الإدارة عددًا كبيراً من النتائج، فيمكن تقسيمها إلى مجموعات على أن تكون كل من هذه المجموعات مشتركة في خاصية محددة، مثال ظروف أو تاريخ إنتاجها، أو نوعية الخامات أو درجة نقائها أو جودتها، بذلك يتم أولاً حساب المتوسط لكل مجموعة، ثم لجميع البيانات وصولاً إلى المتوسط الشامل لإجمالي النتائج، مما يوضح أمام الإدارة كيف تسير الأمور.

٢-٥ المدى:

لحساب مدى التغير (Range) في العملية الجارية فيتم حساب الفارق بين أعلى نتيجة وأقل نتيجة، مما يوضح مدى التشتت أو الاتساع في النتائج، وكما يوضح الجدول رقم (١-٥) الذي اشتمل على حساب المدى لكل مجموعة من الأطوال (عدد ٤ قضبان في كل مجموعة) وذلك لعدد ٢٥ مجموعة، حيث وجد أن المدى يختلف من ٤ سم (مجموعة رقم ١١)، إلى ١٨ سم (مجموعة رقم ٧). وحساب المتوسط الحسابي للمدى لعدد ٢٥ مجموعة فقد وجد بمقدار ١٠,٨ سم. مما يوضح وجود اتساع بين النتائج في كل مجموعة، وأن العملية تحتاج إلى مراجعة وضبط للإقلال من هذا المدى للتشتت، وإجمالاً فإن هذه الحسابات توضح أمام الإدارة التفهم الجيد للنتائج عند العرض عليها.

٣-٥ رقم المنتصف:

رقم المنتصف (Median) يعرف بالرقم الواقع في المنتصف بين قيم البيانات أو النتائج المعروضة، حيث يتم تحديده بترتيب هذه القيم إما تصاعدياً أو تنازلياً، مما يتيح تحديد القيم التي تزيد أو تقل عن هذا المنتصف، مع ملاحظة إذا كان عدد القيم فردياً، فمن السهل تحديد رقم المنتصف، لكن إذا ما كان العدد زوجياً فيكون رقم المنتصف واقعاً بين القيمتين اللتين في المنتصف.

مدى اقتراب أو بعد رقم المنتصف عن خط المنتصف للمواصفة أو ما هو مستهدف، يوضح أمام الإدارة كفاءة الأعمال أو المنتجات مع اتخاذ اللازم بصدها.

٤-٥ المنوال:

يعرف المنوال (Mode) بالقيمة الأكثر تكراراً أو حدوثاً في المعروض من بيانات أو نتائج، وقد يحدث من استعراض القيم عدم وجود تكرار واضح أو مميز مما يجعل تحديد المنوال غير ممكن. وإجمالاً فإن حساب التكرار يوصل إلى رسم المدرج التكراري، وكذلك المنحنى التكراري واللذين يوضحان أيضاً كيف تسير الأمور وذلك عند المقارنة مع خط المنتصف أو المواصفة المحددة أو المستهدفة.

٥-٥ الانحراف القياسي (σ):

يوضح الانحراف القياسي قيمة أو سعة الانحراف الحادث بالمقارنة مع المتوسط الحسابي للنتائج التي يحصل عليها، وعلى أساس حساب، الانحراف لجميع النتائج المقاسة مقارنة بالمتوسط الحسابي.

ولشرح كيفية حساب الانحراف القياسي، فطبقاً للمثال التالي:

أطوال القضبان، سم	الانحراف عن المتوسط، سم	مربع الانحراف عن المتوسط، سم ^٢
(x_1) ١٤٤	$(\bar{x} - x_1)$ ٣,٥ -	$(\bar{x} - x_1)^2$ ١٢,٢٥
(x_2) ١٤٦	$(\bar{x} - x_2)$ ١,٥ -	$(\bar{x} - x_2)^2$ ٢,٢٥
(x_3) ١٥٤	$(\bar{x} - x_3)$ ٦,٥ +	$(\bar{x} - x_3)^2$ ٤٢,٢٥
(x_4) ١٤٦	$(\bar{x} - x_4)$ ١,٥ -	$(\bar{x} - x_4)^2$ ٢,٢٥

المتوسط الحسابي (\bar{x})	المجموع = صفر	الجملة ٥٩
(١٤٧,٥)		

أى أن النتائج الأقل من المتوسط الحسابي تحمل علامة السالب، والأعلى تحمل علامة الموجب، مما يجعل إجمالي الفروق عن المتوسط الحسابي تساوى صفر. بينما حساب إجمالي مربع هذه الفروق يساوى ٥٩، وبالقسمة على عدد العينات (عدد ٤ عينات) تكون النتيجة ١٤,٧٥ وتحمل رمز $(\sigma)^2$.

$$(\sigma)^2 = \frac{٥٩}{٤} = ١٤,٧٥$$

ويكون الانحراف القياسي $\sigma = \sigma^2 \sqrt{١٤,٧٥} = ٣,٨٤$ ويطلق على سيجما (σ) الانحراف القياسي.

(٦-٥) التوزيع الطبيعي واستخدام (σ):

عند الاستفادة من المنحنى التكرارى، وملاحظة أن خط المنتصف للنتائج المعروضة يتفق مع المتوسط الحسابي لها، فإنه يمكن رسم المنحنى المعروف بمسمى التوزيع الطبيعي (Normal Distribution)، والذي يربط بين المتغير الجارى دراسته ومتابعة تغيره مع معدل تكراره، وذلك حسبما يوضح الشكل رقم (٥-١).

بذلك يتم أولاً حساب الانحراف القياسي (σ) حسبما سبق إيضاحه، ثم مع اتفاق المتوسط الحسابي مع رقم المنتصف ورسم منحنى التوزيع الطبيعي (شكل رقم

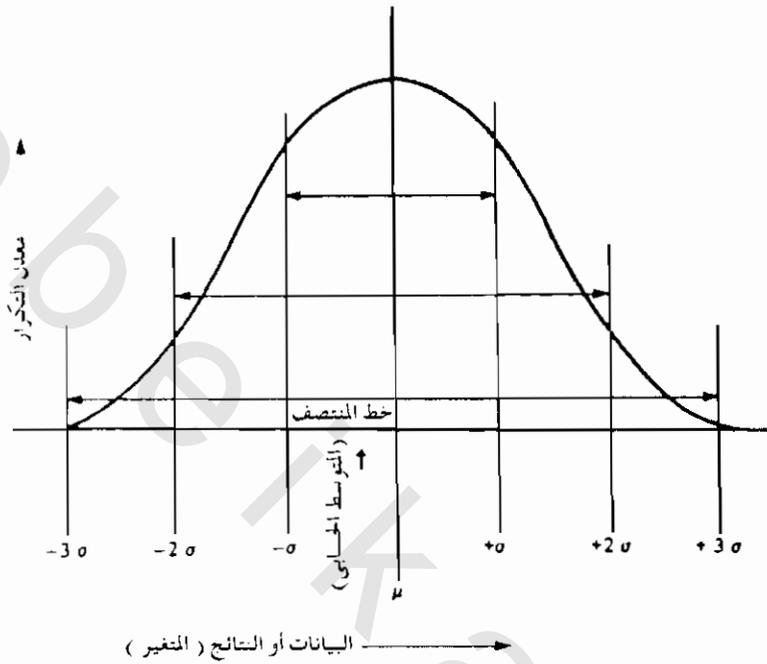
١-٥)، فقد وجد أن اتساع هذا المنحنى بما يوازي (٥) أو مضاعفتها يشير إلى أن النتائج تكون مؤكدة أو غير مؤكدة، طبقاً لمدى البعد عن المتوسط الحسابي، أي بالموجب أو السالب، حسبما هو وارد بالجدول رقم (٥-٢).

جدول رقم (٥-٢):

النسبة والكمية المؤكدة وغير المؤكدة طبقاً لاتساع المنحنى التكراري

إجمالي الكمية الخارجة عن التأكد (وحدة/ قيمة/ قطعة) في المليون	نسبة التأكد أو عدم التأكد		اتساع المنحنى
	عدم التأكد %	التأكد %	
٣١٧٣١٠	١٥,٨٦٥ ±	٦٨,٢٧	٥ ± س
١٣٣٦١٢	٦,٦٨٠٦ ±	٨٦,٦٤	٥ ١,٥ ± س
٤٥٥٠٠	٢,٢٧٥ ±	٩٥,٤٥	٥ ٢ ± س
٢٧٠٠	٠,١٣٥ ±	٩٩,٧٣	٥ ٣ ± س
٦٣	٠,٠٠٦٣٣ ±	٩٩,٩٩٣٦٧	٥ ٤ ± س
٦,٨	٠,٠٠٠٦٨ ±	٩٩,٩٩٩٣٢	٥ ٤,٥ ± س
٥,٧	٠,٠٠٠٠٥٧ ±	٩٩,٩٩٩٩٤٣	٥ ٥ ± س
٢	٠,٠٠٠٠٠٠٢ ±	٩٩,٩٩٩٩٩٩٨	٥ ٦ ± س

وقد تم إدخال مصطلح $\sigma 6$ (Six Sigma) بمعرفة شركة (Motorola) للتأكد من مدى جودة السلع الكهربائية المنتجة، وتحديد الكميات الخارجة عن التأكد أو البعيدة عن المواصفة، بحيث إن تحقيق القيمة ٦ سيجمما ($\sigma 6$) يعني أن هناك عدداً محدوداً للغاية (حوالي ٣,٥ في المليون) هو المستبعد، مع اشتراط المتابعة المستمرة لكل من دقة التشغيل وكفاءة الصيانة، وأن العملية تحقق ما يعرف بمسمى صفر الانحرافات (Zero Defect).



شكل رقم (٥-١): منحني التوزيع الطبيعي للنتائج

٧-٥ حساب مقدرة العملية:

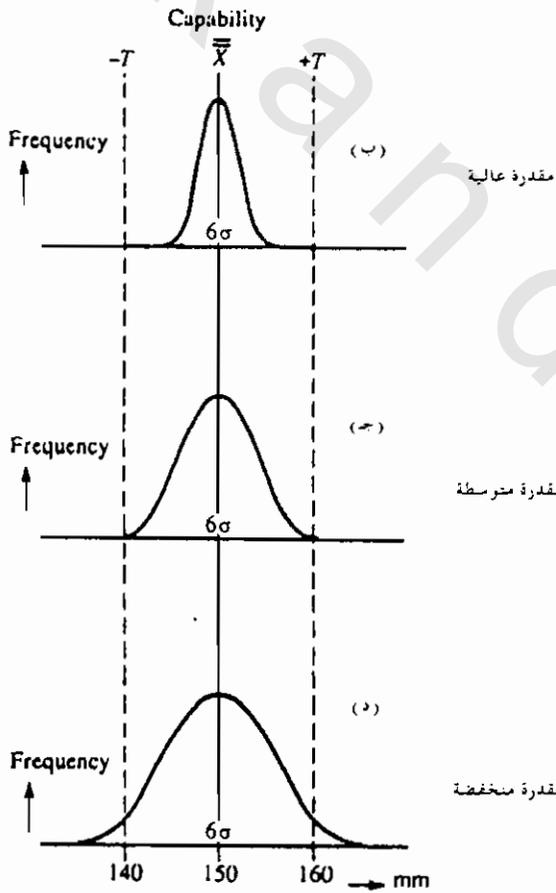
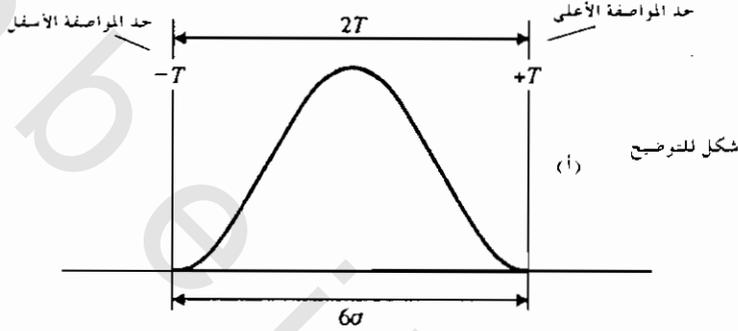
لقياس المقدرة على أداء العملية وعلى النحو الصحيح، ورجوعاً إلى حساب الانحراف القياسي (σ)، فيلزم المقارنة مع الفارق المتاح في المواصفات الجارية الالتزام بها، أي الفارق بين حدود المواصفات الأعلى والأدنى، أي الزيادة والنقصان عن المنتصف (المواصفة المستهدفة)، ويحمل هذا الفارق الرمز TC، حيث إن (T) بالموجب تمثل الفارق بين الحد الأعلى في المواصفات عن خط المنتصف، و (T) بالسالب تمثل الفارق بين الحد الأدنى في المواصفات عن خط المنتصف، وطبقاً لما يوضحه الشكل رقم (٥-٢).

ويتم حساب مقدرة العملية بالمقارنة بين TC (الفارق بين الحد الأعلى والأدنى من المواصفات) وذلك مع ٦ سيجما (6σ)، وكما توضح الأشكال (٥-٢) ب، ج، د) وذلك طبقاً لاحتمالية حدوث واحد من الآتي:

- العملية ذات دقة عالية (مقدره عالية) عندما تكون TC أكبر من 6σ (الشكل رقم (٥-٢) ب).

- العملية ذات دقة متوسطة (مقدرة متوسطة) عندما تكون TC أكبر أو تساوى تقريباً 6σ ($2T \geq 6\sigma$) - الشكل رقم (٥-٢) ج).

- العملية ذات دقة منخفضة (مقدرة منخفضة) عندما تكون $T C$ أقل من 6σ
 - الشكل رقم (٥-٢). ($2T < 6\sigma$)



شكل رقم (٥-٢): حساب مقدره العملية