

الفصل الثاني

حركة الجسيمات المشحونة في البلازما

مدخل

لماذا ندرس حركة الجسيم الفردي، في حين أن البلازما هي تجمع من الجسيمات المشحونة؟

لأن هناك عديداً من الظواهر التي يمكن أن تفهم من خلال وصف حركة الجسيم الفردي، الذي يتحقق تحت ظروف معينة. مثال ذلك الجسيمات ذات الطاقة العالية في البلازما الأقل كثافة؛ حيث تندر التصادمات، وأيضاً تتطلب إهمال المجالات المستحثة من حركة الجسيمات، مقارنة مع المجالات المسلطة. من المستحيل حل معادلة الحركة تحليلياً في الحالة العامة؛ حيث تعتمد المجالات على الإحداثيات الفراغية والزمنية.

دراسة حركة الجسيمات المشحونة في المجالات المغناطيسية لها علاقة بكل من فيزياء البلازما والأشعة الكونية والمعجلات وغيرها من الدراسات.

نود الآن أن ننظر في تأثيرات المجالات المغناطيسية على سلوك البلازما؛ ولاسيما في البلازما ذات درجة الحرارة العالية (الساخنة)، حيث التصادمات نادرة؛ فمن المهم دراسة حركة الجسيمات الفردية، التي تحكم وفقاً لقوة لورنتز من أجل فهم حصر الجسيمات. ويمكن الحصول على حلول دقيقة لمعادلة القوة، على سبيل المثال، في مجال مغناطيسي ثابت ومنتظم. نجد أن الجسيمات المشحونة تتحرك لولبياً في مسار حلزوني حول خط القوة. ومع ذلك، فإن هذا الحلزون يحدد بوحدة زمنية أساسية - ω_c التردد السيكلوتروني، ومقياس المسافة الأساسية - دائرة نصف قطرها لأرمور r_L

المجالات غير المتجانسة والمتغيرة مع الزمن، ولها مقياس طولية L وزمنية ω كبيرة مقارنة مع ω_c r_L ، وغالباً ما يكون من الممكن توسيع نطاق المعادلات المدارية (r_L/L) و (ω/ω_c). في هذا "الانجراف"، مركز التوجيه أو التقريب الأديباتيكي، تتحلل الحركة إلى دوران حلزوني محلي، جنباً إلى جنب مع

معادلة الحركة للمركز اللحظي لهذا الدوران (المركز التوجيهي). تبين أن بعض الثوابت الأديباتيكية للحركة تسهل كثيرًا لفهم الحركة في المجالات المكانية والزمانية المعقدة. نبدأ هذا الفصل بتحليل تحركات الجسيمات في المجالات المنتظمة والثابتة مع الزمن، ويعقب ذلك دراسة حركة الجسيمات في المجالات الكهربائية والمغناطيسية المتغيرة، وكذلك المجالات غير المتجانسة في نهاية المطاف.

المجالات المنتظمة والثابتة

معادلة الحركة

مع الزمن

معادلة الحركة لجسيم ذات كتلة m وشحنة، يتحرك بسرعة v ، في وجود مجال كهربائي E ومجال مغناطيسي B ، توصف بقانون قوة لورنتز:

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.1)$$

في حالة وجود المجال الكهربائي فقط

تزداد سرعة الجسيم خطيًا مع الزمن (تسريع) في اتجاه المجال E

في حالة وجود المجال B

أي إن المجال الكهربائي يساوي صفرًا، والمجال المغناطيسي ثابت ومنتظم.. وعندئذ يسلك الجسيم مسارًا حلزونيًا، وبالتالي تصبح معادلة الحركة:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

بأخذ نظام المحاور الكارتيزية، وأن متجه الوحدة \hat{k} في اتجاه المجال B

$$\mathbf{B} = B \hat{k}$$

عندئذ نكتب المعادلة على الصورة الآتية:

$$m \dot{\mathbf{v}} = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} \quad (2.2)$$

وبفصل مكونات المعادلة:

$$m \dot{v}_x = q B v_y \quad m \dot{v}_y = -q B v_x \quad m \dot{v}_z = 0. \quad (2.3)$$

$$\ddot{v}_x = \frac{qB}{m} \dot{v}_y = -\frac{q^2 B^2}{m^2} v_x$$

$$\ddot{v}_x = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_x \quad \ddot{v}_y = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_y \quad (2.4)$$

$$\ddot{v}_y = -\omega_c^2 v_y \quad (2.5)$$

وهذا يصف المذبذب التوافقي البسيط، عند التردد السيكلتروني، الذي يعرف بالمعادلة:

$$\omega_c = \frac{|q| B}{m} \quad (2.6)$$

نفرض ان شدة المجال المغناطيسي $B=1\text{Tesla}$ نجد
 $\omega_{ce} = 28\text{ GHz}$ and $\omega_{ci} = 15.2\text{ MHz}$ (proton)
 أى إن الأيونات تدوم أكثر
 بطناً من الإلكترونات بسبب فرق الكتلة.

بحل المعادلات التفاضلية (4) نحصل على:

$$v_x = v_{\perp} \exp(i\omega_c t) \quad (2.7)$$

حيث السرعة في مستوى عمودي على المجال B

بأخذ الجزء الحقيقي $(v_x = v_{\perp} \cos \omega_c t)$ ، والتعويض بالمعادلة (7) في
 المعادلة (3).

عندئذ نحصل على:

$$v_y = \frac{m}{qB} \dot{v}_x = \frac{im\omega_c}{qB} v_{\perp} \exp(i\omega_c t) = \pm i v_{\perp} \exp(i\omega_c t) \quad (2.8)$$

حيث الخطوة الأخيرة من المعادلة، تم التعويض عن $q = \pm e$ للأيونات
 والإلكترونات والإشارة الموجبة لدى v_y للأيونات والسالبة للإلكترونات،
 وبأخذ الجزء الحقيقي تصبح v_y :

$$v_y = \mp v_{\perp} \sin(\omega_c t)$$

ومحصلة السرعة في المستوى x-y المستعرض، هي:

$$(v_x^2 + v_y^2)^{1/2} = v_{\perp}$$

بالتكامل مرة ثانية، نحصل على:

$$\begin{aligned} x - x_0 &= -\frac{iv_{\perp}}{\omega_c} \exp(i\omega_c t) \\ y - y_0 &= \pm \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \exp(i\omega_c t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

بأخذ الجزء الحقيقي، نحصل على:

$$\begin{aligned} x - x_0 &= r_L \sin(\omega_c t) \\ y - y_0 &= \pm r_L \cos(\omega_c t) \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r_L^2$$

يمكن تعريف نصف قطر لآرمور من العلاقة:

$$r_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} = \frac{mv_{\perp}}{|q|B} \quad (2.11)$$

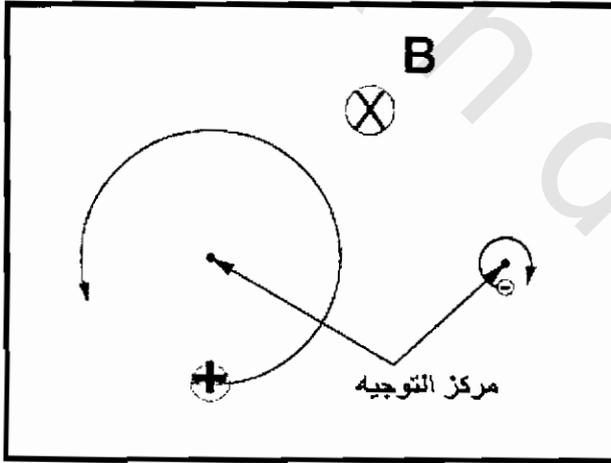
في الإطار المرجعي، يتحرك الجسيم بسرعة v_{\perp} والمدار يكون دائرة نصف قطرها r_L ، ومركز التوجيه (x_0, y_0) ، وتدوم الأيونات في اتجاه عكس عقارب الساعة، بينما تكون الإلكترونات اتجاه عقارب الساعة (انظر الشكل 1). تتبع الجسيمات المشحونة خطوط القوى، في حالة انعدام المجال الكهربائي، ومجال مغناطيسي متجانس.

الدايماغناطيسية

الجسيمات الحلزونية نفسها تكون حلقات تيارية تولد حثاً مغناطيسياً إذا اعتبرنا أن هذا الحث ناتج عن الأيونات بالرجوع إلى الشكل (1)، يتضح أن الحث داخل المدار متجه داخل الصفحة، وهذا عكس اتجاه المجال المغناطيسي B المتجه خارج الصفحة، والحقيقة نفسها لدى الإلكترونات عكس السرعة v وعكس الشحنة q . التيار الساري في الحلقة، هو $I = q(\omega_c/2\pi)$ ، ومساحة الحلقة $A = \pi r_L^2$ ؛ بمعنى أن عزم الثنائي المغناطيسي هو $I \cdot A$ (يتناسب مع الفيض المغناطيسي المستبعد ΔBA) هو:

$$\begin{aligned}
 \mu &= IA \quad \text{العزم المغناطيسي} \\
 &= \frac{q\omega_c}{2\pi} \frac{\pi v_{\perp}^2}{\omega_c^2} \\
 &= \frac{mv_{\perp}^2}{2B}
 \end{aligned} \quad (2.12)$$

الذي يتناسب مع طاقة الحركة العمودية عبر شدة المجال. النقطة المهمة هنا أن البلازما دايامغناطيسية - كل جسيم يولد فيض، يعمل على تقليل المجال المحيط. يتناسب التغير الكلي في المجال B مع طاقة الحركة العمودية للجسيم المشحون. كلما زادت الطاقة الحرارية للبلازما، كان استبعاد المجال المغناطيسي أكثر. وهذه النتائج تؤدي إلى التوازن ما بين الضغط الحراري والضغط المغناطيسي، كما نرى لاحقاً. يتم قياس تدفق الفيض المستبعد بحلقة خارج البلازما لتطويقها، أثناء تسخين جسيمات البلازما. وهذه وسيلة أساسية للغاية لقياس الطاقة الحرارية العمودية للبلازما المختزنة.



الشكل (١): مدارات لآرمور في المجال المغناطيسي.

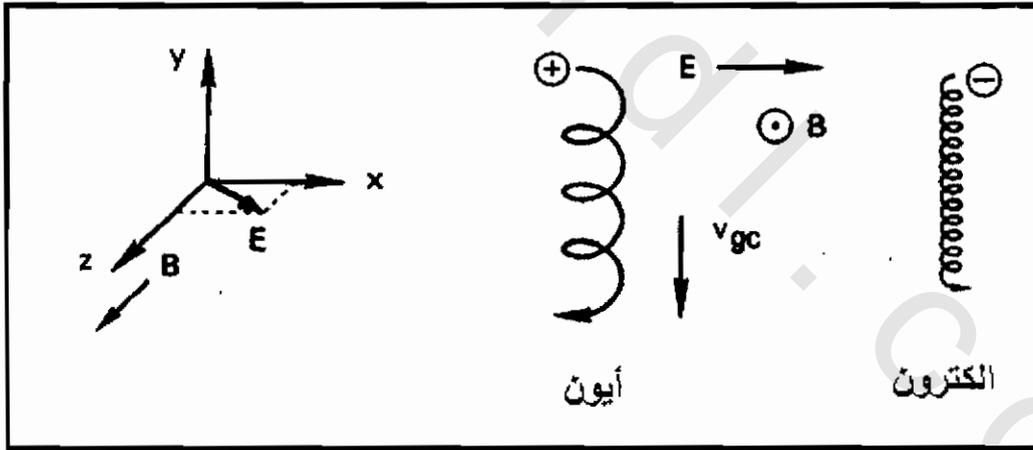
هذا الشكل يصف المدار الدائري لمركز التوجيه. المجال المغناطيسي الناتج من تدويم الجسيمات المشحونة يكون مضاداً للمجال المطبق خارجياً. وبناء على ذلك، تتجه جسيمات البلازما لتخفيض المجال المغناطيسي، وتكون البلازما دايامغناطيسية. بالإضافة إلى هذه الحركة، توجد سرعة عشوائية على طول المجال B، التي تكون غير متأثرة بذلك المجال B، ويكون مسار الجسيم المشحون عموماً يكون حلزونياً.

المجالات الكهربائية والمغناطيسية

في حالة وجود المجال الكهربائي E عمودي على المجال المغناطيسي B ، كما بالشكل (٢)، عندما تتحرك الأيونات في اتجاه E يحدث تعجيل (تسرع)، ويزداد نصف قطر مدارها ($r_L = v/\omega_c$). من ناحية ثانية، عندما تتحرك الأيونات ضد المجال يقل نصف قطرها. ونتيجة لذلك، يعاني من حركة دائرية مع انجراف لمركز التوجيه، في اتجاه عمودي على كل من E و B . أما بخصوص الإلكترونات، نجد أن المدارات الدائرية لها أصغر بسبب فرق الكتلة، ومع ذلك نلاحظ الملامح المهمة الآتية:

- (i) انجراف كل من الإلكترونات والأيونات في الاتجاه نفسه $E \times B$: شحنة الإلكترون عكس شحنة الأيون، وبالتالي يدور كل منهما عكس الآخر.
 - (ii) سرعة الانجراف لكل من الإلكترونات والأيونات واحدة: انجراف الإلكترونات أقل لكل دورة، ولكن يعاني من دورات أكثر لكل ثانية.
- يمكن تعميم معالجة المجالات العشوائية بتحليل E إلى مركبتين. إحداها موازية، والأخرى عمودية على B ، وتكتب الحركة الموازية على الصورة:

$$m\dot{v}_{\parallel} = qE_{\parallel} \quad (2.13)$$



الشكل (٢): انجراف الإلكترونات والأيونات في الاتجاه نفسه وبالسرعته نفسها.

وهي تصف العجلة الحرة على طول المجال B ، وتوصف الحركة العمودية بالعلاقة:

$$m\dot{v}_{\perp} = q(E_{\perp} + v_{\perp} \times B). \quad (2.14)$$

بالتحويل إلى الإطار المرجعي ليتحرك بسرعة انجراف v_E إلى تلك العلاقة
 $v = v_E + v_c$ ، وتصبح المعادلة (١٤):

$$miv_c = q(E_{\perp} + v_E \times B) + qv_c \times B. \quad (2.15)$$

في إطار الانجراف السرعة v_c هي سرعة السيكلترونية؛ أي:

$$E_{\perp} + v_E \times B = 0. \quad (2.16)$$

ويمكن حل هذه المعادلة بالنسبة v_E بعد الضرب الاتجاهي $\times B$:

$$\begin{aligned} E_{\perp} \times B &= -(v_E \times B) \times B \\ &= v_E B^2 - B(v_E \cdot B) \end{aligned} \quad (2.17)$$

يخضع ناتج الضرب الاتجاهي لعلاقة الضرب الآتية:

$$(A \times B) \times C = B(C \cdot A) - A(C \cdot B). \quad (2.18)$$

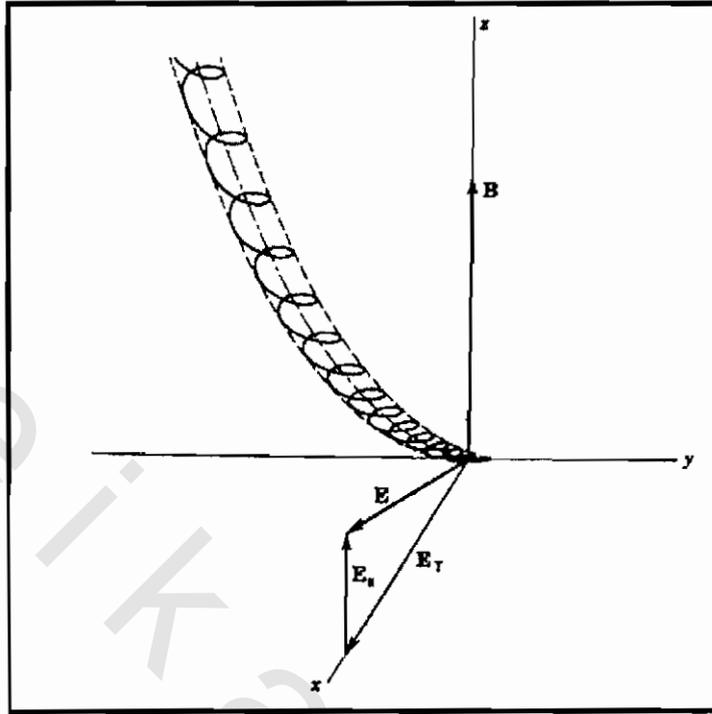
بما أن السرعة v_E عمودية على B ، فإن الجزء الثاني من المعادلة (17)
 عندئذ يساوي صفرًا وتنتج العلاقة:

$$v_E = \frac{E \times B}{B^2}. \quad (2.19)$$

تصف المعادلة (15) الحركة السيكلترونية المتبقية للجسيم، حول خطوط
 المجال بسرعة زاوية ω_c ونصف قطر $r_L = v_c / \omega_c$ الحركة الكليّة
 للجسيم مكونة من ثلاثة أجزاء:

$$v = v_{\parallel} \hat{k} + v_E + v_c \quad (2.20)$$

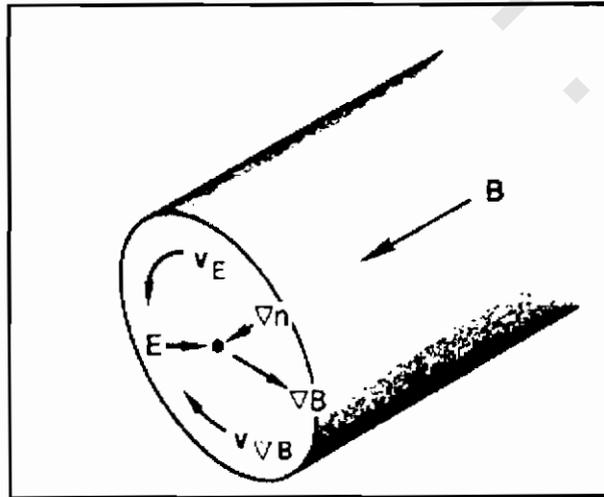
في هذه الحالة v_E هي سرعة الانجراف العمودية لمركز التوجيه لمدار
 لآرمور، عندما E_{\perp} تساوي صفر، وعندئذ يكون المدار حول المجال B دائريًا،
 وعندما E ذات قيمة محدودة، يصبح المدار دويريًا وهذه الحركات تلخص
 بالشكل (٣).



الشكل (٣): المدار في ثلاثة أبعاد لجسيم مشحون في كهربية ومغناطيسية منتظمة.

دوران البلازما الأسطوانية

سوف يسبب المجال الكهربائي النصف قطري المسلط بين الأقطاب الأسطوانية عبر بلازما مغمورة، في مجال مغناطيسي محوري، دوراناً للبلازما في اتجاه سمتي، كما بالشكل (٤).



الشكل (٤): البلازما الأسطوانية تدور سمتياً نتيجة للمجالين الكهربائي النصف قطري، والمغناطيسي المحوري.

القوى العامة

يمكن استبدال qE في معادلة لورنتز معادلة (1) بالقوى العامة:

$$v_F = \frac{1}{q} \frac{F \times B}{B^2} \quad (2.21)$$

كمثال ذلك انجراف الجاذبية $F = mg$ ، ويكتب على الصورة

$$v_g = \frac{m}{q} \frac{g \times B}{B^2} \quad (2.22)$$

وتتغير الإشارة مع الشحنة q ، وتختلف باختلاف الكتل، وهذا يعطي نهوضاً في محصلة التيار الساري في البلازما:

$$\begin{aligned} j_{||} &= q_e n_e v_e + q_i n_i v_i \\ &= n(m_i + m_e) \frac{g \times B}{B^2} \end{aligned} \quad (2.23)$$

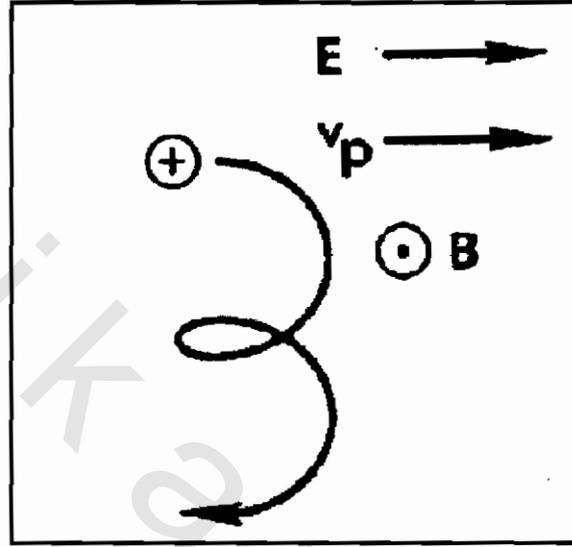
يتم إهمال المقدار $j_{||}$ عادة من ناحية ثانية، وخطوط القوى المنحنية \leftarrow قوة جاذبية (الطرد المركزي) \leftarrow انجراف انحنائي.

التغيرات الزمنية للمجالات

التغير البطئ للمجال الكهربائي

عندما يتغير المجال الكهربائي مع الزمن في البلازما، عندئذ يسري تيار استقطاب، ويتضح السبب الفيزيائي لهذا التيار من الشكل (5). نعتبر أيوناً في حالة سكون، في وجود المجال المغناطيسي. بتسليط المجال الكهربائي فجأة، يتحرك الأيون في اتجاه المجال الكهربائي، ونتيجة لذلك يكتسب الأيون سرعة v ، ويدرك قوة لورنتز، ويبدأ في التحرك لأسفل، كما بالشكل. في حالة ثبات (انتظام) المجال E ينعدم الانجراف الناتج عن الاستقطاب v_p ، ولكن يوجد انجراف v_E من ناحية ثانية. إذا انعكس المجال E يوجد انجراف لحظي مرة ثانية، ولكن من ناحية اليسار. هكذا يبدأ انجراف v_p ؛ نتيجة للقصور الذاتي، ويحدث فقط من النصف الدورة الأولى لكل تدويم، أثناء تغير المجال E . الخلاصة أن أي تغير زمني للمجال الكهربائي يعني حدوث انجراف استقطابي، يعطى بالعلاقة:

$$\begin{aligned} v_p &= -\frac{m \dot{v}_E \times B}{q B^2} \\ &= \pm \frac{1}{\omega_c} \frac{\dot{E}}{B} \end{aligned} \quad (2.24)$$



الشكل (٥): انجراف الاستقطاب.

بما ان الانجراف الأستقطابي v_p يحدث في اتجاهات مضادة لكل من الأيونات والإلكترونات، وعندئذ يوجد تيار استقطاب، يعطى بالعلاقة:

$$\begin{aligned} j_p &= ne(v_{pi} - v_{pe}) \\ &= \frac{ne}{eB^2} (m_i + m_e) \frac{dE}{dt} \\ &= \frac{\rho}{B^2} \frac{dE}{dt} \end{aligned} \quad (2.25)$$

حيث ρ كثافة الكتلة

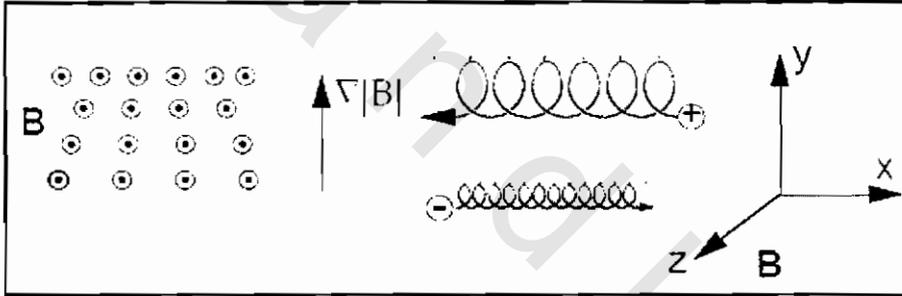
يشابه تأثير الاستقطاب في البلازما للعوازل الصلبة $D = \epsilon_0 E + P$ ؛ حيث P يعزى متجه الاستقطاب إلى محاذاة ثنائيات القطب الكهربى، وكذلك البلازما. الثنائيات، هي: الأيونات والإلكترونات بينها مسافة r_L . إذا تذبذب المجال الكهربى، ينتج تيار مذبذب j_p من تأخر القصور الذاتى للأيون.

المجالات غير المتجانسة

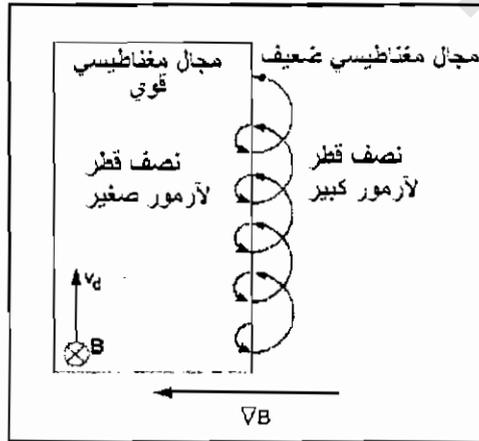
المجال المغناطيسي غير المتجانس

يمكن أن تكون عدم تجانسية المجال المغناطيسي طولية (موازية) أو مستعرضة على اتجاه المجال المغناطيسي. عدم التجانسية المستعرضة تعني تضاعفاً وتخلخلاً لخطوط المجال، كما بالشكل (٦). وعدم التجانسية الطولية يعني أن لنصف قطر لأرمرور في منطقة المجال القوي اصغر قيمة في منطقة المجال الضعيف (شكل ٧). إذا تغير المجال المغناطيسي بزوايا عمودية اتجاه عبر وحدة طول بكمية $\frac{dB}{dx} = \nabla_x B$ هذه الكمية، فإن انحدار المجال المغناطيسي يعني تغيراً في كثافة الفيض المغناطيسي لكل وحدة الطول. العزم المغناطيسي يخضع للقوة:

$$F = -\mu \nabla_x B \quad (2.26)$$



الشكل (٦): الانجراف الناتج عن انحدار المجال المغناطيسي.



الشكل (٧): التجانس الطولية.

هذه القوة تسبب انجراف انحدار بسرعة عمودية على كل من اتجاه المجال واتجاه التغيير. والإشارة السالبة في المعادلة لدى القوة توضح أن القوة المؤثرة في اتجاه تناقص المجال المغناطيسي.

$$\begin{aligned} v_{\nabla B} &= \frac{1}{q} \frac{\mathbf{F} \times \mathbf{B}}{B^2} \\ &= \frac{1}{q} \frac{\langle F_y \rangle B \hat{i}}{B^2} \quad (2.27) \\ &= \mp \frac{v_{\perp} r_L}{2B} \frac{\partial B}{\partial y} \hat{i}. \end{aligned}$$

$$\mathbf{B} \times \nabla B = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & B_z \\ 0 & \frac{\partial B}{\partial y} & 0 \end{vmatrix} \quad (2.28)$$

$$\nabla B \equiv \nabla |B| = \hat{i} \frac{\partial |B|}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial |B|}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial |B|}{\partial z}.$$

$$v_{\nabla B} = \pm \frac{1}{2} v_{\perp} r_L \frac{\mathbf{B} \times \nabla B}{B^2}. \quad (2.29)$$

وهذه المعادلة توضح أن انحدار المجال المغناطيسي يؤدي إلى انجراف انحداري عمودي على كل من المجال المغناطيسي والانحدار. يتم انجراف الجسيمات النشطة بشكل أسرع؛ لأنها تملك نصف قطر تدويمي أكبر، وتعاني أكثر من عدم التجانسية للمجال. ونلاحظ $v_{\nabla B} \propto \frac{1}{q}$ ؛ أي إن الانحدار مصحوبًا بتيار.

انجراف الانحناء

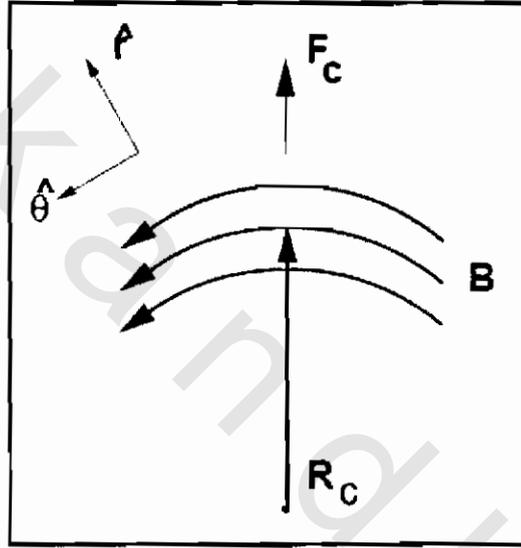
إذا حدث انحناء في خطوط المجال المغناطيسي، ونصف قطر الانحناء هو R_c ، وهناك جسيم يتحرك على طول المجال، فإنه سوف يعاني من قوة طرد مركزي كما بالشكل (٨)، وتتناسب مع R_c في اتجاه نصف قطر الانحناء، وهذه القوة تعطى بالعلاقة:

$$F_c = \frac{mv_{\parallel}^2}{R_c} \hat{r} = \frac{mv_{\parallel}^2 R_c}{R_c^2} \quad (2.30)$$

هذه القوة تنتج انسياق طرد مركزي بسرعة:

$$v_R = \frac{mv_{\parallel}^2}{qB^2} \frac{R_c \times B}{R_c^2} \quad (2.31)$$

في اتجاه عمودي على كل من خط المجال ونصف قطر الانحناء



الشكل (٨): انحراف الانحناء ينهض نتيجة الانحناء، وخطوط القوى تعتمد على الشحنة.

دمج كل من الانحدار والانحناء

نعتبر انحراف الانحدار ∇B مصحوبًا بانحناء هندسة الشكل الأسطواني، كما بالشكل (٩):

$$B = B_{\theta} = (B_0/r)\hat{\theta}$$

$$\nabla B = \hat{r} \frac{\partial B_0/r}{\partial r} = -\hat{r}(B_0/r^2) = -\hat{r}B_0/r = -r(B_0/r^2)$$

حيث نستخدم $\nabla \times B = 0$ في الفراغ

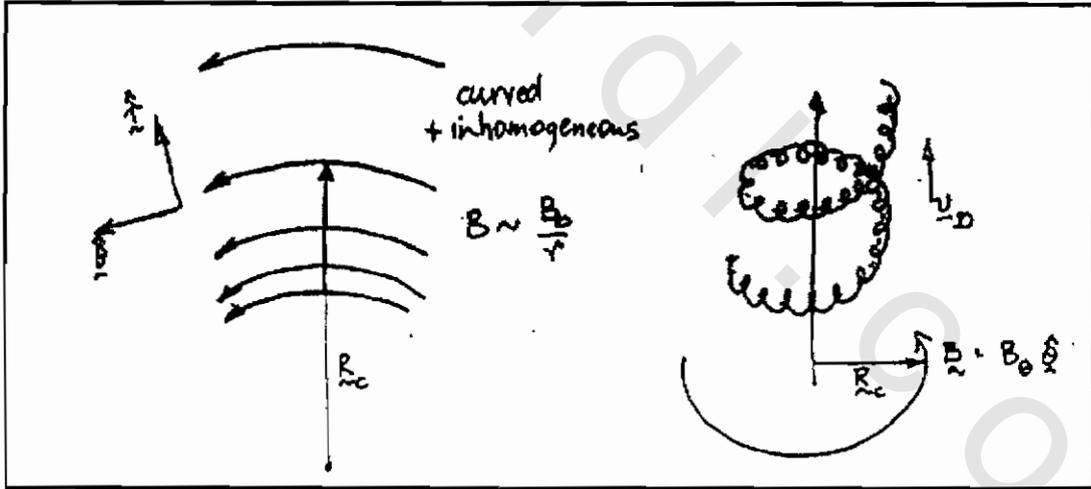
$$(\nabla \times B)_z = \frac{1}{r} \frac{\partial r B_\theta}{\partial r} \Rightarrow B_\theta \sim \frac{1}{r}$$

واستخدام المعادلة (2.29) :

$$\begin{aligned} v_{\nabla B} &= \pm \frac{1}{2} v_{\perp} r_L \frac{B \times \nabla B}{B^2} \\ &= \pm \frac{1}{2} \frac{v_{\perp}^2}{\omega_c} \frac{B \times (-R_c |B|)}{B^2 R_c^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{m v_{\perp}^2}{q} \frac{R_c \times B}{R_c^2 B^2} \end{aligned} \quad (2.32)$$

حيث نستخدم $B/\omega_c = m/|q|$ وندمج كل من الانحدار والانحناء نحصل على:

$$v_T = v_{\nabla B} + v_R = \frac{m}{q} \left(\frac{R_c \times B}{R_c^2 B^2} \right) \left(v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp}^2 \right). \quad (2.33)$$



الشكل (٩): انسياق انحدار المجال للمجال الأسطواني.

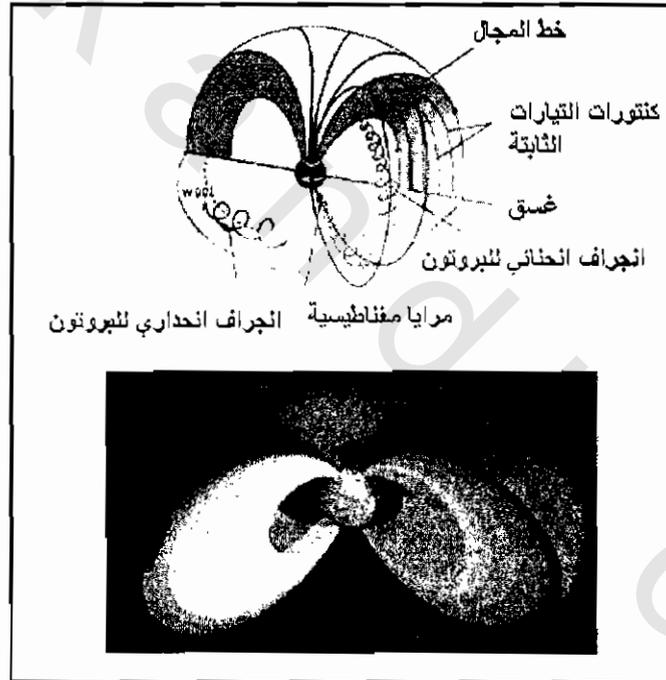
تتجه انجرافات الانحدار والانحناء إلى التحكم بالجسيمات ذات الطاقة النشطة (الساخنة)، بينما يتجه انجراف $E \times B$ إلى التحكم بالجسيمات ذات الطاقة المنخفضة (الباردة).

مثال على الانحدار والانحناء في الطبيعة (حزام الإشعاع)

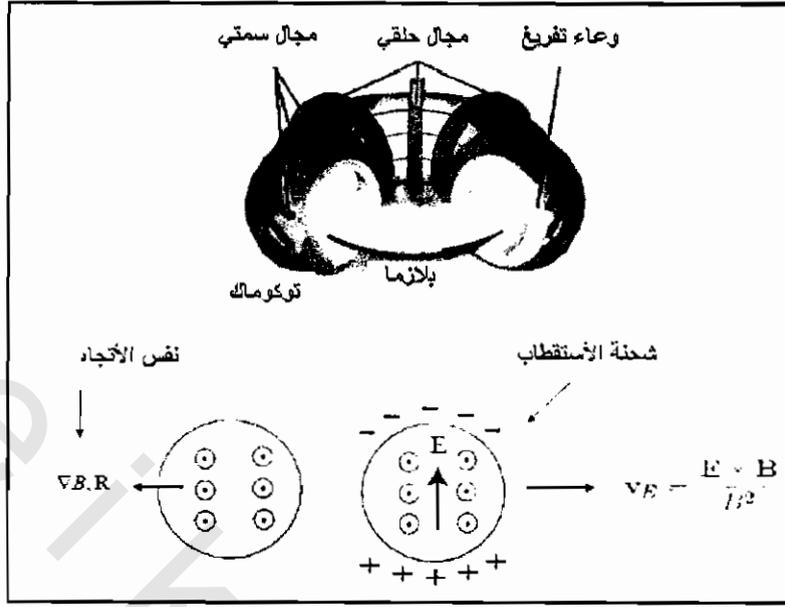
في مجال ثنائي القطب يكون كل من $V \nabla B$ و $V R$ في الاتجاه نفسه، وتتجرف الأيونات غربا والألكترونات شرقا، وينتج تيار متجه غربا، يسمى تيارًا حلقياً، كما بالشكل (١٠).

مثال على الانحدار والانحناء في المختبر (التوكاماك)

يكون كل من انحرافات الانحدار والانحناء في الاتجاه نفسه، ولكن اتجاه انحراف الأيونات مضاد لاتجاه الإلكترونات، وفي النهاية تصطم بجدران الماكينة، كما بالشكل (١١). تؤدي الشحنة المستقطبة إلى مجال كهربائي يسبب انحراف $E \times B$ ، والجسيمات تهبط للفقد، عندما تضرب جدران الماكينة.



الشكل (١٠): حزام الإشعاع.



الشكل (١١): التوكوماك.

Summary of guiding center drifts

$$E \times B \text{ Drift: } v_E = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}$$

$$\text{Polarization Drift: } v_p = \frac{1}{\omega_B} \frac{d\mathbf{E}_\perp}{dt} \quad j_p = \frac{n_e(m_i + m_e)}{B^2} \frac{d\mathbf{E}_\perp}{dt}$$

$$\text{Gradient Drift: } v_\nabla = \frac{mv_\perp^2}{2qB^3} (\mathbf{B} \times \nabla B) \quad j_\nabla = \frac{n_e(\mu_i + \mu_e)}{B^2} (\mathbf{B} \times \nabla B)$$

$$\text{Curvature Drift: } v_R = \frac{mv_\perp^2}{qR_c^2 B^2} (\mathbf{R}_c \times \mathbf{B}) \quad j_R = \frac{2n_e(W_{ti} + W_{te})}{R_c^2 B^2} (\mathbf{R}_c \times \mathbf{B})$$

ظهرت مبكرًا أجهزة الحصر المغناطيسي، التي تعتمد على حصر أو مصيدة البلازما بتركيز المجال المغناطيسي، عند نهايات الأنبوبة الحاوية للبلازما. يبين الشكل (١٢) الجهاز المرآوي، الذي يعمل على حصر البلازما باستخدام المرايا المغناطيسية. أيضا ظاهرة المرايا المغناطيسية موجودة في الطبيعة، كما بالشكل (١٢) الغلاف المغناطيسي للكواكب الشمسية والهالة الشمسية؛ حيث تتواجد حلقات مغناطيسية بمجالات قوية عند النهايات. تقارب المجال المغناطيسي يعني زيادة في شدة المجال، تؤدي إلى انحدار في الضغط المغناطيسي، وهذا يحقق قوة الاصطياد أو الحصر.

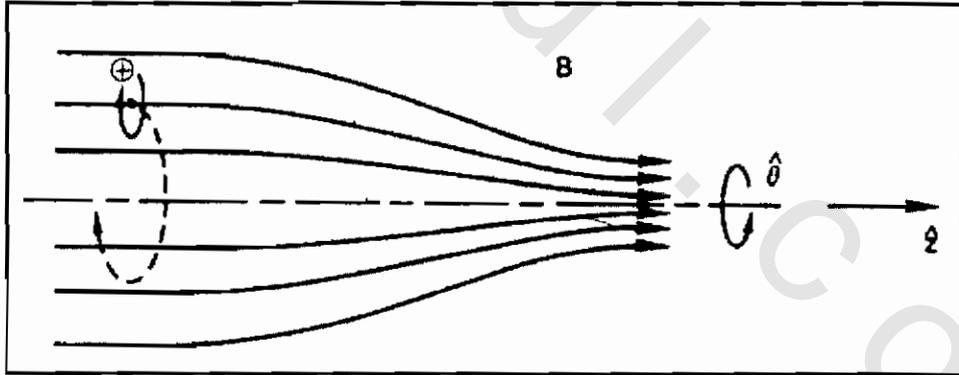
المرايا المغناطيسية



الشكل (١٢): المرايا المغناطيسية.

ماذا يحدث عند دخول جسيم مشحون منطقة مجال مغناطيسي متقارب؟
نفرض أن شدة المجال القوي (شكل ١٣) هو B_1 ، والمجال الضعيف في
المنتصف هو B_0 ، وسرعة الجسيم عند تلك المواضع هي v_0 ، v_1 على
الترتيب عندئذ حفظ العزم المغناطيسي μ

$$\mu = \frac{mv_0^2}{2B_0} = \frac{mv_1^2}{2B_1}$$



شكل (١٣): رسم تخطيطي يوضح خطوط القوى في جهاز المرايا المغناطيسية.

كلما زادت شدة المجال المغناطيسي B ، زادت مركبة السرعة العمودية للجسيم
ويتحرك أكثر عمودياً على المجال B . عندما يؤول المجال الكهربائي إلى
الصفر، تزداد الطاقة الكلية للجسيم، وتزداد بالتالي السرعة العمودية v_{\perp} ، ونقل
السرعة الموازية للمجال v_{\parallel} ، ويتباطأ الجسيم في حركته على طول المجال

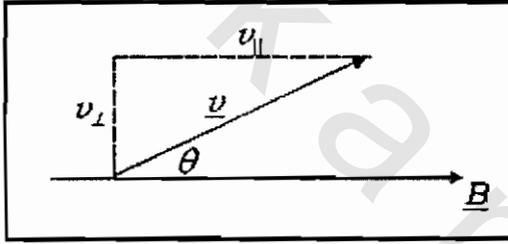
وتقل السرعة بزيادة شدة المجال؛ حتى تصبح مساوية للصفر عند تقارب المجال؛ أي عند النقطة B_1 ، تكون $v_{\parallel} = 0$ وبالتالي عند تلك النقطة:

$$v_1^2 = v_{\perp}^2 = v_0^2$$

ومن العلاقات السابقة، وقانون حفظ الطاقة، نحصل على:

$$\frac{B_0}{B_1} = \frac{v_{0\perp}^2}{v_{1\perp}^2} = \frac{v_{0\perp}^2}{v_0^2} \quad (2.34)$$

الجزء الأيمن من العلاقة السابقة هو مربع جيب الزاوية، ما بين متجه السرعة الجسيم والمجال المغناطيسي، كما بالشكل (١٤).



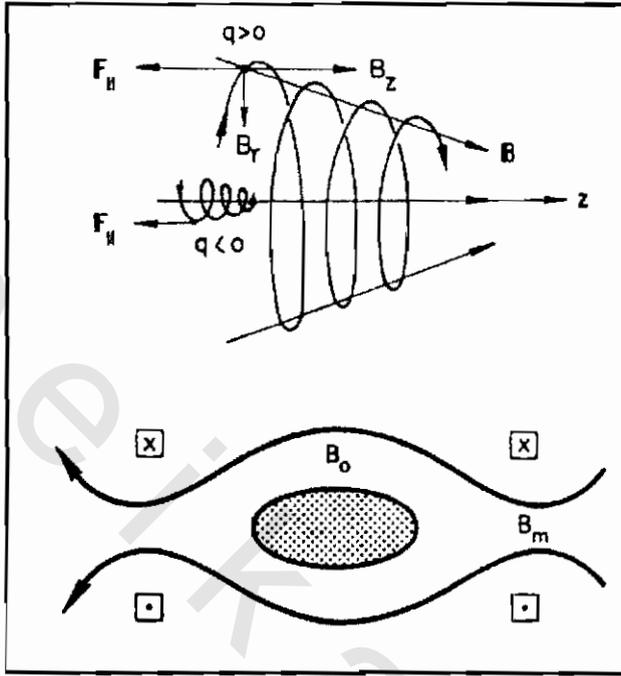
شكل (١٤)

الزاوية θ تسمى زاوية الخطوة للجسيم وبالتالي:

$$\frac{B_0}{B_1} = \sin^2 \theta \quad (2.35)$$

إذا كان الجسيم يملك زاوية الخطوة θ عند المجال B_0 ، كما بالمعادلة السابقة، فإننا نجد فعل قوة المرآة تعني $v_{\parallel} = 0$ عند B_1 ، وبالتالي عند النقطة B_1 ، لا يتحرك الجسيم في اتجاه B ، ولكن بما أن قوة المرآة لا تزال تعمل في اتجاه B ، فإن الجسيم سوف يرتد، ويأخذ دورة كاملة ذهاباً وإياباً، وهذا يعرف بالمرآة المغناطيسية. نعتبر أن المجال المغناطيسي يتغير بانتظام من أقل قيمة للمجال B_0 إلى أقصى قيمة له B_m ، كما بالشكل (١٥)؛ حيث نجد أن نسبة المرآة R_m تعرف على أنها النسبة بين أقصى قيمة للمجال B_m إلى أقل قيمة B_0 :

$$R_m = \frac{B_m}{B_0} \quad (2.36)$$



الشكل (١٥)

وسوف ترتد الجسيمات إذا كانت زاوية خطوطها في منطقة المجال الضعيف هي:

$$\theta \geq \theta_m \equiv \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{R_m}}\right) \quad (2.37)$$

بالنظر إلى انجراف الجسيمات، عندما يصنع ∇B (انحدار المجال) زاوية مع المجال B ، التي تصادفنا في المرآيا المغناطيسية؛ حيث تزداد شدة المجال على طول اتجاه خطوط القوى، كما بالشكل (٢). ويمكن اصطيد الجسيم المشحون داخل الطوبولوجية المغناطيسية، تحت ظروف معينة.

دعنا نصف رياضياً تركيب المجال:

$$\nabla \cdot B = 0. \text{ العلاقة عندما تحقق العلاقة}$$

في الإحداثيات الأسطوانية، تكتب هذه العلاقة:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r B_r}{\partial r} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0. \quad (2.38)$$

محققة $\partial B_z / \partial z$ لا تتغير كثيراً مع r :

$$rB_r = - \int_0^r r \frac{\partial B_z}{\partial z} dr \approx - \frac{r^2}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (2.39)$$

$$B_r = - \frac{r}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z}. \quad (2.40)$$

أى عدم تجانسية نصف قطرية لدى B_r تعطي انسياقاً سمتياً، هو $\hat{r} \times \nabla B_r$ حول محور التماثل (شكل ٢)، ولكن لا يوجد انسياق نصف قطري.

ما تأثير قوة لورنتز في المجال الإسطواني؟

$$F = qv \times B = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{z} \\ v_r & v_\theta & v_z \\ B_r & 0 & B_z \end{vmatrix} = \hat{r}(qv_\theta B_z) - \hat{\theta}(v_r B_z - v_z B_r) - \hat{z}(qv_\theta B_r). \quad (4.41)$$

للتبسيط، نعتبر جسيماً يدور على طول المحور ($r = r_L$)؛ بمعنى إهمال انسياقات انحدار المجال، والقوة المحورية هي:

$$\begin{aligned} F_z &= v_\theta r_L \frac{q}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z} \\ &= \mp v_\perp r_L \frac{q}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad \text{ions and electrons} \\ &= \mp \frac{qv_\perp^2}{2\omega_c} \frac{\partial B_z}{\partial z} \\ &= - \frac{mv_\perp^2}{2B} \nabla_{\parallel} B \end{aligned}$$

حيث v_\perp السرعة السيكلترونية. وبالتعبير بأصطلاح العزم المغناطيسي

$$F_{\parallel} = -\mu \nabla_{\parallel} B. \quad (4.42)$$

هذه القوة بعيدة عن زيادة المجال B ، وهي متساوية للجسيمات ذات الطاقة المتساوية (لا تعتمد على الشحنة). للجسيم المتحرك من منطقة المجال الضعيف

إلى المجال القوي ترى التغير الزمني للمجال المغناطيسي. ومن ناحية ثانية، يبقى العزم المغناطيسي ثابتاً أثناء الحركة، محققاً معدل تغير بطيء. وبما أن μ ثابتة للحركة، عندئذ:

$$\frac{v_{\perp 0}^2}{B_0} = \frac{v_{\perp m}^2}{B_m} \quad (2.43)$$

حيث يرجع الرمز السفلي 0 إلى ظروف المجال الضعيف، والرمز السفلي m للمجال القوي في منطقة المرايا. إذا كان $B_m > B_0$ ، عندئذ $v_{\perp m} > v_{\perp 0}$. ومن ناحية ثانية، إذا كان المجال B لا يعمل معنى هذا أن طاقة الحركة الكلية للجسيم تبقى دون تغير $K = m(v_{\parallel 0}^2 + v_{\perp 0}^2)/2$ ، تكون ثابتة. وبناءً على ذلك، يجب أن نملك $v_{\parallel m} < v_{\parallel 0}$ وسرعة الجسيم المحورية تقل كلما تحرك الجسيم، داخل منطقة المجال القوي. السرعة المحورية تعطى:

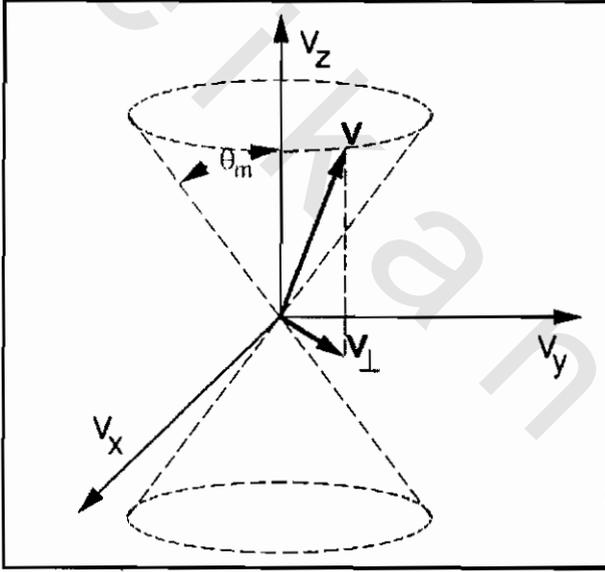
$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_{\parallel}^2 &= K - \frac{1}{2}mv_{\perp}^2 \\ &= K - \mu B \\ \Rightarrow v_{\parallel} &= \left[\frac{2}{m}(K - \mu B) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.44)$$

إذا كان المجال B عاليًا جداً، يتوقف الجسيم وتعود القوى F_{\parallel} للجسيم داخل نطاق البلازما، في منطقة المجال الضعيف (انظر الشكل 10) لا يتم اصطياح كل الجسيمات بالمرآة. عند نقطة المرآة ظروف المعادلة (2.43) تتطلب:

$$\begin{aligned} \frac{B_m}{B_0} &= \frac{v_{\perp m}^2}{v_{\perp 0}^2} \\ &= \frac{v_{\parallel 0}^2 + v_{\perp 0}^2}{v_{\perp 0}^2} \\ &= \frac{1}{\sin^2 \theta_m} \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\equiv R_m \quad \text{Mirror ratio} \quad (2.46)$$

حيث R_m نسبة المرآة. ونستخدم حقيقة حفظ طاقة الحركة K ، والزاوية θ_m مبينة بالشكل (١٦). تخترق الجسيمات التي لها $\theta < \theta_m$ (التي تملك سرعة طولية عالية) المرآة وتفقد. وتعنى الجسيمات التي ليست في مخروط الفقد أنها تملك $\theta > \theta_m$ ، وتكون محصورة (بتساوى كل من الأيونات والإلكترونات). بعد استنزاف مخاريط الفقد، تنتشت الجسيمات بالتصادم. ومن المعلوم أن تردد التصادم للإلكترونات أكبر من الأيونات، وبالتالي يكون الفقد في الألكترونات أكبر، ومن ثم البلازما تحتاج إلى جهد موجب



شكل (١٦): الجسيمات التي لها سرعات في مخروط الفقد مميزة الفقد.

مخروط الفقد هو احتمالية فقد الجسيم من الزجاجة المغناطيسية؛ أي إن الجسيمات التي لها زاوية خطوة خارج مخروط الفقد يتم اصطيادها. وتعرف زاوية الخطوة للجسيم المشحون بأنها الزاوية بين متجه سرعة الجسيم والمجال المغناطيسي المحلي، كما بالشكل (٦). يدور متجه السرعة حول خط المجال المغناطيسي بزاوية θ تعطى:

$$\tan \theta = \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} \quad (2.47)$$

الجسيمات التي يتم اصطيادها تحقق العلاقة:

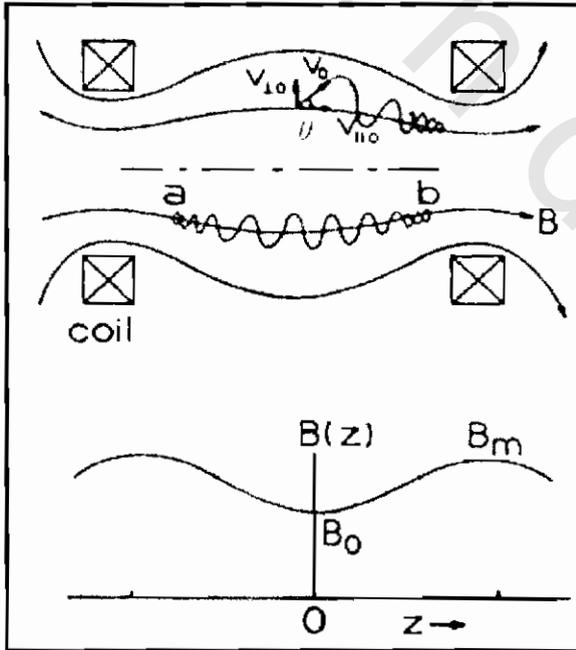
$$\tan \theta \geq \frac{1}{\sqrt{R_m - 1}} \quad (2.48)$$

$$R_m = \frac{B_m}{B_0} \text{ حيث}$$

من ناحية ثانية، الجسيمات التي لها متجهات سرعة، وتقع داخل مخروط الفقد، لا يمكن حصرها، وتحقق العلاقة:

$$\tan \theta < \frac{1}{\sqrt{R_m - 1}} \quad (2.49)$$

يصبح مخروط الفقد أكثر ضيقاً كلما زادت نسبة المرآة R_m . سوف تفقد الجسيمات التي لاتعاني من تصادمات داخل المصيدة، ولها سرعات متجهة داخل المخروط. أما الجسيمات التي تعاني من تصادمات فإنها تقذف داخل وخارج مخروط الفقد؛ نتيجة لتغير اتجاهات سرعاتها، وبالتالي يحدث تسرب مستمر للجسيمات من المصيدة، وتعتمد سرعة الهروب على تردد التصادم، ومن ثم تكون الإلكترونات أكثر هروباً من الأيونات.



شكل (١٧)

نفرض أن جسيماً مشحوناً (أيون) بدأ من مركز مجال المرآة B_0 بسرعة طولية $v_{110} = 3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ ، وسرعة عمودية $v_{10} = 2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ ، ونسبة المرآة $R_m = 3$ هل يحدث ارتداد للجسيم؟ وما قيمة R التي تسبب الارتداد؟

بما أن $\tan \theta = \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}}$ حيث θ هي زاوية الخطوة بين سرعة الجسيم v

والمجال B ، فإنه بالتعويض بقيم السرعات الطولية والعمودية، نجد قيمة زاوية الخطوة $\theta = 33.69^\circ$ ، ومقارنتها بزاوية مخروط الفقد، التي تعطى

بالعلاقة $\sin \theta_m = \frac{1}{\sqrt{R_m}}$ ، كما نحصل على قيمة الزاوية $\theta_m = 35.26^\circ$ ،

ونلاحظ أن قيمة زاوية الخطوة أقل من زاوية مخروط الفقد، وبالتالي يقع

الجسيم داخل مخروط الفقد؛ أي إنه ينفذ من المرآة. ولكي يحدث ارتداد، لابد

من تحقيق الشرط: $\theta \geq \theta_m \equiv \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{R_m}}\right)$ أي $R_m = \frac{1}{\sin^2 \theta_m}$ ، عندئذ

$$R_m = 3.25$$

مدارات الجسيمات في مجال التوكاماك

يتغير المجال المغناطيسي الحلقي في التوكاماك عكسياً مع نصف القطر

الرئيسي. ولكي يتضح ذلك، دعنا نطبق قانون أمبير لحلقة مغلقة، تحيط

بالوعاء، ونفرض أن هذه الحلقة تحيط بعدد N من ملفات المجال الحلقي كل

منها يحمل تيار I في الاتجاه نفسه، عندئذ:

$$\oint B \cdot dl = 2\pi R B = \mu_0 N I$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R} \quad (2.50)$$

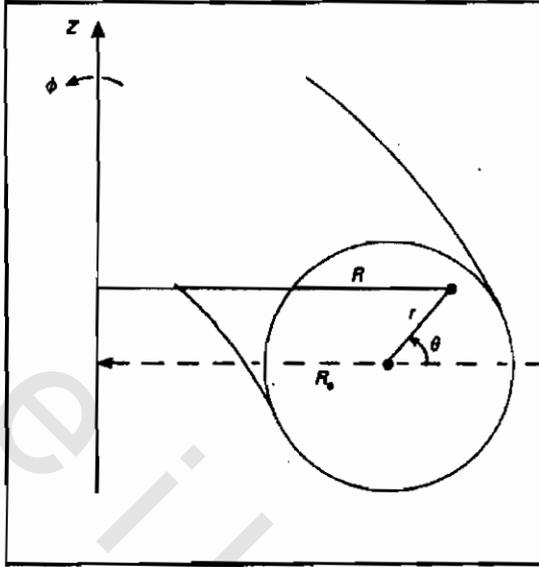
دع $\epsilon = r/R_0$ حيث هو نصف قطر المحور المغناطيسي، وشدة المجال عند

نقطة معينة في الوعاء هي:

$$B = B_0(1 - \epsilon \cos \theta) \quad (2.51)$$

حيث θ زاوية الاحداثيات القطبية بالنسبة للمحور المغناطيسي، وهي شدة

المجال المغناطيسي على المحور (انظر الشكل ١٨).



الشكل (١٨): يوضح المخطط الهندسي للمغناطيسية الحلقية.

إذا تتبعنا المسار الحلزوني على طول المجال، بدأ من خارج الوعاء، وتحرك تجاه محور الوعاء (للداخل)، يزداد المجال المغناطيسي؛ ونتيجة لذلك يزداد تردد بعض الإلكترونات (عند النقاط P و Q، كما بالشكل ١٩) بتأثير المرآة. يبين مسقط انجراف مركز التوجيه داخل المستوى $R-z$ شكل مدار الموزة. بين نقاط الارتداد، يوجد انجراف إلى أعلى نتيجة للانحناء وانحدار المجال. نموذجياً عرض الموزة لنظام التوكاماك $\approx 0.1a$ ؛ حيث a هو نصف القطر الأصغر. سوف تخترق الجسيمات بسرعة طولية عالية الجدار المغناطيسي، وتكمل الدائرة الحلقية، وهذه تعرف باسم الجسيمات المارة (العابرة).

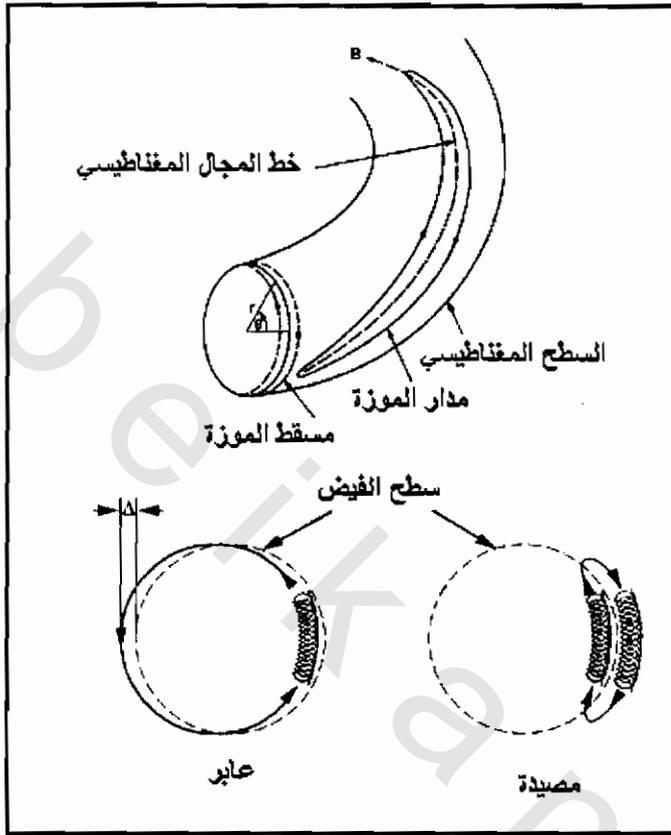
المدارات المارة (العابرة)

كلما تحرك الجسم حلقياً بحرية: فإن مسقط مداره داخل المستوى $R-z$ يعطى:

$$\frac{dx}{dt} = -\Omega z \quad \frac{dz}{dt} = \Omega x + v_z \quad (2.52)$$

حيث $x = R - R_0$ سرعة النجراف العمودية على Z تعطى

$$v_z = \frac{m}{2qB_\phi R} (2v_\parallel^2 + v_\perp^2). \quad (2.53)$$



الشكل (١٩)

حيث $\Omega = d\theta/dt$ السرعة الزاوية لمدار الجسيم، الساقط على المستوى القطبي. ينهض دوران هذا المستوى من لولبة خط المجال المغناطيسي. ومعدل الحزنة لخط المجال تعطى:

$$\frac{rd\theta}{B_\theta} = \frac{Rd\phi}{B_0}$$

وهي تميز بعدد اللف أو عامل الأمان الذي يعطى بالعلاقة:

$$q(r) = \frac{d\phi}{d\theta} = \frac{rB_0}{RB_\theta} = \epsilon \frac{B_0}{B_\theta} \quad (2.54)$$

في أنظمة التوكاماك q ، تقع في المدى 4 or $3 < q(r) < 0.7$ ، ويعطى تردد الدوران القطبي بدلالة q :

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{q(r)} \frac{d\phi}{dt} = \frac{v_\phi}{q(r)R} \quad (2.55)$$

أحزمة فان ألن، نطاقان من الجسيمات المشحونة كهربائياً، تحيطان بالسطح الأعلى للكرة الأرضية. وتُسمى أيضاً الأحزمة الإشعاعية. وقد سميت الأحزمة باسم مكتشفها جيمس ألفرد فان ألن، عالم الفيزياء الأمريكي، الذي اكتشفها في عام 1958م، خلال عمله في رصد معلومات من القمرين الصناعيين إكسبلورر وبايونير. وتحيط الأحزمة بالكرة الأرضية إحاطة السوار بالمعصم؛ حيث يرتفع الحزام الداخلي بين حوالي 1000 و5000 كم فوق سطح الأرض، بينما يقع الحزام الخارجي بين حوالي 15000 و25000 كم.

يتكوّن الإشعاع الموجود بهذه الأحزمة من تركيز عالٍ من الجسيمات المشحونة بالكهرباء، مثل: البروتونات والإلكترونات. ويجذب المجال المغنطيسي الأرضي هذه الجسيمات، ويوجهها نحو الأقطاب المغنطيسية. وتدور الجسيمات المنجذبة دورانياً لولبياً على خطوط وهمية، في المجال المغنطيسي، وتتحرّف خطوط المجال الوهمية هذه من القطب المغنطيسي الشمالي إلى القطب المغنطيسي الجنوبي. وعندما تقترب الجسيمات من أحد القطبين، تعترضها خطوط المجال الوهمية، وتعكسها نحو القطب الآخر. وهذه الظاهرة تجعل الجسيمات داخل الأحزمة تتأرجح بين الأقطاب.

الحزام الداخلي

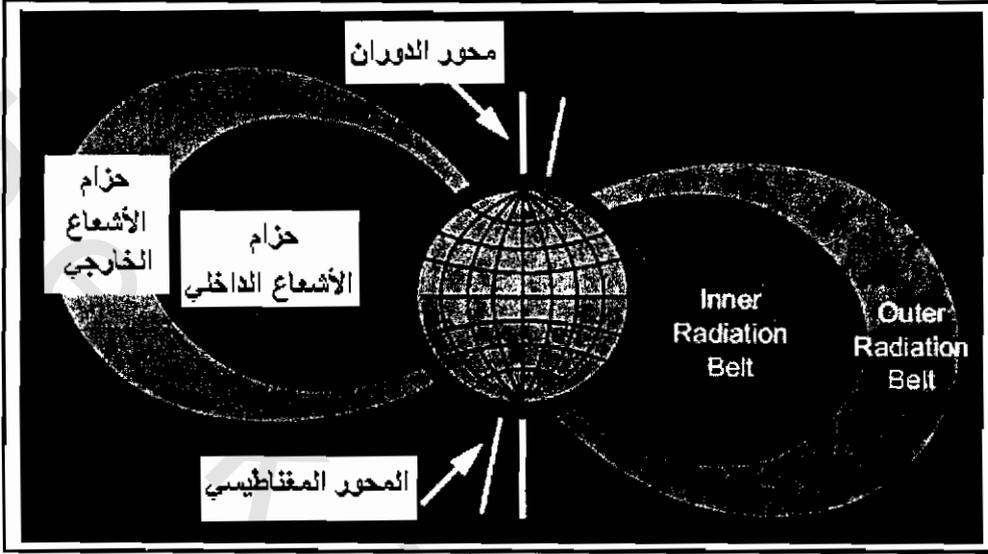
يجذب الحزام الداخلي الجسيمات المنطلقة من الغلاف الجوي بواسطة أشعة كونية، وهي جسيمات ذات طاقة عالية في الفضاء الخارجي.

الحزام الخارجي

يجذب الحزام الخارجي الجسيمات من الرياح الشمسية، وهي جسيمات مشحونة بالكهرباء، تتدفق باستمرار من الشمس، ومن اللهب الشمسي وهي انفجارات فجائية، تحدث على سطح الشمس، ويمزق هذا النشاط الشمسي الكبير الأحزمة، ويؤدي إلى عواصف مغنطيسية. وتتداخل اضطرابات الأحزمة أيضاً مع استقبال الراديو، وتسبب موجات في خطوط القدرة الكهربائية، بالإضافة إلى تكوين الأورورات.

وتحاط الكواكب الأخرى، مثل المشتري وزحل وأورانوس (سابع الكواكب السيارة) ونبوتون أيضاً، بمجالات مغنطيسية مثل كوكب الأرض. وقد أثبتت

الرحلات الفضائية، في العقد الثامن والتاسع من القرن العشرين الميلادي،
أن لهذه الكواكب أحزمة إشعاعية أيضاً.



الشكل (٢٠): حزام إشعاع فان ألن.

يستخدم مصطلح "المجال المغناطيسي" للإشارة إلى نوعي مجالات مختلفين، يُرمز لهما بـ "B" و "H". وهناك عديد من الأسماء البديلة لكليهما، ولكن لتجنب الخلط والفوضى استخدم، في هذا المقال، اسما "مجال-B" و "مجال-H" فقط، واستخدم مصطلح "مجال مغناطيسي" للإشارة إلى كليهما معاً.

يُمكن تعريف "مجال-B" بعدد من الطرق المتشابهة المرتكزة على تأثيراته على محيطه. مثلاً، جسيم يملك شحنة كهربائية (q)، يتحرك في "مجال-B" بسرعة ما (v)، يخضع لقوة ما (F)، يُسمى قوة لورنتز. معادلة قوة لورنتز هي:

$$F = q(v \times B) \quad (2.56)$$

حيث إن \times هو جداء اتجاهي. وحسب قانون لورنتز؛ فالمجال المغناطيسي الناشئ عن التيار الكهربائي، ليس سوى مجال ناشئ عن الشحنات المتحركة، ولهذا يزول المجال المغناطيسي بتوقف الشحنات عن الحركة (انقطاع التيار).

يُقاس "مجال-B" بنظام الوحدات الدولي بوحدات: التسلا والغاوس



شكل (٢١): المجال المغناطيسي للأرض، والذي يمنع الرياح الشمسية من الوصول إلى الغلاف الجوي.

الأرض هي الكوكب الوحيد من الكواكب الصخرية في النظام الشمسي، التي تملك مجالاً مغناطيسياً، وهو يتشكل بفعل الصهارة المشحونة كهربائياً، التي تتحرك داخل الأرض في طبقة الدثار (طبقة لقاعدة أن التيار الكهربائي يولد مجالاً مغناطيسياً). ولهذا المجال المغناطيسي أهمية كبيرة للحياة على الأرض؛ لأن الرياح الشمسية تسبب تآكل الغلاف الجوي (وهذا ما يحدث في بقية الكواكب الصخرية في النظام الشمسي؛ حيث يتآكل جزء كبير من أغلفتها الجوية). بينما يعمل المجال المغناطيسي للأرض على حمايتها من الرياح الشمسية، ويمنع وصولها إلى الغلاف الجوي. إضافة إلى ذلك، لولا المجال المغناطيسي، لما وُجد اختراع البوصلة (لأن البوصلة تتجه نحو القطب المغناطيسي الشمالي للأرض)، والتي كانت لها أهمية كبيرة، عبر العصور في معرفة الاتجاهات، أثناء السفر والترحال.