منطق المعرفة ومنطق الاعتقاد

Epistemic Logic and belief logic

1.7 منطق المعرفة:

لقد أدى تطور المنطق الرياضي في النصف الثاني من القرن العشرين إلى توافر مدخل صوري لدراسة مفهوم المعرفة. ولقد كان هذا المفهوم موضوعاً للدراسات الفلسفية منذ القدم.

سنعالج هذا المفهوم عن طريق منطق الجهة ونماذج كريبكة. ومن أجل ذلك، لنأخذ المثال التوضيحي التالي:

لنتصور أن شخصاً من القاهرة يتساءل عن طبيعة الطقس في الرباط، وعلى وجه الخصوص، فيما إذا كان الطقس ممطراً. سيأخذ هذا الشخص في اعتباره حالتين ممكنتين: الأولى يكون فيها الجو ممطراً في الرباط، والثانية لا يكون الحال فيها كذلك. لاحظ، أن انعدام معرفة الشخص يمكن تمثيله بواسطة عدد الحالات الممكنة، التي يأخذها الشخص في الحسبان قدر الإمكان. ومن الواضح، أن عدد الحالات الممكنة سيزداد عندما تنعدم المعرفة حول قضايا أكثر. وبشكل عام، فإذا جهل شخص عن صدق n من القضايا الذرية، فإنه يجب عليه الأخذ بالحسبان 2^n من الحالات. فمثلاً، إذا كان شخص يجهل بشكل تام المعرفة حول فيما إذا كان الطقس ممطراً في الرباط (P) وفيما إذا كان ممطراً في الجزائر (Q)، فإن عليه حساب 4 حالات: واحدة تكون فيها P صادقة وQ صادقة، وواحدة تكون فيها P صادقة وQ كاذبة، وواحدة تكون فيها P كاذبة وQ

صادقة، وواحدة تكون فيها P كاذبة وQ كاذبة. وبما أن الحالات تنجم عن انعدام المعرفة، فإنها تسمى عوالم الخيارات المعرفية، أو اختصاراً الخيارات المعرفية[٣٧].

يمكن دراسة هذه الخيارات المعرفية عن طريق عمل نماذج لها في إطار دلالة العوالم الممكنة لكريبكة.

تعريف:

نموذج كريبكة S يتألف من:

(1) مجموعة غير خالية W من العوالم الممكنة.

(2) علاقة ثنائية R معرفة على W، أي أن $R \subseteq W \times W$.

(3) دالة صدق V تعين قيمة صدق V (P, w) لكل متغير قضائي P في كل $w \in W$.

باستخدام هذا النموذج يمكننا القيام بالتمثيل الدقيق لما يعتبره الشخص خيارات معرفية. فبإعطاء حالة معينة (ممثَّلة أيضا بواسطة عالم ممكن w، حيث $w \in W$) يمكننا إعطاء الخيارات المعرفية للشخص بواسطة المجموعة:

$$\{m \in W/ w R m\}$$

أي جميع العوالم الممكنة m الموصولة من w بواسطة العلاقة R. سنقوم بعرض المثال أعلاه بواسطة نماذج كريبكة، (انظر المخطط أدناه).

لنفرض أن الحالة الفعلية (الحقيقية)، والتي لا يمتلك الشخص عنها معرفة تامة، هي أن الطقس ممطر في الرباط ولكنه ليس ممطراً في الجزائر. هذه الحالة الفعلية نمثلها بواسطة $w_1 \in W$ حيث $V (P, w_1) = 1$ و $V (Q, w_1) = 0$. الآن، يمكن تعريف نموذج كريبكة أعلاه بأخذ:

$$W = \{w_0, w_1, w_2, w_3\}$$

37- epistemic alternatives.

حيث إن العالم الممكن w_0 هو الحالة:

$$V(P, w_0) = V(Q, w_0) = 1$$

أما w_1 فهو الحالة التي بدأنا بها:

$$V(P, w_1) = 1 , V(Q, w_1) = 0$$

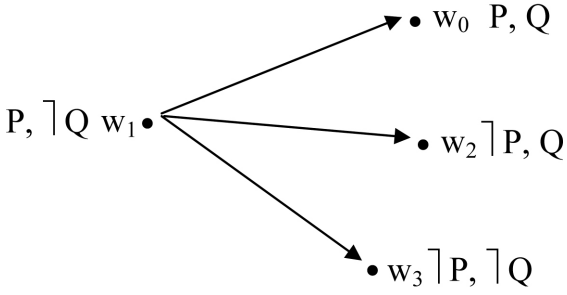
العالم w_2 هو الحالة:

$$V(P, w_2) = 0 , V(Q, w_2) = 1$$

العالم w_3 هو الحالة:

$$V(P, w_3) = V(Q, w_3) = 0$$

والعلاقة R معرفة بواسطة w_1Rm من أجل كل $m \in W$.



باستخدام نماذج كريبكة نستطيع تشكيل منطق الجهة للمعرفة. وسنبدأ بإدخال المؤثر K [٣٨]، الذي نفسره: (من المعروف أن) وسنعرف دلالته في نموذج كريبكة (W, V, R) و $w \in W$ بواسطة القضية:

$$V(K\alpha, w) = 1$$

إذا وفقط إذا كان $V(\alpha, m) = 1$ من أجل كل عالم m، حيث wRm.

إن هذه القضية تنص على أنه: في عالم ممكن w، من المعروف (بواسطة شخص) أن الصيغة α تكون صادقة إذا وفقط إذا كانت α صادقة في جميع العوالم الممكنة m التي يعتبرها الشخص خيارات معرفية.

بما أن المعرفة تفترض وجود شخص عارف a، فإن الكثير من المناطقة يستخدمون رمزاً يشير إلى هذا الشخص فيكتبون الرمز $K_a\alpha$ ليعني أن الشخص a يعرف α.

38- knowledge.

باستخدام الروابط: ¬، ∨، ∧، →، ↔، مع دلالاتها التي نعرفها نستطيع بناء صيغ أكثر تعقيداً من المتغيرات القضائية، وذلك من أجل استكمال منطق المعرفة كالتالي:

$$V(\neg\alpha, w) = 1 \qquad (1)$$

إذا وفقط إذا كانت $V(\alpha,w) = 0$

$$V(\alpha \vee \beta, w) = 1 \qquad (2)$$

إذا وفقط إذا كانت $V(\alpha,w) = 1$ أو $V(\beta,w) = 1$

$$V(\alpha \wedge \beta, w) = 1 \qquad (3)$$

إذا وفقط إذا كانت $V(\alpha,w) = 1$ و $V(\beta,w) = 1$

$$V(\alpha \rightarrow \beta, w) = 1 \qquad (4)$$

إذا وفقط إذا كانت $V(\alpha,w) = 0$ أو $V(\beta,w) = 1$

$$V(\alpha \leftrightarrow \beta, w) = 1 \qquad (5)$$

إذا وفقط إذا كانت $V(\beta,w) = V(\alpha,w)$

وأخيراً، نقول إن الصيغة α في منطق المعرفة تكون صحيحة، إذا كانت $V(\alpha, w) = 1$ من أجل جميع نماذج كريبكة $S = (W, R, V)$ وجميع $w \in W$.

باستخدام التفسير الذي أعطيناه للمؤثر K وهو (من المعروف أن)، نحصل مباشرة على عدة صيغ صحيحة:

1. $K(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (K\alpha \rightarrow K\beta)$
2. $\alpha \rightarrow K\alpha$

أما الصيغة:

3. $K\alpha \rightarrow \alpha$

فتكون صحيحة في نماذج كريبكة، التي تكون علاقة الموصولية R فيها انعكاسية. وكنا قد برهنا، في الفصل الأول، أن $L\alpha \rightarrow \alpha$ صحيحة عندما تكون R انعكاسية.

4. $K\alpha \rightarrow KK\alpha$

تنص هذه الصيغة على أنه: إذا عرف أحدهم α فإنه يعرف أيضاً أنه يعرف α. الصيغة 4 صحيحة في نماذج كريبكة التي تكون علاقة الموصولية R فيها متعدية. ولقد برهنا، في الفصل الأول، أن $L\alpha \rightarrow LL\alpha$ صحيحة عندما تكون R متعدية. هذه الصيغة هي بديهية النسق S_4 ولذلك يسمى S_4 نسق المعرفة. كما أنها تسمى بديهية الإدراك الإيجابي[٣٩].

يبنى منطق المعرفة كنسق صوري، وذلك بأخذ ما عندنا من نسق منطق القضايا وقاعدة الوضع والأشكال البديهية[٤٠] التالية:

K_1: $K(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (K\alpha \rightarrow K\beta)$
K_2: $K\alpha \rightarrow \alpha$
K_3: $K\alpha \rightarrow KK\alpha$
K_4: $KK\alpha \rightarrow K\alpha$

K_1 هي نسخة من البديهية K للنسق K، K_2 هي نسخة من البديهية T للنسق T، K_3 هي نسخة من البديهية$_4$ للنسق S_4 (الفصل الثالث).

نضيف أيضاً قاعدة الضرورة المعرفية: من α نشتق $K\alpha$.

نشير إلى أن K_1، K_2، K_3، K_4 تحمل الأسماء: التوزيع، الصدق لأنها تنص عن صدق المعرفة: إذا كانت α معروفة فإن α صادقة، الإدراك الإيجابي، قابلية نقل المعرفة.

عادة تضاف بديهية أخرى، والتي تقول شيئاً حول معرفة الجهل[٤١] وتسمى بديهية الإدراك السلبي.

$\neg K\alpha \rightarrow K \neg K\alpha$

هذه البديهية تنص على أنه: إذا لم تعرف α فإنه تعرف إنه لا تعرف α. وبالتأكيد فإن هذه البديهية مستبعدة صحتها بالنسبة إلى أي بشر. ولكنها تضاف بالنسبة إلى أداة صناعية في علم الحاسوب والذكاء الاصطناعي، حيث يستخدم

39- positive introspection.
40- axiom schemes.
41- knowledge of ignorance.

منطـق المعرفـة مـن أجـل وصـف معرفـة الأنظمـة الاصـطناعية مثـل أنظمـة الحاسوب، وأنظمة المعلومات والأنظمة الذكية والإنسان الآلي.

2.7 منطق الاعتقاد:

يجد النـاس فائـدة فـي أن تنسـب اعتقـادات إلـى أنـاس آخـرين، فالاعتقـادات تساعد على صنع تنبؤات حول ما سيفعله الآخرون.

إن مفهومي المعرفة والاعتقاد مرتبطـان أحدهما بـالآخر ولكنهما مختلفان، فنحن لا نقول، مثلاً، إن شخصاً ما يعرف شيئاً كاذباً ولكن من الممكن القول إنـه يعتقد شيئاً كاذبـاً. سندرس اعتقـادات الأشـخاص لأننـا نريـد أن نسمح لإمكانيـة أن تكون تلك الاعتقادات كاذبة.

باستخدام العوالم الممكنة، نقوم بربط مجموعة من العوالم الممكنة بكل شخص، ونقول إن الشخص يعتقد بقضية مـا فـي عـالم معطـى فـي حالـة كـون القضـية صـادقة فـي كـل العـوالم الموصـولة مـن هـذا العـالم المعطـى. سـنقوم بتمثيـل القضـايا حـول اعتقـادات الأشـخاص بواسـطة الصـيغ. ولهـذا سـندخل المؤثر الجهوي B[٤٢] وتفسيره: (من المعتقد أن) أو (شخص[٤٣] يعتقد أن)، وبما أنه لا يمكن لشخص أن يعرف شيئاً كاذبـاً فنستطيع تعريف المؤثر K بواسطة B كالتالي:

$$K\,\alpha \equiv \text{تع}\ B\alpha \wedge \alpha$$

وهذا يعني أن معرفة شخص للصيغة α هو اعتقاده بالصيغة α وأن تكون α صادقة. بما أن الاعتقاد يفترض وجود شخص معتقد a، فإن الكثير من المناطقة يستخدمون رمزاً يشير إلى هذا الشخص فيكتبون الرمز $B_a\alpha$ ليعنـي أن: الشـخص a يعتقد أن α.

42- belief.
43- agent.

إن بديهيات نسق منطق الاعتقاد هي نفسها بديهيات نسق منطق المعرفة، ماعدا بديهية الصدق التالية، والتي تنص على أن المعرفة صادقة:

$$K\alpha \rightarrow \alpha$$

أي أنه: إذا كانت α معروفة فإن α صادقة.

بأخذ النسق S5 ماعدا بديهية الصدق أعلاه نحصل على النسق K45 والذي يمثل نسق الاعتقاد وبديهياته هي:

1- بديهيات أي نسق لمنطق القضايا.

2- $B(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (B\alpha \rightarrow B\beta)$

3- $B\alpha \rightarrow BB\alpha$

4- $\neg B\alpha \rightarrow B \neg B\alpha$

البديهية الرابعة تنص: (إذا كان شخص لا يعتقد أن α، فإنه يعتقد أنه لا يعتقد أن α).

وقواعد اشتقاقه:

1- قاعدة الوضع.

2- قاعدة الضرورة NB: من α نشتق $B\alpha$.

إن علاقة الموصولية في نماذج كريبكة بالنسبة للنسق K45 يجب أن تكون متعدية وإقليدية، وهذه الأخيرة تعني أنه:

$$(w_1Rw_2 \wedge w_1Rw_3) \rightarrow (w_2Rw_3)$$

من أجل كل w_1, w_2, w_3 في النموذج.

أخيراً، سنعرض لعدة خواص تصدق بالنسبة إلى المؤثر المعرفي K، وكذا بالنسبة إلى مؤثر الاعتقاد B، وهكذا فسنستعمل المؤثر L للدلالة على K أو B:

1- $(L\alpha \wedge L(\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow L\beta$

2- $(\alpha \leftrightarrow \beta) \Rightarrow L\alpha \leftrightarrow L\beta$

3- $(L\alpha \wedge L\beta) \rightarrow L(\alpha \wedge \beta)$

4- $L\alpha \rightarrow L(\alpha \vee \beta)$

5- $\neg(L\alpha \wedge \neg L\alpha)$

1' الخاصية الأولى تقول: إذا كانت كل من α و $\alpha \rightarrow \beta$ معروفتين ومعتقدتين فإن β معروفة ومعتقدة.

2' الخاصية الثانية تقول: صيغتا الاستلزام الثنائي الصحيح تكونان كلتاهما معروفتين ومعتقدتين أو كلتاهما غير معروفتين وغير معتقدتين.

3' الخاصية الثالثة تقول: إذا كانت α معروفة ومعتقدة وβ معروفة ومعتقدة فإن وصل α وβ يكون معروفاً ومعتقداً.

4' الخاصية الرابعة تقول: إذا كانت α معروفة ومعتقدة فإن α تكون معروفة ومعتقدة أو β معروفة ومعتقدة.

5' الخاصية الخامسة تقول: من غير الممكن أن تكون صيغة ونفيها معروفة ومعتقدة.