

النظرية الكهرومغناطيسية المتقدمة

(الإلكتروديناميكا الكلاسيكية)

تمهيد: أساسيات النظرية الكهرومغناطيسية

في هذا التمهيد نذكر أهم الكميات والتعريفات المستخدمة في النظرية الكهرومغناطيسية تمهيداً لدراسة المعادلات الأساسية لهذه النظرية في **الفصل الأول**.

(1) معادلة الاتصال Equation of Continuity

الشحنة الكهربائية q (electric charge)

كثافة الشحنة ρ (charge density) (الشحنة الموجودة في وحدة الحجم من المادة)

العلاقة بين q, ρ :
$$q = \int \rho dV$$
 حيث dV عنصر الحجم

قانون بقاء الشحنات: Law of conservation of charges

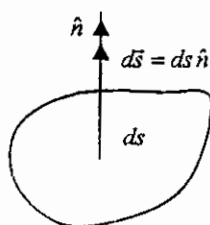
ينص على أن: " معدل إنسياب الشحنات خلال سطح ما يساوي التيار الكلي الذي يعبر السطح ".

التيار الكهربائي (I) electric current: يعرف بأنه معدل إنسياب الشحنات خلال مساحة (سطح) ما، أي كمية الشحنة المارة في وحدة الزمن.

حيث إشارة (-) تدل على تناقص الشحنة بمرور الزمن
$$I = - \frac{\partial q}{\partial t}$$

كثافة التيار ($\vec{j}$) current density: يعرف $\vec{j}$ (متجه كثافة التيار) بأنه التيار المار خلال وحدة المساحات.

العلاقة بين $I, \vec{j}$:



حيث $d\vec{s}$ متجه المساحة

$$I = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

يلاحظ أن:

(١) الشحنات q : طالما هي ساكنة تكون على هيئة شحنات كهربية (أو كهربية استاتيكية).

(٢) التيار الكهربى I : هو شحنات كهربية متحركة.

$$\begin{array}{ccc} q & \xleftarrow{\text{في حالة الحركة}} & I \\ \text{(شحنات)} & & \text{(تيار)} \end{array}$$

الصورة الرياضية لقانون بقاء (أو حفظ) الشحنات:

$$-\frac{\partial q}{\partial t} = I = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

$$\therefore -\frac{\partial}{\partial t} [\int \rho dV] = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

$$-\int \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

ومن نظرية جيلوس في للمتجهات:

$$\boxed{\int \vec{j} \cdot d\vec{s} = \int \text{div } \vec{j} dV}$$

$$\therefore -\int \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \int \text{div } \vec{j} dV$$

$$\therefore \int (\text{div } \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t}) dV = 0$$

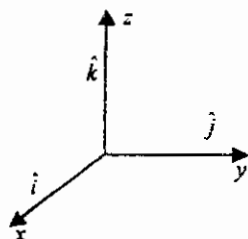
$$\therefore \boxed{\text{div } \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0}$$

وهي معادلة الاتصال.

حيث:

$$\text{div } \vec{j} = \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z}$$

$$\boxed{\vec{j} = j_x \hat{i} + j_y \hat{j} + j_z \hat{k}}$$

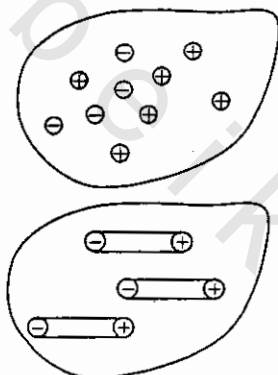


(٢) الاستقطاب في المواد العازلة (Polarization):

تنقسم المواد من الناحية الكهربائية إلى قسمين:

- مواد عازلة (Dielectrics): (عوازل) لا تسمح بمرور التيار خلالها.
- مواد موصلة (Conductors): (موصلات) تسمح بمرور التيار خلالها.

المواد العازلة: تتكون من أجزاء (جزيئات) مشحونة تتحرك بصورة عشوائية random (غير منتظمة).

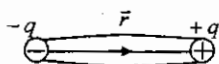


عند وضع المادة العازلة في مجال كهربائي خارجي يعمل المجال على ترتيب وضع الجزيئات بحيث يستقطب الجزيئات الموجبة في ناحية والسالبة في الناحية الأخرى مكوناً ما يسمى بالديبول (المزدوج أو ثنائي القطب) (dipole).

ويقال أن المادة العازلة قد تم استقطابها.

.. الاستقطاب هو: إعادة ترتيب أو توزيع الشحنات بحيث تتكون المزدوجات الكهربائية (الديبولات - dipoles).

عزم المزدوج (dipole moment): يعرف بالعلاقة:



$$\vec{d} = q \vec{r}$$

متجه الاستقطاب (polarization vector): هو عزم المزدوج في وحدة الحجم:

$$\vec{p} = \frac{\vec{d}}{V}$$

ملحوظة: نتيجة عملية الاستقطاب تتكون شحنات تأثيرية (induced charges) كثافتها ρ_i وتكون الشحنة التأثيرية الكلية الناتجة عن الاستقطاب:

$$q_i = \int \rho_i dV$$

وتكون العلاقة بين متجه الاستقطاب ($\vec{p}$) والشحنات التأثيرية الناتجة عن عملية

$$\rho_i = -\text{div } \vec{p}$$

الاستقطاب (ρ_i) هي:

وسنعود لإثباتها لاحقاً.

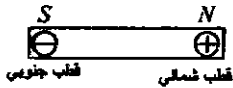
(٣) التمثيل في الأوساط الممغنطة:

Magnetization in Magnetized Medium:

تنقسم المواد من الناحية المغناطيسية إلى قسمين:

- مواد ممغنطة magnetized (مثل الحديد، ...): تتأثر بالمجال المغناطيسي، وتتكون من جزئيات مغناطيسية عبارة عن أقطاب مغناطيسية موجبة وسالبة (مثل الشحنات الكهربائية) موجودة بصورة عشوائية (غير مرتبة).
- مواد غير ممغنطة antimagnetized (مثل الخشب، ...): لا تتأثر بالمجال المغناطيسي.

عند وضع المادة للممغنطة في مجال مغناطيسي خارجي فإن المجال يعمل على ترتيب وضع الجزئيات للمغناطيسية (الأقطاب) بحيث تستقطب الأقطاب الموجبة (الشمالية) في ناحية والسالبة (الجنوبية) في الناحية الأخرى.

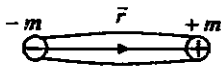


وتكون النتيجة مزدوجات (ثنائيات الأقطاب) مغناطيسية.

ويقال أن المادة قد تم استقطابها مغناطيسياً أو أنها تمغنطت.

نتيجة عملية التمثيل تتكون شحنات (أو أقطاب) مغناطيسية تأثيرية كثافتها ρ_i .

عزم المزدوج المغناطيسي: يعرف بالعلاقة:



$$d = m\vec{r}$$

حيث m تمثل شدة القطب.

متجه التمثيل Magnetization vector:

يعرف بأنه عزم المزدوج لوحدة الحجم

$$\vec{M} = \frac{\vec{d}}{V}$$

العلاقة بين $\vec{M}$ ، ρ_i :

$$\rho_i = -\text{div } \vec{M}$$

(٤) تيار الاستقطاب (polarization current)

وتيار التمغنط (Magnetization current)

حيث أن عملية الاستقطاب ينتج عنها شحنات تأثيرية كثافتها ρ_i ، فعند تحركها (أو تغير قيمتها مع الزمن) فإننا نحصل على تيار تأثيري كثافته $\vec{j}_i$.
العلاقة بين ρ_i ، $\vec{j}_i$ هي عبارة عن معادلة الاتصال

$$\text{div } \vec{j}_i + \frac{\partial \rho_i}{\partial t} = 0$$

وبالتعويض عن $\rho_i = -\text{div } \vec{p}$:

$$\therefore \text{div } \vec{j}_i + \frac{\partial}{\partial t} (-\text{div } \vec{p}) = 0$$

$$\therefore \text{div } \vec{j}_i - \text{div } \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} = 0$$

$$\therefore \text{div } (\vec{j}_i - \frac{\partial \vec{p}}{\partial t}) = 0 \quad (1)$$

ومن قوانين المتجهات:

$$\text{div } \text{curl } \vec{A} = 0 \rightarrow \text{div } \text{curl } (c \vec{A}) = 0 \quad (2)$$

$$\therefore \vec{j}_i - \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} = \text{curl } (c \vec{A}) = \text{curl } (c \vec{M}) \quad \text{بمقارنة (1)، (2):}$$

وذلك بإختيار: $\vec{A} = \vec{M}$ ، حيث $\vec{M}$ هو متجه التمغنط

$$\therefore \vec{j}_i - \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} = c \text{ curl } \vec{M}$$

$$\therefore \vec{j}_i = \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} + c \text{ curl } \vec{M} = \vec{j}_p + \vec{j}_M$$

حيث: $\vec{j}_p = \frac{\partial \vec{p}}{\partial t}$ يسمى تيار الاستقطاب.

$$\vec{j}_M = c \text{ curl } \vec{M} = c (\vec{\nabla} \wedge \vec{M}) \text{ يسمى تيار التمغنط.}$$

سؤال: عن سبب إختيار المتجه $\vec{A} = \vec{M}$ = متجه التمغنط

حيث أن الشحنات إذا تحركت تولد تيار كهربائي وأن وجود التيار يولد مجال مغناطيسي.

فنصل إلى القاعدة الآتية:

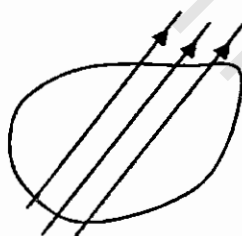
" حركة التيار الكهربائي ينتج عنها وجود مجال مغناطيسي "

وتعرف بقاعدة أورستد.

∴ التيار التأثيري الناتج عن عملية الاستقطاب $\vec{J}$ لابد أن ينتج عنه مجال مغناطيسي يعمل على إحداث عمليات استقطاب مغناطيسي أو تمغنط وبذلك فإنه من اللازم إدخال متجه التمكنط $\vec{M}$ في العلاقات السابقة.

(٥) قانون فاراداي للحث (أو التأثير) الكهرومغناطيسي

Farada's induction Law



- المجال المغناطيسي يتكون من مجموعة من خطوط القوى المغناطيسية أو خطوط الحث (أو التأثير) المغناطيسي.

- الفيض الكلي خلال دائرة (ϕ) : هو عدد خطوط القوى التي تعبر مساحة معينة

$$\phi = \int \vec{H} \cdot d\vec{s}$$

حيث $\vec{H}$ شدة المجال المغناطيسي، $d\vec{s}$ عنصر المساحة.

من المتجهات: الفيض (flux) لأي متجه هو: $\phi = \int \vec{A} \cdot d\vec{s}$

قانون فاراداي: ينص على:

في حالة وجود مجال مغناطيسي يتكون من مجموعة من خطوط القوى، وتغيرت هذه الخطوط خلال مساحة ما من دائرة مغلقة بمرور الزمن فإنه يتولد عن ذلك ما يسمى بالقوة الدافعة الكهربائية التأثيرية، بحيث أن: القوة الدافعة المتولدة تتناسب مع معدل التناقص في الفيض الكلي ϕ لخطوط القوى المغناطيسية.

رياضياً:

$$\varepsilon_i \propto \left(-\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)$$

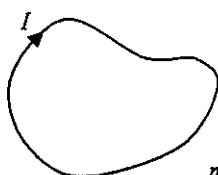
$$\therefore \varepsilon_i = -\alpha \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

$$\alpha = \frac{1}{c} \text{ بأخذ}$$

$$\therefore \boxed{\varepsilon_i = -\frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t}}$$

وهو قانون فاراداي للحث (أو التأثير) الكهرومغناطيسي.

(٦) علاقة أمبير الدوائية Ampere's Circuital Relation



المجال الكهربائي:

له قوة دافعة كهربية ε_i

المجال المغناطيسي:

له قوة دافعة مغناطيسية m_i

هي علاقة بين التيار الكهربائي الكلي I الذي يمر في دائرة كهربية ما والمجال المغناطيسي الناتج عن هذا التيار.

وتنص على الآتي:

القوة الدافعة المغناطيسية (m_i) للمجال الناتج عن مرور التيار تتناسب مع شدة التيار (I)

$$\therefore m_i \propto I \rightarrow m_i = \beta I = \frac{4\pi}{c} I$$

$$\text{بأخذ } \beta = \frac{4\pi}{c} \text{ (حيث } c = \text{سرعة الضوء في الفراغ)}$$

$$\therefore \boxed{m_i = \frac{4\pi}{c} I}$$

وهي علاقة أمبير.

تعريف:

(١) القوة الدافعة الكهربية (Electromotive Force (ε_i): هي الشغل المبذول في نقل وحدة الشحنات الكهربية حول دائرة مغلقة.

رياضياً: هي التكامل الخطي لشدة المجال الكهربى $\vec{E}$

$$\varepsilon_i = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

(٢) القوة الدافعة المغنطيسية (m_i) Magnetomotive Force: هي الشغل

المبذول في نقل وحدة الأقطاب (أو الشحنات) المغنطيسية حول دائرة مغلقة.

رياضياً: هي التكامل الخطي لشدة المجال المغنطيسى $\vec{H}$

$$m_i = \int \vec{H} \cdot d\vec{r}$$

ملحوظة: يسمى التكامل الخطي أحياناً بالدوران (circulation).