

# الفصل الأول

الخوارزمي

obeikandi.com

## 1- مقدمة :

**الخوارزمي** هو اصطلاح يعني سلسلة الخطوات والتعليمات التي اذا تم تنفيذها بالتتابع ، اي واحدة بعد الأخرى ، فأنها ستؤدي الى إنجاز حل مسألة ما أو إنجاز عملية معينة .

وقد أطلق اصطلاح **الخوارزمي** على ذلك تخليداً لذكرى عالم الرياضيات العربي الفذ **محمد بن موسى الخوارزمي** ، مؤلف كتاب (الجبر والمقابلة) ، وإعترافاً بفضله على علم الرياضيات . ويستعمل نفس المصطلح في الأنكليزية (الكورثم) . وهناك ( **خوارزمي** ) لكل عملية نقوم بها في حياتنا اليومية . أو بعبارة أشمل ، فإن **الخوارزمي** هو تعبير عام يشرح طريقة حل أي مسألة أو مشكلة معينة ، ولا يقتصر على الرياضيات والعلوم بل يتعداه إلى جميع نواحي الحياة الأخرى . فلو أردنا مثلاً أن نشرح كيفية عمل فنجان من القهوة (سريعة التحضير) . فهناك **خوارزمي** معين أن نتبعه وهو :

- 1- إغلي إبريق من الماء .
  - 2- ضع مقدار مناسب من القهوة في فنجان .
  - 3- صب الماء المغلي على القهوة في الفنجان حتى يمتلئ .
  - 4- حرك الخليط بالملعقة حتى يتجانس .
  - 5- أضف سكر حسب الحاجة وحرك المزيج حتى يتجانس .
- والخطوات السابقة لـ " **خوارزمي** " عمل فنجان قهوة ، لو نفذت جميعها دون تكرار ، أو حذف أية خطوة منها ، فستحصل على فنجان قهوة جاهز . ويمكن بالتأكيد تجزئة كل خطوة من هذا " **الخوارزمي** " الى خطوات اكثر تفصيلاً مثل :

- 1-1- إجلب إبريق فارغ لغلي الماء .
- 2-1- ضع الابريق تحت حنفية الماء .
- 3-1- إفتح حنفية الماء .

- 4-1- إنتظر حتى يمتلئ إبريق الماء .
  - 5-1- ضع إبريق الماء على النار .
  - 6-1- إنتظر حتى يغلي الماء ثم أطفئ النار .
  - 1-2- إجلب علبة القهوة من الرف .
  - 2-2- إفتح غطاء علبة القهوة .
  - 3-2- خذ بالملقعة مقدار مناسب من القهوة .
  - 4-2- ضع القهوة في الفنجان .
  - 1-3- إحمل إبريق الماء المغلي .
  - 2-3- صب الماء المغلي من الإبريق إلى الفنجان .
  - 3-3- إنتظر حتى يمتلئ الفنجان بالماء المغلي .
  - 1-4- إجلب الملقعة وضعها في فنجان القهوة .
  - 2-4- حرك الملقعة داخل الفنجان .
  - 3-4- إستمر في تحريك الملقعة حتى يتجانس الخليط .
  - 1-5- إجلب علبة السكر من الرف .
  - 2-5- إفتح غطاء علبة السكر .
  - 3-5- إجلب الملقعة وخذ بها مقدار مناسب من السكر .
  - 4-5- حرك الملقعة داخل الفنجان .
  - 5-5- إستمر في تحريك الملقعة حتى يتجانس الخليط .
- ويمكن أن نسمي الخطوات بـ ( خوارزمي تفصيلي لعمل فنجان من القهوة السريعة التحضير ) . ويدعى الشخص ، أو الآلة أو ما شابه ، الذي يقوم بمعالجة أو بتنفيذ خطوات الخوارزمي بـ ( المعالج ) .
- لقد شرحنا الخوارزمي اللازم لعمل فنجان من القهوة ، بطريقتين الأولى مختصرة تتكون من خمس خطوات فقط ، يستطيع الإنسان الاعتيادي فهم كل واحدة منها وتنفيذها مباشرة . ولو إفترضنا أن ( المعالج ) هو طفل أو إنسان محدود الذكاء أو إنسان آلي ، فيجب

حينئذ أن نشرح الخوارزمي بخطوات أكثر تفصيلاً وبشرط أن تكون كل خطوة مفهومة بالنسبة للمعالج ، ويستطيع تنفيذها بيسر وسهولة وهذا ما فعلناه في الطريقة الثانية .

ولو عدنا إلى ما تعلمناه في المدرسة في السنوات السابقة ، وعلى وجه التحديد ، ما تعلمناه من دراستنا للحساب والرياضيات مثلاً ، فسوف نجد أننا قد تعلمنا العشرات من الخوارزميات التي تعودنا على استخدامها ، دون أن نشعر بذلك . فلو أردنا مثلاً أن نطرح (15) من (107) لقلنا على الفور بأن طريقة الطرح هي كالتالي :

$$\begin{array}{r} 107 \\ - 15 \\ \hline 92 \end{array}$$

ولو تأملنا ذلك جيداً ، لرأينا أننا في الواقع استعملنا خوارزمي معين لتنفيذ عملية الطرح . ويمكننا إيجاز خوارزمي الطرح هذا كالتالي :

- 1- اكتب العدد المطروح منه .
- 2- اكتب العدد المطروح أسفل العدد المطروح منه .
- 3- خذ أول رقم على اليمين من العدد المطروح منه ، واطرح منه أول رقم على اليمين من العدد المطروح .
- 4- إذا كان العدد في الرقم المطروح أكبر من الرقم في العدد المطروح منه . قم باستدانة واحد من الرقم المجاور (إلى اليسار) للرقم في العدد المطروح منه . وبذلك تزيد الرقم في العدد المطروح منه الذي (إلى اليمين) بمقدار (10) وتقلل من الرقم المجاور له (إلى اليسار) بمقدار واحد .

- 5- تحرك بعملية الطرح إلى اليسار وخذ الرقم التالي في كل من العدد المطروح منه والعدد المطروح . وكرر الخطوتين (4) و (5) حتى تصل

إلى آخر رقم في العددين من بعضهما .  
هذا الخوارزمي ، الخاص بعملية الطرح ، قد تعودنا على استخدامه . وهو مختزن في ذاكرتنا ، ولا نحتاج إلى كتابته في كل مرة نطرح فيها عددين

وهكذا عزيزي القارئ فإنك تستطيع وضع خوارزمي لكل عملية يمكن تنفيذها ، أو لمسألة تريد حلها ، من العمليات أو المسائل التي تعودت على حلها . مثل الضرب والقسمة والجمع والطرح ... إلى آخره .

## 2- أنواع الخوارزمي :

هناك عدة أنواع من الخوارزمي ، وكل واحد منها يصف حل المسألة بطريقة معينة . وأهم هذه الأنواع هي :

### 1-2- التتابع :

وهي مجموعة من الخطوات التي تنفذ على التتابع ، دون حذف أو تكرار أية واحدة من هذه الخطوات . والخوارزميات التي شرحناها في الفقرة (1) من هذا الفصل هي أمثلة على هذا النوع من الخوارزمي .

### 2-2- الانتخاب :

في خوارزمي الانتخاب أو الإنتقاء يتم تنفيذ عدد معين من الخطوات فقط إذا كان لدينا حالة معينة . ويتم سلوك طريق آخر ، أي تنفيذ نوع آخر من الخطوات إذا كانت تلك الحالة المعينة غير موجودة . وكمثال على ذلك من حياتنا اليومية . نفرض أن أحد الأباء أرسل ولده إلى جارٍ لهم . وقال له :

إذهب إلى جارنا فلان ، فإذا وجدته آنذاك سلمه هذه الرسالة وإلا عد حالاً إلى البيت .

وحسب توجيه الاب ، فإن الولد سيقوم بتسليم الرسالة للشخص المطلوب إذا وجده في داره ، أما إذا لم يجده فإنه يفترض أن يعود إلى أبيه ومعه الرسالة . ونستطيع أن نلخص خوارزمي الانتخاب أو الانتقاء بثلاثة كلمات تحوي فيما بينها حالات معينة . وهذه الكلمات الثلاثة هي :

**إذا..... آنذاك.....وإلا.....**

حيث تمثل لنا الخطوط المتقطعة ، الموجودة بعد كل كلمة من الكلمات الثلاثة ، حالات يمكن تنفيذها .

ولو أردنا مثلاً شرح خوارزمي عبور الشارع ، من قبل المشاة ، عند خطوط العبور والتي تحوي إشارة ضوئية . والإشارة الضوئية الخضراء تعني (أعبر الشارع) ، والأحمر تعني (لا تعبر الشارع) . فيمكننا أن نكتب الخوارزمي لهذه العملية كالتالي :

**إذا** كانت الإشارة الضوئية خضراء .

**آنذاك** تلتفت يساراً ويميناً حتى تتأكد من خلو الشارع من السيارات ثم أعبر الشارع بسرعة .

**وإلا** توقف ولا تعبر الشارع .

وكلمة (إذا) بالنسبة لنا نقطة قرار ، أو مفترق طرق حسب التعبير الدارج ، يتقرر على أساسها الخطوة اللاحقة التي يجب تنفيذها من خطوات الخوارزمي .

ولنأخذ مثلاً آخر على ذلك . فقد شرحنا في الفقرة (1) من هذا

الفصل خوارزمي الطرح . وفي الخطوة (4) ، قلنا أنه إذا كان الرقم في العدد (المطروح منه) أصغر من الرقم في العدد (المطروح) ، **آنذاك** نقوم بإستدانة واحد من الرقم التالي إلى اليسار، ثم نجري الطرح ، ويمكن كتابة ذلك بطريقة أخرى وكما يلي :

إذا كان الرقم في العدد (المطروح منه) أقل من الرقم في العدد (المطروح) .

آنذاك إستدن واحد من الرقم المجاور إلى اليسار في العدد (المطروح منه) ثم قم بعملية الطرح .

وإلا إجري عملية الطرح بطريقة إعتيادية .

مثال آخر من الحياة العامة ، لو ذهب والد أحد الأطفال لتسجيل ابنه الصغير في المدرسة ، فإن المدير سيقول لوالد هذا الطفل ما يلي: إذا كان عمر ابنك ستة سنوات ..

آنذاك سنقبله طالباً في الصف الأول من المرحلة الابتدائية .

وإلا يجب تسجيله طالباً في الصف التمهيدي .

وهناك الكثير من الأمثلة في هذا المجال لا يمكن حصرها بل سنكتفي بهذا القدر فقط .

## 2-3- التكرار :

إن بعض العمليات تحوي في الواقع على مجموعة من الخطوات التي يجب تكرارها أكثر من مرة للحصول على النتائج المطلوبة وفي كل مرة نكرر التنفيذ نتفحص خطوات الخوارزمي ، فإذا كانت تفي بالمطلوب نستمر بالتكرار . وإذا لم تف بالمطلوب عند ذاك نوقف التكرار فإذا كان لدينا مثلاً قائمة بأسماء أصدقائنا وعناوينهم ، وأردنا أن نرسل إلى أحدهم بطاقة بريدية للتهنئة بأحد أعيادنا فإننا نقوم بالبحث عن الاسم المطلوب ، وذلك بأن نفحص القائمة اسماً بعد اسم حتى نصل إلى الشخص المطلوب ، وعند ذاك فقط نكتب عنوانه . ويمكن أن نكتب ذلك بالصيغة التالية ، على فرض أننا بدأنا من الاسم الأول الموجود في القائمة فنقول :

إذا كان الاسم هو اسم الشخص المطلوب آنذاك اكتب عنوانه وإلا إقرأ الاسم الثاني في القائمة .

إذا كان الاسم هو اسم الشخص المطلوب آنذاك اكتب عنوانه وإلا إقرأ الاسم الثالث في القائمة

وهكذا نستمر بتكرار الخوارزمي لحين الوصول إلى الشخص المطلوب . عند ذاك نتوقف عن التكرار ، ونكتب عنوان الشخص . ويمكن أيضاً وضع الخوارزمي بصيغة أخرى هي :

كر ← إذا كان الاسم هو اسم الشخص المطلوب آنذاك أكتب عنوانه وإلا  
إقرأ الاسم التالي في القائمة .  
حتى تصل إلى الشخص المطلوب .

أو بمعنى آخر كرر خوارزمي معين حتى تصل إلى المطلوب .  
وتدعى خطوات الخوارزمي الموجودة ، بين كلمتي ( كرر ) و ( حتى ) بحلقة التكرار . و حلقة التكرار هي مجموعة من خطوات الخوارزمي والتي يعاد تنفيذها حتى نصل إلى حالة معينة . وعند ذاك نخرج من حلقة التكرار ، أي نوقف تنفيذ خطوات الخوارزمي تلك . وأحياناً نطلب من (المعالج) أن يكرر خوارزمي عدد معين فقط من المرات ، مثلاً نقول للمعالج :  
كرر ثلاث مرات أو كرر مائتي مرة ... إلى آخره .

### 3- تصميم الخوارزمي :

ليس هناك قاعدة عامة لتصميم أو وضع الخوارزمي لحل مشكلة أو مسألة معينة . بل يعتمد ذلك بالدرجة الأساس على ذكاء المصمم ، أي قابليته على التكيف مع ظروف المسألة أو المشكلة . ويعتمد أيضاً

على مستوى معين من المعارف والمعلومات ، والتي يجب أن يمتلكها ، لغرض إيجاد السبيل إلى وضع **خوارزمي صحيح** . وهناك شيء أساسي يجب أن نحدده في **الخوارزمي** بشكل مبدئي وهو هل أن العملية ، التي نريد وضع **الخوارزمي** لها ، عملية قابلة للانتهاء أم لا . فهناك عمليات تنتهي ، مثل عملية صنع فنجان قهوة ، أو طرح عدد من آخر .. إلى آخره ، من العمليات التي شرحناها في الفقرات السابقة من هذا الفصل وسواها . وهناك أيضاً عمليات لا تنتهي ، مثل عملية السيطرة على إشارات المرور الضوئية . فهي مستمرة بالعمل ليلاً ونهاراً ، وسنة بعد سنة وبدون توقف (إذا افترضنا أن هذه الأجهزة لم تتعطل عن العمل) . أو مثل مراجعة المرضى للمستشفيات ، فهي عملية لا تنتهي أيضاً ومستمرة .

وأهم نقطة يجب الانتباه إليها عند تصميم **الخوارزمي** ، هي : هل سيؤدي **الخوارزمي** الذي قمنا بتصميمه ، إلى الحل المطلوب تماماً . أو بعبارة أخرى يجب أن نتأكد تماماً من أن ( **المعالج** ) الذي سيقوم بتنفيذ الخطوات سوف يصل إلى الحل المطلوب . فإذا كانت العملية ذاتها من النوع الذي ينتهي ، فإن **الخوارزمي** يفترض أن يُصمَّم أيضاً بشكل يلائم هذا النوع . وإذا كانت لا تنتهي ، فإن **خوارزمي** الحل لها ، سيؤدي إلى تكرار العملية بشكل لا ينتهي أيضاً.

إن **التتابع** ، **الانتخاب** ، و**التكرار** جميعها تمثل صيغ أساسية في عملية تكوين ، أو بناء ، **الخوارزمي** . وهذه الأنواع الثلاثة من **الخوارزمي** كافية ، بصورة عامة ، لتصميم **الخوارزمي** اللازم لحل أي مسألة . ويمكننا أيضاً أن نقول ، أنه إذا كان من الممكن تصميم **خوارزمي** لمسألة معينة ، فإن هذا **الخوارزمي** يمكن تصميمه باستخدام الصيغ الثلاثة ( **التتابع** ، **الانتخاب** ، **التكرار** ) .

#### 4- أمثلة :

لفهم كيفية تصميم الخوارزمي ، سوف نورد فيما يلي بعض الأمثلة :

##### 4-1- مثال (1) ترتيب الاعداد :

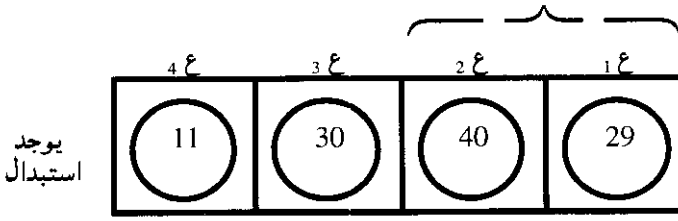
إذا كان لدينا أربعة صناديق متجاورة هي (ع<sub>1</sub> ، ع<sub>2</sub> ، ع<sub>3</sub> ، ع<sub>4</sub>) ، وفي كل واحد من هذه الصناديق كرة تحمل رقم معين . رتب الكرات داخل الصناديق تصاعدياً ، من اليمين إلى اليسار . أي أن الكرة التي إلى أقصى اليمين تحمل أصغر رقم في المجموعة أما التي أقصى اليسار فإنها تحمل أكبر رقم . وفيما يلي الوضع الأصلي لهذه الكرات ، والمطلوب إيجاد خوارزمي مناسب لشرح هذه العملية .

| ع <sub>4</sub> | ع <sub>3</sub> | ع <sub>2</sub> | ع <sub>1</sub> |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 11             | 30             | 29             | 40             |

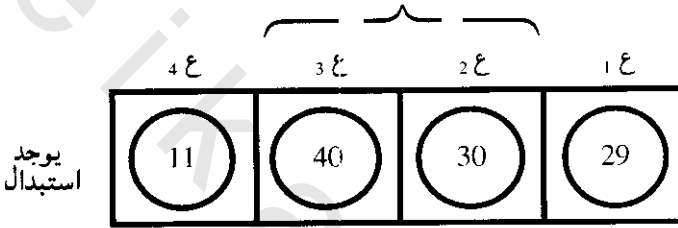
##### الحل :

حل هذه المسألة نستطيع أن نقوم بما يلي :

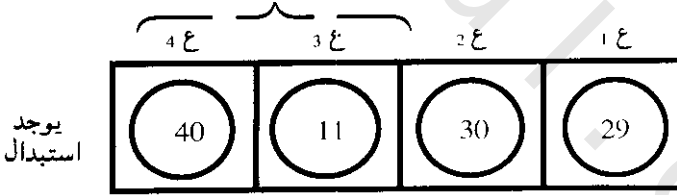
- (1) نبدأ من أول صندوق إلى اليمين ، أي ع<sub>1</sub> ونقارنه بالصندوق المجاور له . فإذا كان العدد الموجود على الكرة في الصندوق ع<sub>1</sub> ، أصغر من العدد الموجود على الكرة في ع<sub>2</sub> فإننا نبقى الكرتين على وضعهما . أما إذا كانت الكرة في الصندوق ع<sub>1</sub> تحمل عدداً أعلى من العدد الموجود على الكرة في ع<sub>2</sub> فإننا نقوم باستبدالها واحدة مكان الأخرى . ولو نظرنا إلى الشكل أعلاه لوجدنا أن العدد المثبت على الكرة الموجودة في ع<sub>1</sub> (40) ، هو أكبر من العدد الموجود في ع<sub>2</sub> (29) . لذلك نقوم باستبدال الكرتين واحدة محل الأخرى . فيصبح الرسم التوضيحي لهذه العملية كما يلي :



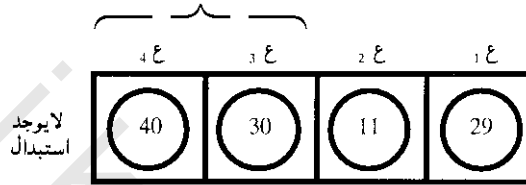
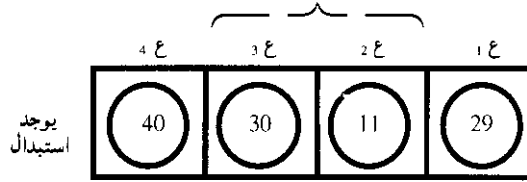
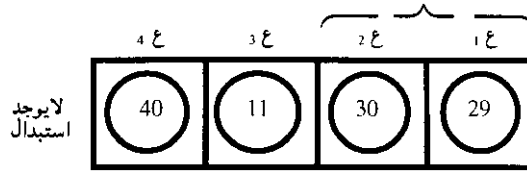
(2) نكرر استخدام نفس الطريقة على الصندوقين المتجاورين (ع<sub>2</sub>، ع<sub>3</sub>) . حيث نقوم باستبدال الكرتين الواحدة محل الأخرى ، فيصبح الشكل التوضيحي كما يلي :



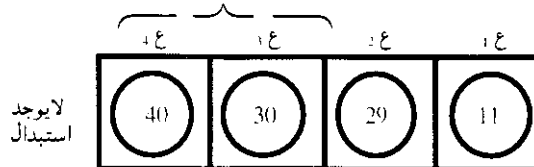
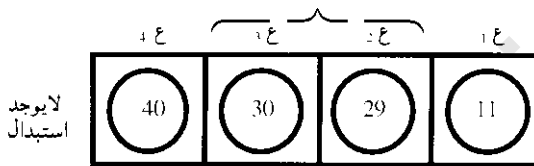
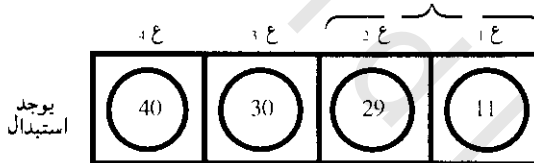
(3) نعيد استخدام نفس الطريقة على الصندوقين المتجاورين (ع<sub>3</sub>، ع<sub>4</sub>) . فيصبح الشكل التوضيحي كما يلي :



(4) نلاحظ أن هذا لا يكفي ، لذلك نقوم بنفس الخطوات السابقة من جديد ، أي نقارن (ع<sub>1</sub>، ع<sub>2</sub>) ثم (ع<sub>2</sub>، ع<sub>3</sub>) وبعد بذلك نقارن (ع<sub>3</sub>، ع<sub>4</sub>) ويمكن أن نرسم الاشكال التوضيحية لهذه العمليات كما يلي :



(5) نستمر بتكرار عملية المقارنة بين كل صندوق والصندوق المجاور له مرة أخرى ، وكما في الأشكال التوضيحية التالية :



وبذلك نحصل على الأعداد مرتبة تصاعدياً من اليمين إلى اليسار .  
وقد لاحظنا أننا لكي نرتب أربعة أعداد فإننا نكرر العملية ثلاثة  
مرات، وفي كل مرة نقارن الصندوق مع الذي يجاوره ، وهذه العملية  
تتكون في الحقيقة من ثلاثة مقارنات (بين الصندوق والذي يجاوره)  
أيضاً . ويمكننا الآن أن نضع خوارزمي الشرح الذي ذكرناه سابقاً كما يلي:

### كرر

1- إبدأ من أول صندوق إلى اليمين .

كرر ثلاث مرات :

2- إذا كان العدد الموجود على الكرة التي في الصندوق الأيمن ،

أكبر من العدد الموجود في الصندوق المجاور إلى اليسار .

آنذاك استبدل الكرتين ، واحدة في صندوق الأخرى .

وإلا اعتبر الصندوق الذي الى اليسار هو الأيمن ، وقارنه مع

المجاور له إلى اليسار .

حتى تصل إلى عدم إستبدال أي شيء أثناء المرور بكافة

الصناديق .

والخطوط التي تنتهي بأسهم ، والتي رسمناها أعلاه ، تمثل لنا  
مجموعة الخطوات التي يجب أن نكررها ، والتي أسميناها **حلقة**  
**التكرار** . **فحلقة التكرار** الخارجية غير محددة بعدد مرات التكرار  
بل محددة بتحقيق حالة معينة ، وهذا يمثل آخر خطوة في **حلقة**  
**التكرار** ، أي ( حتى .... ) .

أما **حلقة التكرار الداخلية** فهي محددة بثلاثة مرات من التكرار .  
فالمعالج يقوم بتنفيذ الخطوات ( إذا ... آنذاك ... وإلا ... )  
ثلاثة مرات . وبعد ذلك يعود من جديد إلى ( حتى ... ) . فإذا كانت  
هناك عملية إستبدال فإنه ينتقل إلى الخطوة رقم (1) . وهكذا يستمر

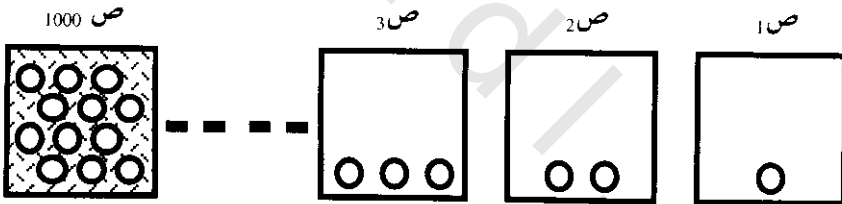
المعالج بتنفيذ خطوات الخوارزمي ، الى أن يصل إلى عدم إستبدال شيء . فعند ذلك فقط يكون الترتيب تصاعدياً قد تم ، ويخرج المعالج من حلقات التكرار . أي أن المعالج قد إنتهى من تنفيذ الخوارزمي .

4-2- مثال (2) إيجاد المجموع الكلي لمجموعة من الأعداد :

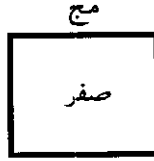
نفرض أنه يوجد لدينا ألف صندوق ، بحيث أن الصندوق الأول يحتوي في داخله على كرة واحدة ، والصندوق الثاني يحتوي كرتين ، والصندوق الثالث يحتوي على ثلاث كرات ... وهكذا حتى نصل إلى الصندوق رقم (1000) ، والذي يحتوي على ألف كرة . ونريد أن ننقل جميع هذه الكرات إلى صندوق واحد يحويها جميعها ، ونجد في الوقت نفسه مجموع هذه الكرات جميعها . ضع خوارزمي لحل هذه المسألة مع الشرح قدر الإمكان .

الحل :

نرسم الصناديق ، والتي سنسميها ص<sub>1</sub> ، ص<sub>2</sub> ، ص<sub>3</sub> ... ص<sub>1000</sub> وكما موضح في الشكل أدناه :

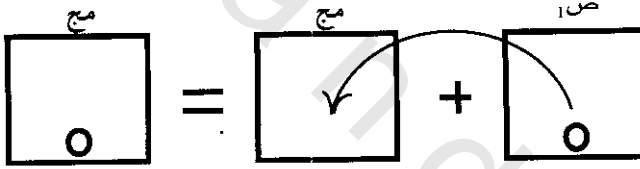


ودعنا نسمي الصندوق الذي سيحوي مجموع هذه الكرات (مجموع) والذي كان لا يحوي في البداية على أية كرة أي أن عدد الكرات فيه يساوي صفراً ونستطيع رسمه كالتالي :

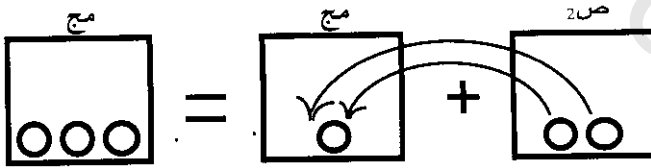


وبالإمكان إيجاد المجموع الكلي بطريقة بسيطة ، وهي إضافة محتويات كل صندوق إلى الصندوق المسمى (مج) . بحيث تكون عدد الكرات في الصندوق (مج) ، في كل مرة ، قيمة جديدة تضاف إلى الصندوق (ص) التالي . وتكون محتويات الصندوق (مج) ذات قيمة جديدة أخرى ... وهكذا حتى نصل إلى آخر صندوق ، أي حتى نصل إلى ص<sup>1000</sup> . ويمكننا توضيح ذلك أكثر بالطريقة التالية :

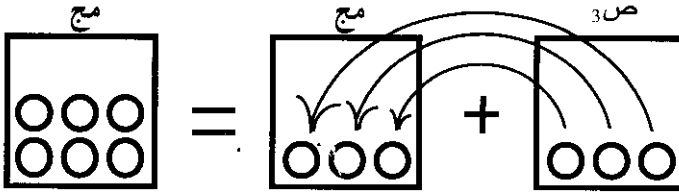
(1) نضيف محتويات (ص<sub>1</sub>) إلى محتويات (مج) ، والتي تساوي (0) . فيكون المجموع الجديد داخل (مج) . كما موضح فيما يلي :



(2) نضيف محتويات (ص<sub>2</sub>) إلى محتويات (مج) ، والتي تساوي الآن (1) . فيكون المجموع الجديد داخل (مج) ، كما موضح فيما يلي :



(3) نضيف محتويات (ص<sub>3</sub>) إلى محتويات (مج) ، والتي تساوي الآن (3) . فيكون المجموع الجديد داخل (مج) . ويمكن أن نوضح ذلك بالشكل التوضيحي التالي :



وهكذا نستمر بهذه العملية حتى نصل إلى الصندوق رقم ألف ، أي (ص<sub>1000</sub>) . يمكننا أن نوضح ذلك بالخوارزمي التالي ، والذي أستنتجناه من الشرح السابق لعملية الجمع هذه :  
 إجلب صندوق فارغ بحجم مناسب وسمّه (مج) .  
 ابدأ من الصندوق الأول (ص<sub>1</sub>) .

كرر

- إستخرج محتويات الصندوق من الكرات .
- أضف محتويات الصندوق إلى محتويات الصندوق (مج)
- أحسب مجموع الكرات في الصندوق (مج) .
- خذ الصندوق التالي .
- حتى تصل إلى الصندوق الأخير (ص<sub>1000</sub>) .

ونلاحظ أن هذا الخوارزمي عام ، بغض النظر فيما إذا كان الصندوق فيه كرة أو كرتان أو أي عدد آخر من الكرات ، نستطيع أن نجعله عام ، لأي عدد من الصناديق ولنفرضه (ن) . وبذلك يصبح

الصندوق الأخير هو (ص) . ولا نحتاج في هذه الحالة سوى إستبدال الخطوة الأخيرة للخوارزمي السابق وجعلها كما يلي :

حتى نصل إلى الصندوق الأخير (ص) .

ويمكننا أيضاً أن نعبر عن المسألة السابقة ، بالصيغة التالية :

$$\text{مج} = 1000 + ..... + 3 + 2 + 1$$

وبذلك نستطيع أن نجعل الخوارزمي لهذه المسألة بطريقتين هما :

1- ضع قيمة (مج) = 0 .

2- ضع قيمة الحد (ص) = 1 .

3- كرر

أضف قيمة (ص) إلى قيمة (مج) .

سمي قيمة الناتج (مج) من جديد .

أضف (1) إلى قيمة (ص) ، وسمي القيمة الناتجة (ص) أيضاً .

حتى نصل إلى (ص) يساوي (1000) .

ويمكننا أن نستعمل أيضاً خوارزمي الانتخاب ، ونستطيع كتابة ذلك بالصيغة التالية :

1- ضع قيمة (مج) = 0 .

2- ضع قيمة الحد (ص) = 1 .

3- أضف قيمة (مج) إلى قيمة (ص) ، وضع قيمة الناتج في (مج) .

4- أضف (1) إلى قيمة (ص) وسمي قيمة الناتج أيضاً (ص) .

5- إذا كان (ص) يساوي 1001 .

آنذاك توقف عن الجمع وأكتب آخر قيمة ل (مج) .

والإعدُ وكرر تنفيذ الخطوات (3) ، (4) ، (5) .

#### 3-4- مثال (3) مفكوك العدد (ن) :

هناك مصطلح في علم الرياضيات يدعى مفكوك (فاكتوريال) العدد ، ومفكوك العدد (ن) هو :

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n$$

$$\text{اي ان : مفكوك العدد (2) } = 2 \times 1 = 2$$

$$\text{مفكوك العدد (3) } = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$\text{مفكوك العدد (4) } = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$\text{مفكوك العدد (7) } = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

وهكذا نستطيع كتابة خوارزمي لايجاد مفكوك (فاكتوريال) العدد (ن) وكما يلي :

**الحل :**

نرمز إلى العدد المتغير (ع) والذي يأخذ القيم 1 ، 2 ، 3 ، ... ، ن ونرمز إلى قيمة المفكوك بالحرف (م) وبذلك نستطيع أن نضع الخوارزمي ، كما يلي :

$$1 = \text{قيمة (ع) .}$$

$$1 = \text{قيمة (م) .}$$

**كرر**

$$3 - \text{قيمة المفكوك (م) = القيمة القديمة للمفكوك (م) } \times \text{قيمة العدد (ع)}$$

$$4 - \text{قيمة العدد (ع) = القيمة القديمة للعدد (ع) } + 1 .$$

$$5 - \text{إذا كانت قيمة العدد (ع) } = (ن + 1) .$$

آنذاك توقف عن تنفيذ خطوات الخوارزمي .

وإلا أعد تنفيذ الخطوات (3) ، (4) ، (5) .

ويمكن كذلك أن نضع هذا الخوارزمي بصورة أخرى . وكما يلي :

1- دع قيمة العدد (ع) = 1 .

2- دع قيمة المفكوك (م) = 1 .

3- كرر

قيمة المفكوك (م) = القيمة القديمة للمفكوك (م) × قيمة العدد (ع)

قيمة العدد (ع) = قيمة العدد (ع) القديمة + 1 .

حتى تصل قيمة العدد (ع) = (ن) .