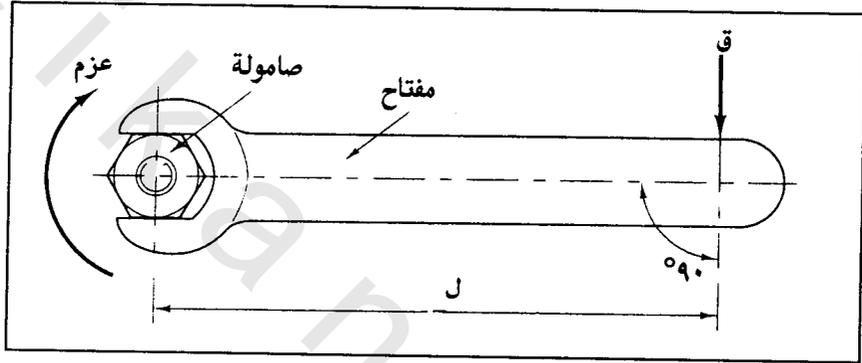


الوحدة الرابعة العزوم والاتزان

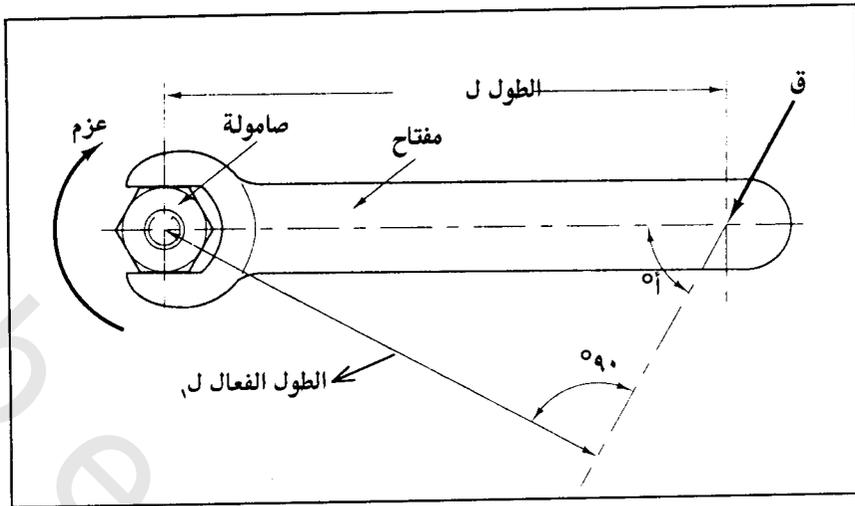
• عزم الدوران :



حينما نستخدم مفتاحاً لفك صامولة فإننا نؤثر بقوة « ق » على اليد وعلى بعد « ل » من مركز الصامولة والأثر الناتج عن ذلك هو ما نسميه بعزم القوة . هذا العزم يزيد إذا زادت القوة المؤثرة ، كما يزيد إذا زاد ذراع العزم « ل » الذى نسميه أيضاً « مسافة الرفع » Leverage distance . والعزم يساوى القوة المؤثرة مضروباً فى ذراع العزم المقاس من نقطة تأثير القوة حتى محور الدوران .

$$ع = ق \times ل \quad \text{نيوتن . متر}$$

ماذا يحدث لو أن القوة كانت مائلة بدلاً من عمودية كما فى الشكل التالى ؟ فى الواقع أن ذراع العزم الفعلى هو المسافة العمودية بين محور الدوران وخط عمل القوة (ل₁) فى الشكل القادم وهو بدوره يساوى ل × حا 1

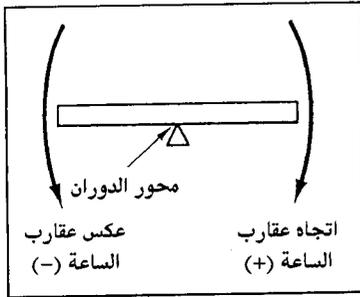


وبالتالى فإن العزم الناتج هو :

$$ع = ق \times ل_1$$

$$= ق \times ل \times \text{حاج}$$

• نظرية العزوم :



قبل الدخول فى تفاصيل أكثر ينبغى أن نتفق أولاً على بعض التعريفات نتيبها من الشكل المقابل :

أ- محور الدوران : هو النقطة التى يدور حولها الجسم أو يتوقع أن يدور حولها بتأثير العزم

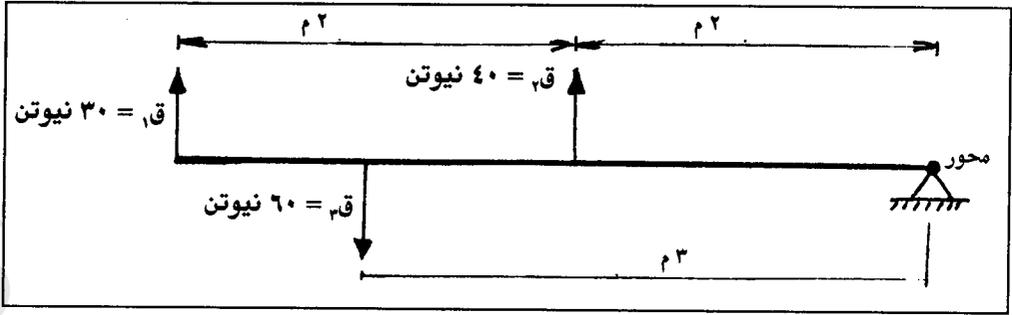
ب- ذراع العزم : هو المسافة العمودية من محور الدوران حتى خط القوة .

ج- العزم الموجب : هو ما يدور فى اتجاه عقارب الساعة حول محور الدوران .

د- العزم السالب : هو ما يدور فى اتجاه عكس عقارب الساعة حول محور الدوران .

هـ- محصلة العزوم : هو الفرق بين مجموع العزوم الموجبة والسالبة جبرياً

* مثال



إن تحليل الشكل يبين ما يلي :

١ - أن محصلة القوى الثلاثة المؤثرة Q_1 ، Q_2 ، Q_3 حيث كلها متوازية

= الفرق بين القوى على اعتبار أن الاتجاه إلى أعلى موجب وإلى أسفل سالب

$$Q_m = Q_1 + Q_2 - Q_3 = 30 + 40 - 60 = 10 \text{ نيوتن (لأعلى)}$$

٢ - محصلة العزوم :

أ - العزوم الموجبة (فى اتجاه عقارب الساعة)

$$M_1 = Q_1 \times L_1 = 30 \times 4 = 120 \text{ نيوتن . متر}$$

$$M_2 = Q_2 \times L_2 = 40 \times 2 = 80 \text{ نيوتن . متر}$$

ب - العزوم السالبة (عكس عقارب الساعة)

$$M_3 = Q_3 \times L_3 = 60 \times 3 = 180 \text{ نيوتن . متر}$$

$$\text{ج - محصلة العزوم} = M_1 - M_2 + M_3 = 120 - 80 + 180 = 220 \text{ نيوتن . متر}$$

$$= 220 - 180 + 80 = 20 \text{ نيوتن . متر}$$

(فى اتجاه عقارب الساعة) (+)

٣ - نستطيع أن نستخدم محصلة العزوم لإيجاد نقطة تأثير محصلة القوى

التي يجب أن تعطى نفس محصلة العزوم حول المحور

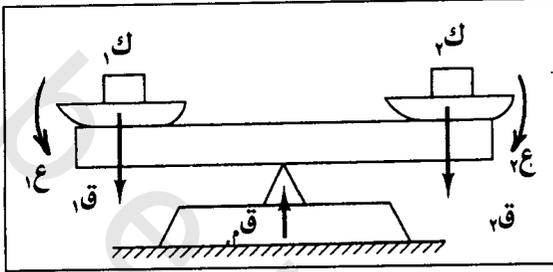
$$Q_m \times L = 20 \text{ نيوتن . متر}$$

$$10 \times L = 20 \text{ نيوتن . متر}$$

$$\therefore L = \frac{20}{10} = 2 \text{ متر}$$

أي أن محصلة القوة تعمل على نفس خط عمل Q_2 وحيث أن العزم موجب فهي تعمل في اتجاه عقارب الساعة أى إلى أعلى .

• الاتزان :



فى المثال السابق تناولنا العزوم فى اتجاهات مختلفة وغير متساوية مما نتج عنه قوة تمثل محصلة القوى المعطاة وتحاول أو تسبب الدوران حول محور . هذه المرة سنتعامل مع

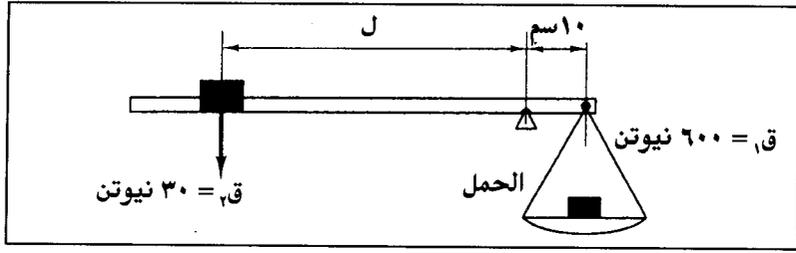
عزوم متضادة ومتساوية . فى الميزان K_1 ، K_2 كتلتان متساويتان ، ولهذا فهو مستو أفقيًا ونتيجة لذلك فإنه رد الفعل (محصلة القوى Q_3) تساوى مجموع القوتين $Q_1 + Q_2$ كذلك فإن Q_1 ، Q_2 تقعان على بعدين متساويين من محور الدوران وبالتالي فإن العزوم حول هذا المحور متساوية أيضا ومتزنة لأنها مضادة وبالتالي ليس هناك « أى دوران » .

مما سبق نستنتج أنه عندما يكون الجسم فى حالة اتزان تحت تأثير عدة قوى ، فإن مجموع العزوم فى اتجاه عقارب الساعة حول نقطة معينة تساوى مجموع العزوم فى اتجاه عكسى عقارب الساعة حول نفس النقطة . والشروط اللازمة للاتزان هى ما يلى :

- أ - مجموع القوة المؤثرة على الجسم فى الاتجاه الأفقى = صفر مج Q_1 = صفر
- ب - مجموع القوة المؤثرة على الجسم فى الاتجاه الرأسى = صفر مج Q_2 = صفر
- ج - مجموع العزوم المؤثرة على الجسم حول نقطة ما = صفر مج E = صفر

* مثال :

احسب المسافة « ل » بين Q_2 والمحور التى تحقق الاتزان مع Q_1 .
عادة ونحن نحسب فإننا نبحث عن الوحدات المناسبة وهى النيوتن والمتر ، ولكن يمكننا أيضاً أن نتعامل بالسلم والمليمتر .



بشرط واحد هو أن نتعامل مع وحدة واحدة طول الوقت ، وفي مثالنا هذا سنختار الـ « سم » كوحدة مناسبة ، إذًا بأخذ العزوم حول محور الدوران فإنه عند الاتزان :

مجموع العزوم في اتجاه عقارب الساعة = مجموع العزوم في عكس عقارب الساعة

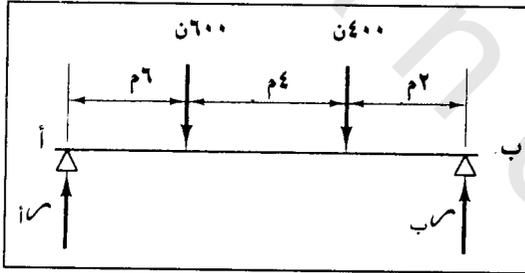
$$٦٠٠ \times ١٠ \text{ سم} = ٣٠ \times L \text{ سم}$$

$$\therefore L = \frac{١٠ \times ٦٠٠}{٣٠} = ٢٠٠ \text{ سم}$$

والقوة المحصلة (رد الفعل عند المحور) $Q_m = Q_1 + Q_2 = ٦٠٠ + ٣٠ =$

٦٣٠ نيوتن

* مثال آخر :



في العارضة المبينة بالشكل المطلوب

إيجاد ردّي الفعل R_A ، R_B .

١ - من الاتزان فإن مجموع القوى

في الاتجاه الرأسى

مج قر = صفر

$$\therefore R_A + R_B - ٦٠٠ - ٤٠٠ = \text{صفر}$$

$$\therefore R_A + R_B = ١٠٠٠ \text{ نيوتن}$$

٢ - لإيجاد R_B فإننا نأخذ العزوم حول ب لإزالة R_B

(عزمها حول ب = صفر لأن ذراعها = صفر)

$$\therefore R_A \times ١٢ - ٢ \times ٤٠٠ - ٦ \times ٦٠٠ = \text{صفر}$$

(تذكر أن كل عزم في اتجاه عقارب الساعة هو موجب والعكس)

$$\therefore ١٢ R_A + ٨٠٠ = ٣٦٠٠$$

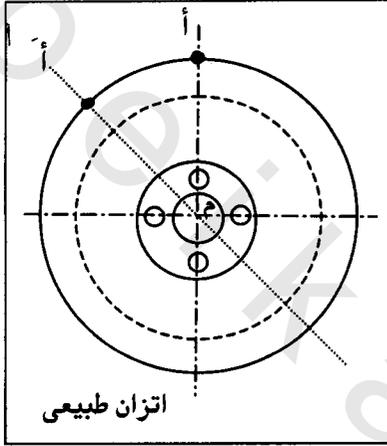
(٦٧)

$$\therefore 13 = \frac{44}{3} = 366,7 \text{ نيوتن}$$

ومن المعادلة (١)

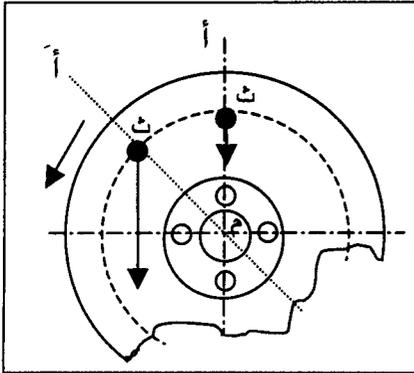
$$مب = 366,7 - 1000 = 633,3 \text{ نيوتن}$$

• الاتزان الطبيعي :



في الشكل لدينا حدافة محور دورانها في م وتدور بحرية حول هذا المحور . وحتى تلاشى أى اهتزاز فإنها متزنة تماماً بمعنى أنها تستطيع أن تستقر على أى وضع أديرت إليه (مثلاً أ أو أ') . كذلك فلأنها متماثلة فإن مركز ثقل الحدافة يقع في مركزها « م » على محور الدوران ، ويظل مركز الثقل على وضعه فلا يرتفع أو ينخفض إذا دارت الحدافة . وفي هذه الحالة فنحن نعتبر الحدافة في حالة « اتزان طبيعي » .

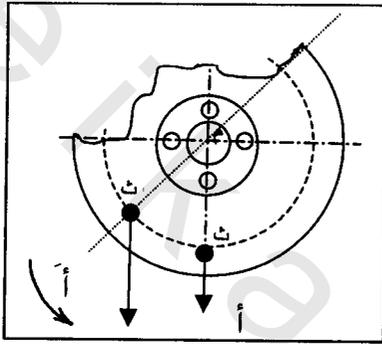
• الاتزان غير الثابت :



أما إذا حدث وانكسر جزء من الحدافة كما هو مبين فإن مركز ثقل الحدافة « ث » لا يصبح في مركزها « م » وإنما يقع على جانب من محور الدوران وليس على المحور نفسه كما في الحالة السابقة وفي الوضع أ فإن تأثير ثقل الحدافة يمر بالمركز م كما يوضح السهم وبالتالي فليس هناك أى عزم دوران ، ولكن أى حركة خفيفة (من أ إلى أ') سوف تتسبب في إزاحة مركز الثقل بعيداً عن الخط الرأسى مما ينتج عنه استمرار دوران الحدافة حتى يصل

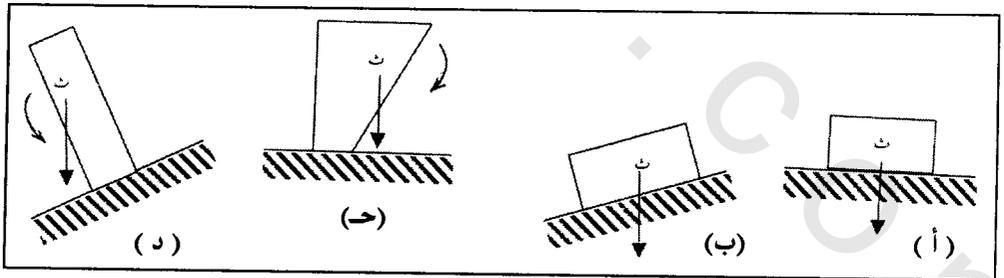
مركز الثقل إلى أسفل محور الدوران مباشرة حيث يتلاشى أى عزم وتستقر عندها الحذافة . وحيث أن مركز الثقل فوق محور الدوران م فإن أى حركة مهما كانت بسيطة تجعل الحذافة تتحرك إلى اليمين أو إلى اليسار وتدور حتى يصل مركز الثقل إلى أسفل محور الدوران . هذه الحالة نسميها « اتزان غير ثابت » (الوضع أ) .

• الاتزان الثابت :



عند وصول مركز الثقل أسفل النقطة م (كما فى الوضع أ) فان أى موثر يلغيها يمينا أو يسارا سوف يرفع مركز الثقل « ث » وبالتالي ينتج عزم دوران (كما فى الوضع أ) يعيد الحذافة الى وضعها الأصلي أ حيث يقع مركز الثقل تحت المركز م مباشرة وهكذا إذا كانت أى إزاحة سوف تسبب رفع مركز الثقل عن وضعه الأصلي بحيث ينتج عزم يعيد الجسم إلى وضعه الأصلي فإننا نجعل الجسم فى حالة (اتزان ثابت) .

• الثبات :

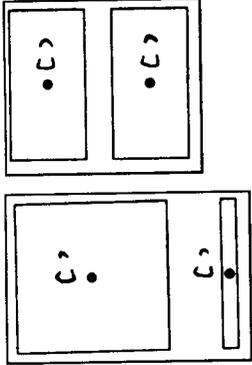


حينما يوضع جسم على مستوى أفقى أو مائل فإنه يظل على ثباته بشرط أن يمر الخط الرأسى المار بمركز ثقله بقاعدة هذا الجسم كما هو مبين بالشكلين

أ ، ب أما إذا كان هذا الخط الرأسى لا يمر بقاعدة الجسم فإنه ينقلب دون أى مؤثر خارجى كما فى الشكلين جـ ، د ويمكن الاحتفاظ بثبات الجسم المبين فى شكل د إذا وضع على مستوى أفقى أو مستوى مائل بدرجة صغيرة (زاوية صغيرة) بحيث يمر الخط الرأسى بقاعدته . والقواعد العامة للثبات هى كالآتى :

- يجب أن يمر خط عمل قوة الجاذبية المار بمركز ثقل الجسم بقاعدة هذا الجسم .
- يجب أن تكون قاعدة هذا الجسم معرض ما يمكن حتى يظل خط عمل قوة الجاذبية ماراً بها حتى إذا زاد ميل الجسم .
- يجب تصميم الجسم بحيث يقع مركز ثقله منخفضاً بقدر الإمكان وبحيث تكون نقطة تأثيره داخل الجسم أيضاً .
- كلما كان الجسم ثقيلاً زاد ذلك من ثباته .

• كيف نوجد مركز ثقل الأشكال المختلفة ؟



نستطيع أن نخمن بسهولة أين تقع مراكز الثقل فى الأشكال المنتظمة والمتماثلة فالمكعب مثلاً يقع مركز ثقله فى مركزه تماماً وكذلك الكرة يقع مركز ثقلها فى مركزها تماماً وبصفة عامة يقع مركز الثقل على محور التماثل دائماً .

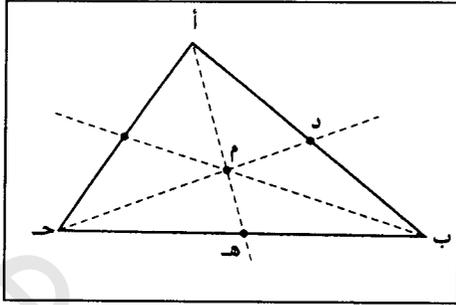
فإذا أخذنا مكعباً وقسمناه قسمين متماثلين تماماً

فأين يقع مركز ثقل كل منهما ؟

فى هذه الحالة لدينا جسمين متماثلين كل منهما يمثل نصف المكعب وبالتالي يقع مركز كل منهما على محور التناظر (وهو فى هذه الحالة أقرب إلى سطح الجسم) فإذا استمرينا فى قطع ذلك المكعب إلى شرائح أرفع وأرفع فإن مركز الثقل يقترب أكثر وأكثر إلى السطح حتى تستحيل الشريحة فى النهاية إلى مساحة وهنا يقع مركز الثقل فى المركز الهندسى لهذه المساحة .

• إيجاد المركز الهندسى للمساحات المختلفة :

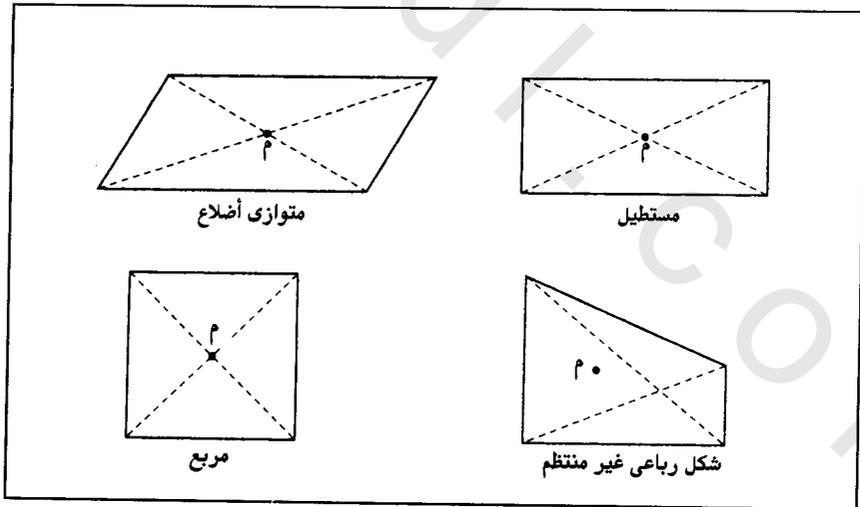
١ - المثلثات



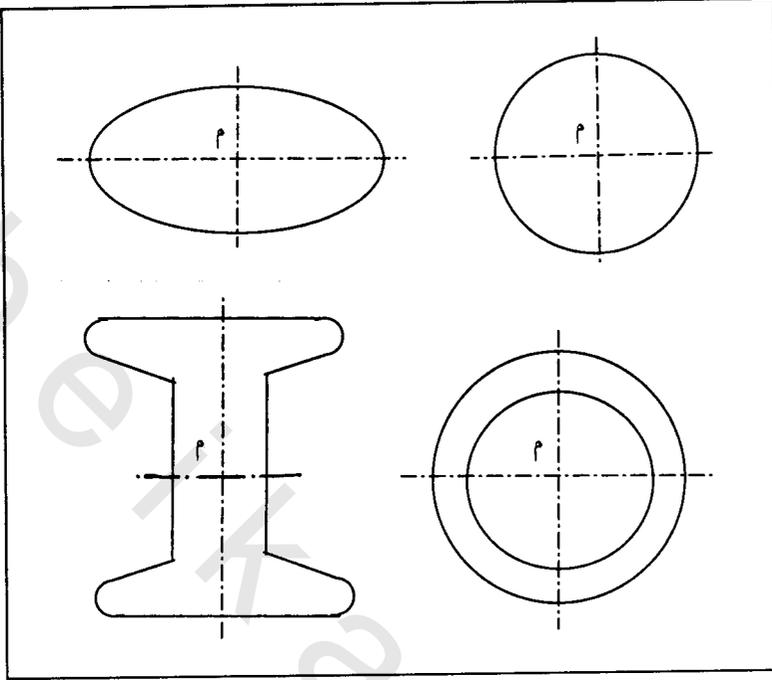
نستطيع أن نحدد المركز الهندسى لأى مثلث أ ب ج بأن توجد نقطة متوسطات هذا المثلث . والمتوسط هو الخط الواصل بين رأس المثلث (أ مثلاً) ومنتصف الضلع المقابل (هـ) . فإذا قمنا بتوصيل أ هـ ، ج د فأنهما يتقاطعا فى « م » وهى المركز الهندسى للمثلث .

٢ - الشكل الرباعى

بالنسبة للأشكال المتناظرة كالمستطيل والمربع فإن المركز يقع فى نقطة تقاطع قطرى الشكل . كذلك بالنسبة لمتوازى الأضلاع . أما فى الشكل الرباعى غير المنتظم وغير المتناظر فإن المركز لا يقع عند تقاطع القطرين . ولا نزال نستطيع تحديده وإنما ليس باستخدام الطرق الهندسية البسيطة .



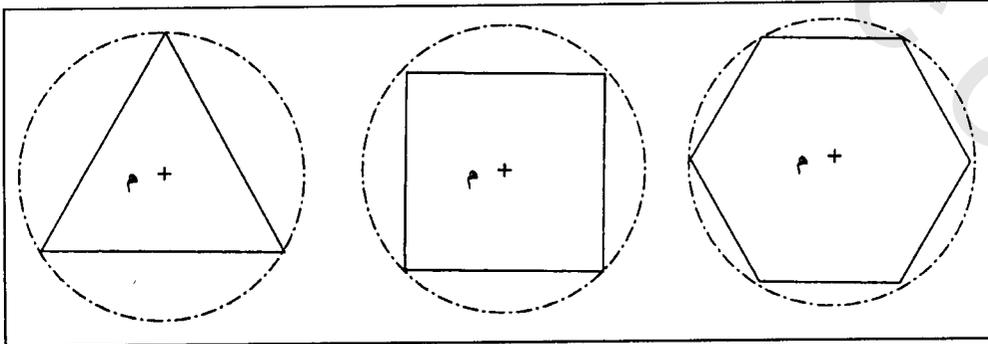
• خطوط التناظر :



خط التناظر كما هو معروف يقسم الشكل إلى جزئين متناظرين تماماً أحدهما هو صورة بالمرآة للآخر وخط التناظر يقطع المركز الهندسي للشكل في نقطة منه ، فإذا كان هناك خطان متناظران فإن المركز يقع عند نقطة تقاطعهما كما في « م » للأشكال المبينة .

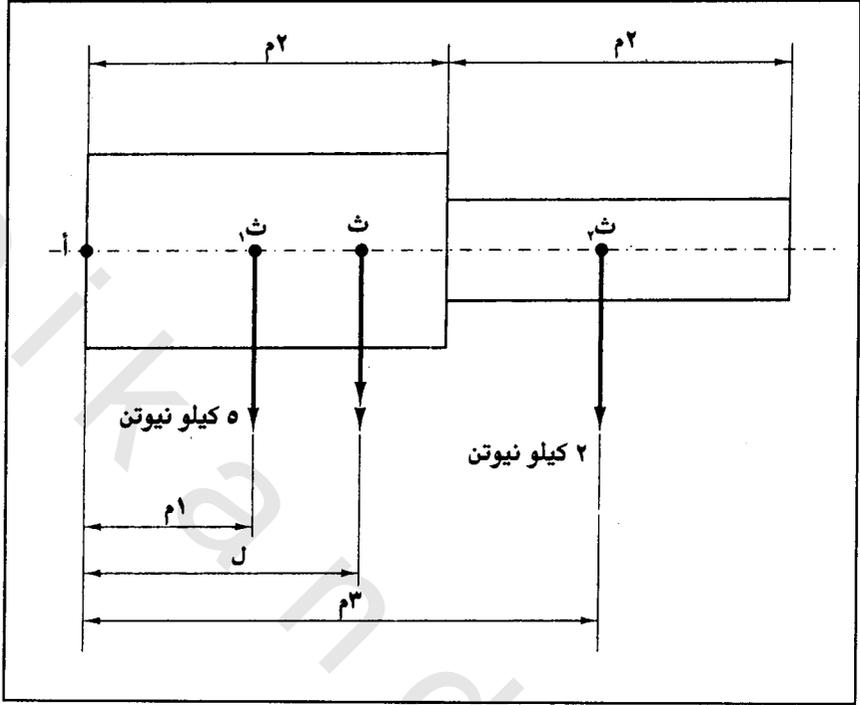
٣ - متعدد الأضلاع المنتظم

يقع المركز الهندسي بالنسبة لمتعددات الأضلاع المنتظمة في مركز الدائرة التي تمر برؤوس الشكل (المثلث ، المربع ، الخمس ، المسدس ، . . . الخ) .



• مركز ثقل الشكل المركب :

فى الشكل المبين نستطيع إيجاد مركز الثقل باستخدام قاعدة العزوم .
وبالنسبة لهذا العمود فهناك عدة حقائق كالاتى :



- وزن الجزء ذو القطر الأكبر (الأيسر) هو ٥ كيلو نيوتن .
- وهذا الجزء دائرى وبالتالي يقع مركز ثقله فى منتصف محوره ث_١ .
- بالمثل فالجزء الأصغر ووزنه ٢ كيلو نيوتن يقع مركز ثقله فى منتصف محوره ث_٢ .
- الوزن الكلى للعمود هو ٧ كيلو نيوتن ويؤثر فى مركز الثقل الكلى ث والمطلوب تحديد مكانه مع العلم بأنه أيضاً يقع على محور التناظر وهو محصلة القوتين ث_١ ، ث_٢ .

ولتحديد المسافة ل نأخذ العزوم حول نقطة « أ » كالاتى :

عزم المحصلة = مجموع عزوم القوى حول أ

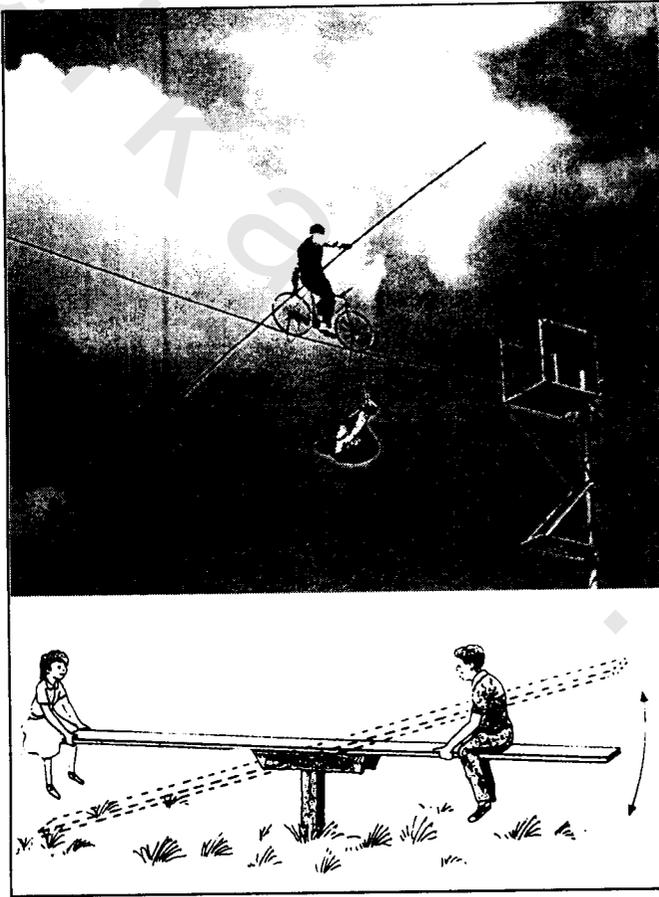
$$ث \times ل = ث_١ \times م١ + ث_٢ \times م٣$$

(٧٣)

$$= 5 \times 1 + 2 \times 3 = 11 \text{ كيلو نيوتن . متر}$$

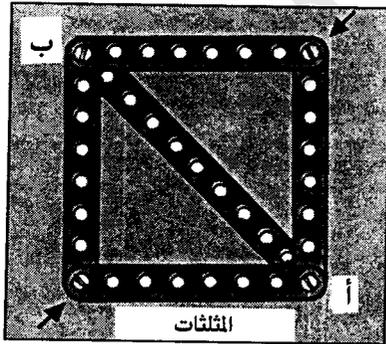
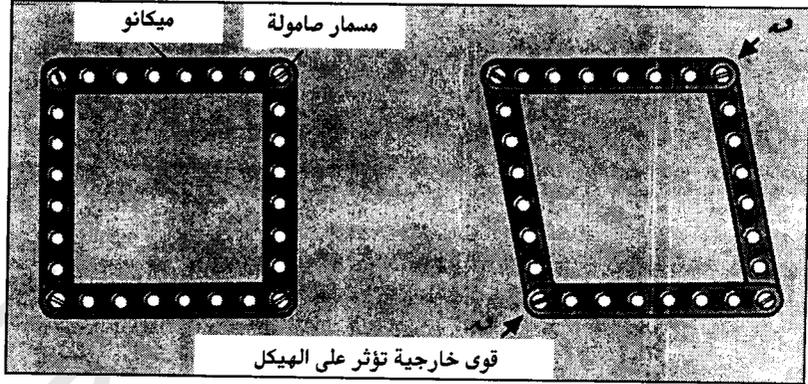
$$l = \frac{11}{8} = 1,375 \text{ م}$$

إن التطبيقات العملية لنظرية العزوم كثيرة ومتنوعة فهذا البهلوان الذى يسير على سلك مشدود يستخدم حيلةً كثيرةً للاتزان مستخدماً عصاً طويلة ، كذلك إذا تأملنا أرجوحة الميزان التى يلعب بها الأطفال فإننا حتى يمكننا استخدام الأرجوحة بطريقة سليمة فإن الجسم الأثقل يجب أن يقترب أكثر من محور الأرجوحة لنحصل على الاتزان ، وهو هنا فى الصورة جسم الولد .



• الصلابة :

من المهم عند تصميم الهياكل أن يكون الهيكل متماسكاً صلباً فالشكل الرباعي المبين .

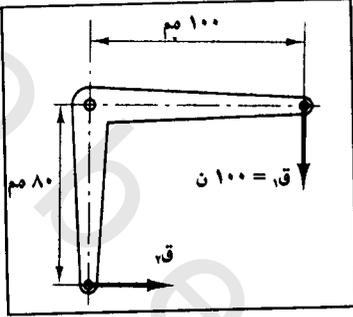


إذا أثرت عليه أى قوى فإن شكله يتغير كما يظهر فى الشكل إلى اليمين وبالتالي فإننا نعتبر هذا الهيكل غير متماسك أو ليس صلباً . أما إذا أضفنا قضيباً بين الركنين أ ، ب فإن هذين الركنين لا يتحركان إذا أثرت عليهما قوى خارجية . ويسمى الهيكل فى هذه الحالة « صلباً » أو متماسكاً . لاحظ أن إضافة القضيب الزائد كون أشكالاً مثلثة وعملية تشكيل المثلثات هذه تؤدى إلى تماسك أى هيكل لأن الشكل المثلث هو أكثر الهياكل « صلابة » .

اختبر معلوماتك

(١) في الشكل (أ) أوجد القوة Q_2

اللازمة للاتزان مع Q_1



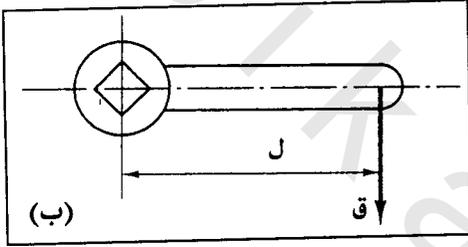
(٢) في الشكل (ب) عزم الدوران للمفتاح هو

أ - Q

ب - $Q \times L$

ج - $\frac{Q}{L}$

د - $Q \times L^2$



(٣) وحدة العزوم هي :

أ - نيوتن . متر

ب - نيوتن

ب - نيوتن/متر

د - كجم/متر

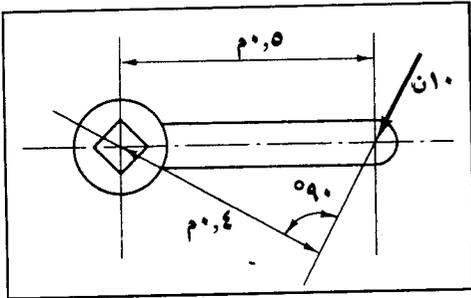
(٤) عزم الدوران للمفتاح المبين هو :

أ - ٢٠ ن/م

ب - ٢٥ ن/م

ج - ٥ نيوتن . متر

د - ٤ نيوتن . متر



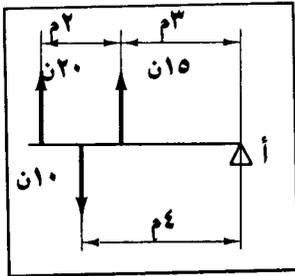
(٥) مقدار محصلة القوى للنظام المبين هو :

أ - ٣,٥ ن

ب - ٢٥ ن

ج - ٣٠ ن

د - ٣٥ ن



(٦) فى نفس الشكل فإن بعد نقطة تأثير محصلة القوى عن محور الدوران أ هو :

أ - ٤,٢ م يسار أ متجهة لأعلى .

ب - ٤,٢ م يمين أ متجهة لأعلى

د - ٩,٢ م يمين أ متجهة لأعلى

ج - ٩,٢ م يسار أ متجهة لأعلى

(٧) حتى يتحقق الاتزان فإن

أ - العزوم فى اتجاه عقارب الساعة حول نقطة يساوى العزوم فى اتجاه عكس عقارب الساعة .

ب - العزوم فى اتجاه عقارب الساعة حول نقطة مقسوماً على العزوم فى اتجاه عكس عقارب الساعة = صفر .

ج - العزوم فى اتجاه عقارب الساعة حول نقطة مضروباً فى العزوم فى اتجاه عقارب الساعة = ١

د - العزوم فى اتجاه عقارب الساعة حول نقطة ناقص العزوم فى اتجاه عكس عقارب الساعة = ١

(٨) عند اتزان جسم فإنه يتحقق الآتى :

ب - $\sum M = 0$

د - كل ما سبق

أ - $\sum F = 0$

ج - $\sum E = 0$

(٩) طول « ل » ليتحقق الاتزان هو

ب - ٢ م

أ - ١ م

د - ٢٠ م

ج - ١٠ م

(١٠) أما قيمة ق م فهي :

ب - ٨٠ ن

أ - ٥ ن

د - ٢ كيلو نيوتن

ج - ١٢٠ ن

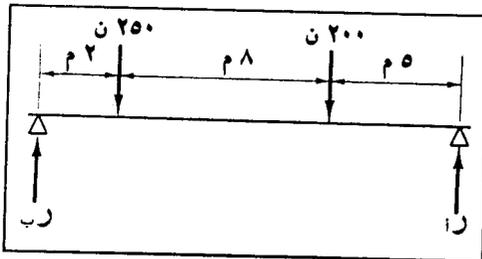
(١١) فى الشكل المبين فإن R_1 ، R_2 هما

أ - $R_1 = R_2 = 250$ ن

ب - $R_1 = R_2 = 500$ ن

ج - $R_1 = 200$ ن ، $R_2 = 300$ ن

د - $R_1 = 300$ ن ، $R_2 = 200$ ن

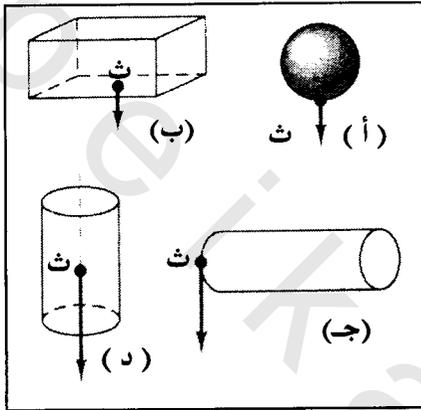


(٧٧)

(١٢) العجلة المترنة تماماً بحيث تدور بحرية حول محورها هي في حالة :

- أ - اتزان ثابت
ب - اتزان غير ثابت
ج - اتزان طبيعي
د - اتزان سالب

(١٣) إذا كان لدينا جسم ذو قاعدة عريضة وكان خط عمل ثقل هذا الجسم يمر بالقاعدة فإن الجسم يكون :

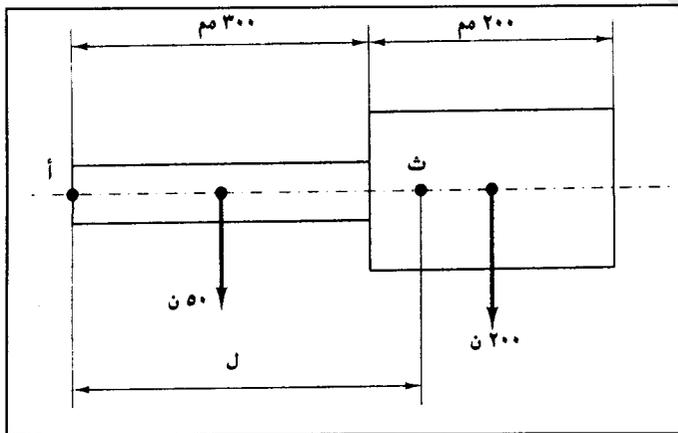


- أ - ثابتاً
ب - ليس ثابتاً تماماً
ج - غير ثابت قليلاً
د - غير ثابت

(١٤) أي الأشكال المبينة محدد مركز ثقله بطريقة صحيحة (أنظر الشكل المقابل) .

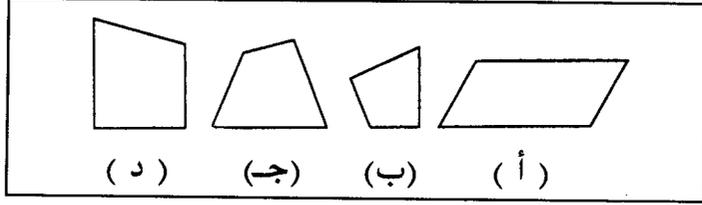
(١٥) مكعب من النحاس يلتصق بآخر من الصلب بغشاء رقيق يمكن إهماله ، كل مكعب طول حرفه ١٠٠ مم ، فإذا كانت كثافة النحاس ٨,٥ جم/سم^٣ وكثافة الصلب ٧,٨ جم/سم^٣ . وكانت العجلة ج = ١٠/ث^٢ فاحسب مكان مركز ثقل الجسم من جهة النحاس .

(١٦) في الشكل المبين احسب قيمة ث والمسافة ل :



- أ - ث = ٥٠٠ ن
ب - ل = ٤٠٠ مم
ج - ث = ١٥٠ ن
د - ل = ٣٠٠ مم
ج - ث = ٢٠٠ ن
د - ل = ٢٠٠ مم
د - ث = ٢٥٠ ن
ل = ٣٥٠ مم

(١٧) أى الأشكال الآتية يقع المركز الهندسى له عند تقاطع القطرين؟



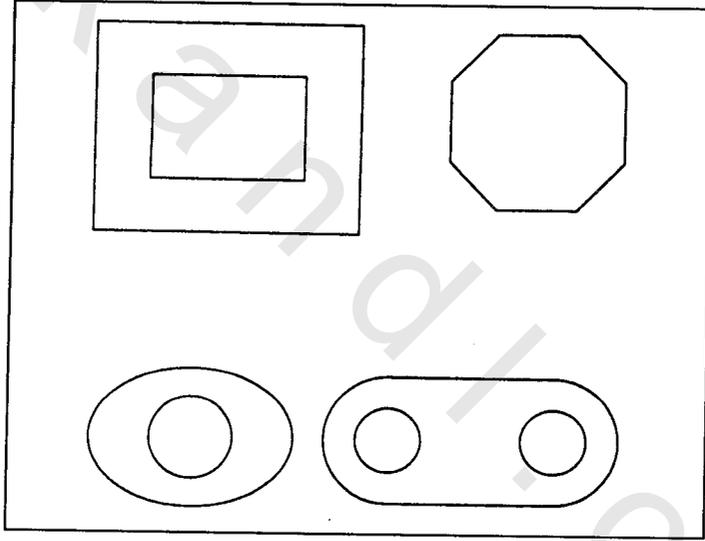
(١٨) الخط الذى يقسم أى شكل إلى جزئين كل منهما صورة بالمرآة من الآخر

يسمى :

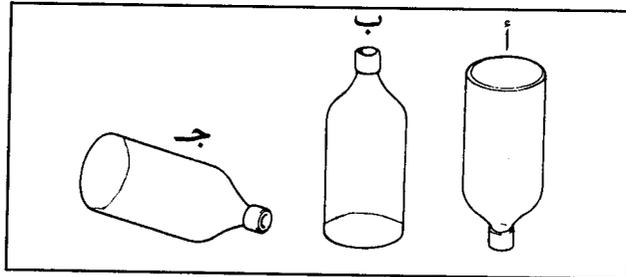
أ - خط العمل ب - المحور

ج - خط التناظر د - خط الإنشاء

(١٩) حدد المركز الهندسى للأشكال المبينة باستخدام خطوط التناظر :



(٢٠) ما نوع الاتزان فى كل من أوضاع الزجاجاة أ ، ب ، ج ؟



(٧٩)