الباب السابع

نظرية ذات الحدين

Binomial Theorem

الصورة العامة لمفكوك ذات الحدين هي:

$$(x+y)^n = x^n + c_1^n x^{n-1} y + c_2^n x^{n-2} y^2 + \dots$$
$$+ c_r^n x^{n-r} y^r + \dots + y^n$$

حيث n عدد صحيح موجب وأن

$$c_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$
$$= \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{r(r-1)\dots 3.2.1}$$

وبالتالي فإن

$$c_n^n = c_0^n = 1,$$
$$c_r^n = c_{n-r}^n,$$
$$c_r^n + c_{r-1}^n = c_r^{n+1}$$

مع ملاحظة أن جميع الخواص السابقة يمكن برهنتها باستخدام تعريف c_r^n

حالة خاصة:

$$(1+x)^n = 1 + c_1^n x + c_2^n x^2 + \dots$$
$$+ c_r^n x^r + \dots + x^n$$

تمرين1:

استنتج الصورة الخاصة من الصورة العامة لنظرية ذات الحدين.

الحل:

نضع $y = x,\ x = 1$

في الصورة العامة فنحصل على

$$(1+x)^n = 1 + c_1^n x + c_2^n x^2 + \dots + c_r^n x^r + \dots + x^n$$

تمرين 2:

استنتج الصورة العامة باستخدام الصورة الخاصة.

الحل:

نضع y/x بدلا من x في الصورة الخاصة فنحصل على

$$(1+x)^n = (1+\frac{y}{x})^n = \frac{1}{x^n}(x+y)^n =$$

$$= 1 + c_1^n \frac{y}{x} + c_2^n \frac{y^2}{x^2} + \dots + c_n^n \frac{y^n}{x^n}$$

وبضرب الطرفين في x^n فنحصل على

$$(x+y)^n = x^n + c_1^n x^{n-1} y + c_2^n x^{n-2} y^2 + \dots + c_r^n x^{n-r} y^r + \dots + y^n$$

مثال:

أوجد مفكوك المقدار

$$(1-2x)^6$$

الحل:

$$(1-2x)^6 = 1+6(-2x)+\frac{(6)(5)}{2!}(-2x)^2$$

$$+\frac{(6)(5)(4)}{3!}(-2x)^3+\frac{(6)(5)(4)(3)}{4!}(-2x)^4+$$

$$+\frac{(6)(5)(4)(3)(2)}{5!}(-2x)^5+(-2x)^6 =$$

$$1-12x+60x^2-160x^3+240x^4-$$

$$-192x^5+64x^6$$

مثال:

أوجد مفكوك المقدار

$$(2-3x)^5$$

الحل:

$$(2-3x)^5 = (2)^5(1+(\frac{-3x}{2}))^5 =$$

$$32\begin{bmatrix} 1+5(\frac{-3x}{2})+\frac{(5)(4)}{2!}(\frac{-3x}{2})^2 \\ +\frac{(5)(4)(3)}{3!}(\frac{-3x}{2})^3+\frac{(5)(4)(3)(2)}{4!}(\frac{-3x}{2})^4 \\ +\frac{(5)(4)(3)(2)(1)}{5!}(\frac{-3x}{2})^5 \end{bmatrix}$$

$$= 32\left[1 - \frac{15}{2}x + \frac{45}{2}x^2 - \frac{135}{4}x^3 + \frac{405}{16}x^4 - \frac{243}{32}x^5\right]$$

$$= 32 - 240x + 720x^2 - 1080x^3 + 810x^4 - 243x^5$$

مثال:

أوجد مفكوك المقادير الآتية:

$$(9 + 5x^{1/3})^4, \quad (7 - 2x)^6,$$

$$(2 + 3x)^4, \quad (8 - 4x^2)^7$$

الحل:

يترك كتمرين للطالب.

نظرية ذات الحدين لأي أس سالب أو غير صحيح

الصورة العامة لذلك المفكوك هي:

$$(1 + x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \ldots + \frac{n(n-1)\ldots(n-r+1)}{r!}x^r + \ldots$$

ولكى يوجد ذلك المفكوك (أي يتقارب) يجب أن يتحقق الشرط $|x| \prec 1$

مثال:

أوجد الخمسة حدود الأولى في مفكوك كل من

$$(1 + 3x)^{-5}, \quad (x + \frac{1}{6})^{1/4}, (2x + 7)^{-3/2}$$

ثم اذكر شرط وجود المفكوك في كل حالة

الحل:

1) $(1+3x)^{-5} = 1+(-5)(3x)+$

$$\frac{(-5)(-6)}{2!}(3x)^2+\frac{(-5)(-6)(-7)}{3!}(3x)^3+$$

$$\frac{(-5)(-6)(-7)(-8)}{4!}(3x)^4$$

وشرط وجود المفكوك هو

$|3x| \prec 1$ أي أن $|x| \prec 1/3$

وبالتالي فإن

$$-\frac{1}{3} \prec x \prec \frac{1}{3} \Rightarrow x \in (-\frac{1}{3},\frac{1}{3})$$

2) $(x+\frac{1}{6})^{1/4} = (\frac{1}{6})^{1/4}(1+6x)^{1/4} =$

$$=\frac{1}{4\sqrt{6}}[1+\frac{1}{4}(6x)+$$

$$\frac{1/4(-3/4)}{2!}(6x)^2+$$

$$+\frac{(1/4)(-3/4)(-7/4)}{3!}(6X)^3+$$

$$+\frac{(1/4)(-3/4)(-7/4)(-11/4)}{4!}(6X)^4$$

$+\ldots$

وشرط صحة وجود المفكوك هو أن

$$|x| \prec {}^1\!/_6 \Rightarrow$$

$$\frac{-1}{6} \prec x \prec \frac{1}{6}$$

3) $$(2x+7)^{-3/2} = (7)^{-3/2}(1+\frac{2x}{7})^{-3/2}$$

$$= \frac{1}{7\sqrt{7}}[1+(\frac{-3}{2})(\frac{2}{7})x +$$

$$\frac{(-3/2)(-5/2)}{2!}(\frac{2}{7}x)^2$$

$$+\frac{(-3/2)(-5/2)(-7/2)}{3!}(\frac{2x}{7})^2$$

$$+\frac{(-32)(-5/2)(-7/2)(-9/2)}{4!}(\frac{2}{7})^4 + ...]$$

$$= \frac{1}{7\sqrt{7}}[1-\frac{3}{7}x+\frac{15}{98}x^2-\frac{5}{98}x^3+\frac{45}{2744}x^4$$

$$+...]$$

وشرط صحة وجود المفكوك هو ان

$$\left|\frac{2x}{7}\right| \prec 1 \Rightarrow$$

$$|x| \prec \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{-7}{2} \prec x \prec \frac{7}{2}$$

تطبيقات نظرية ذات الحدين

Application of the Binomial Theorem

1- التقريب

يمكن استخدام نظرية ذات الحدين لإيجاد قيم تقريبية لبعض الجذور.

مثال:

أوجد قيمة $\sqrt{2}$ مقربا الجواب إلى ثلاثة أرقام عشرية باستخدام نظرية ذات الحدين واستنتج أكبر قيمة للخطأ

الحل:

$$\sqrt{2} = (4-2)^{1/2} = (4)^{1/2}(1-\frac{1}{2})^{1/2} = 2[1-\frac{1}{4}+\frac{(1/2)(-1/2)}{2!}(\frac{-1}{2})^{2} +$$

$$\frac{(1/2)(-1/2)(-3/2)}{3!}(-\frac{1}{2})^{3} +$$

$$\frac{(1/2)(-1/2)(-3/2)(-5/2)}{4!}(\frac{-1}{2})^{4} +$$

$$+\frac{(1/2)(-1/2)(-3/2)(-5/2)(-7/2)}{5!}(\frac{1}{2})^{5}$$

$$= 2[1-0.25-0.03125-0.00781-0.00244-0.00085] = 1.4153$$

الخطأ هو:

$$2\left|\frac{(1/2)(-1/2)(-3/2)(-5/2)(-7/2)(-9/2)}{6!}(\frac{1}{2})^{6}\right|$$

$$\cong 0.0006408$$

مثال:

أوجد قيمة تقريبية للجذر $(211)^{1/3}$ مقربا المقدار لأربعة أرقام عشرية مستخدما نظرية ذات الحدين.

الحل:

$$(211)^{1/3} = (216-5)^{1/3} = 6(1-\frac{5}{216})^{1/3}$$

$$= 6[1+\frac{1}{3}(-\frac{5}{216)}) + \frac{(1/3)(-2/3)}{2!}(\frac{-5}{216})^2$$

$$+\frac{(1/3)(-2/3)(-5/3)}{3!}(\frac{-5}{216})^3 + ...]$$

$$6[1-0.007716-0.0000595-...]$$

$$= 5.953347.$$

مثال:

أوجد مفكوك $\frac{1}{(1+x)^4}$ عندما تكون x صغيرة ثم عندما تكون x قيما كبيرة.

الحل: (أ) في حالة قيم x صغيرة

$$\frac{1}{(1+x)^4} = (1+x)^{-4}$$

$$= 1-4x+10x^2-20x^3+...$$

(ب) عندما تكون قيم x كبيرة

$$\frac{1}{(1+x)^4} = \frac{1}{x^4}(1+\frac{1}{x})^{-4} = \frac{1}{x^4}[1-\frac{4}{x}+$$

$$+\frac{(-4)(-5)}{2!}\frac{1}{x^2}+\frac{(-4)(-5)(-6)}{3!}\frac{1}{x^3}+...]$$

$$= \frac{1}{x^4}[1-\frac{4}{x}+\frac{10}{x^2}-\frac{20}{x^3}+...]$$

مثال:

أوجد الحدود الخمسة الأولى من مفكوك المقدار

$$\frac{1}{3+3x+x^2}$$

(أ) عندما x ذات قيم صغيرة

(ب) عندما تكون x ذات قيم كبيرة

الحل:

(أ) عندما x ذات قيم صغيرة

$$\frac{1}{3+3x+x^2}=\frac{1}{3}.\frac{1}{1+x(1+x/3)}$$

$$=\frac{1}{3}[1+x(1+x/3)^{-1}=\frac{1}{3}[1-x(1+x/3)$$

$$+x^2(1+x/3)^2-x^3(1+x/30)^3+...]$$

$$=\frac{1}{3}[1-x+(2/3)x^2-(1/3)x^3-$$

$$-(8/9)x^4+...]$$

$$=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}x^2-\frac{1}{9}x^3-\frac{8}{27}x^4+...$$

(ب) عندما تكون x ذات قيم كبيرة

$$\frac{1}{3+3x+x^2}=\frac{1}{x^2}\cdot\frac{1}{1+(3/x)+(3/x^2)}$$

$$=\frac{1}{x^2}[1+(x/3)(1+(1/x)]^{-1}$$

$$=\frac{1}{x^2}[1-(x/3)(1+1/x)+(3/x)^2.$$

$$.(1+1/x)^2-(3/x)^3(1+1/x)^3+...]=$$

$$=\frac{1}{x^2}[1-3/x-3/x^2+9/x^2+18/x^3$$

$$+9/x^4-27/x^3-81/x^4-81/x^5$$

$$-27/x^5+...]$$

$$=\frac{1}{x^2}[1-3/x+6/x^2-9/x^3-72/x^4$$

$$-...]=\frac{1}{x^2}-\frac{3}{x^3}+\frac{6}{x^4}-...$$

مثال: أوجد مفكوك

$$(2+6x+x^2)^7$$

(أ) عندما x ذات قيم صغيرة

(ب) عندما تكون x ذات قيم كبيرة

الحل:

(أ) عندما x ذات قيم صغيرة

$$(2+6x+x^2)^7 = 2^7[1+3x(1+\frac{x}{6})]^7$$

$$=128[1+21x(1+\frac{x}{6})+\frac{(7)(6)}{2!}9x^2.$$

$$.(1+\frac{x}{2})^2+\frac{(7)(6)(5)}{3!}27x^3(1+\frac{x}{6})^3$$

$$+...]$$

$$=128[1+21x+\frac{7}{2}x^2+139x^2.$$

$$.(1+\frac{x}{3}+\frac{x^2}{36})+945x^3(1+\frac{x}{2}+\frac{x^2}{12}+$$

$$+\frac{x^3}{216})+...]=128[1+21x+\frac{385}{2}x^2$$

$$+1008x^3+\frac{1911}{4}x^4+...]$$

(ب) عندما تكون x ذات قيم كبيرة

$$(2+6x+x^2)^7 = x^{14}[1+6/x(1+\frac{3}{x})]^7$$

$$=x^{14}[1+\frac{42}{x}(1+\frac{1}{3x})+\frac{(7)(6)}{2!}(36/x^2).$$

$$.(1+\frac{1}{3x})^2+\frac{(7)(6)(5)}{3!}(216/x^3)(1+\frac{1}{3x})^3$$

$$+...]=x^{14}[1+\frac{42}{x}+\frac{770}{x^2}+\frac{8064}{x^3}+$$

$$\frac{7588}{x^4}+...]$$

حالات خاصة:

1) $\dfrac{1}{1-x}=1+x+x^2+x^3+\ldots$

2) $\dfrac{1}{1+x}=1-x+x^2-x^3+x^4+\ldots$

3) $\dfrac{1}{(1-x)^2}=1+2x+3x^2+4x^3+\ldots$

مثال:

اكتب ما يساوية كل من المقادير الآتية باستخدام نظرية ذات الحدين:

$$\frac{1}{(1+x)^2},\quad \frac{1}{(1-x)^3},$$

$$\frac{1}{(2-3x)^3},\quad \frac{1}{(7x-1)^4}$$

التطبيق الثاني

إيجاد مفكوك المقادير المربعة ومعاملات قوى x المختلفة

مثال:

أوجد مفكوك $\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)^2$ ثم أوجد معامل x^n

الحل:

$$\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2 = (1-x)^2(1+x)^{-2}$$

$$= (1-2x+x^2)(1-2x+3x^2-4x^3+5x^4-...)$$

$$= 1-4x+8x^2-12x^3+16x^4-20x^5+...$$

معامل $x^n = (-1)^n[(n+1)(2n)(1.(n-1))]$

$$=(-1)^n[4n]$$

مثال:

أوجد مفكوك المقدار $\dfrac{1+x}{1-x+x^2}$ ثم أوجد معامل x^n

الحل:

$$\frac{1+x}{1-x+x^2} = \frac{(1+x)^2}{(1+x)(1-x+x^2)}$$

$$= \frac{(1+x)^2}{1+x^3} = (1+x)^2(1+x^3)^{-1}$$

$$= (1+2x+x^2)(1-x^3+x^6-x^9$$

$$+x^{12}-...) = 1+2x+x^2-x^3$$

$$-2x^4-x^5+x^6+2x^7+x^8-x^9-...$$

معامل $(-1)^n = x^{3n}$

معامل $(-1)^n\ 2 \quad = x^{3n+1}$

معامل $(-1)^n = x^{3n+2}$

مثال:

أوجد مفكوك $\frac{1}{3-5x}$ ومتى يكون هذا المفكوك صحيحا.

الحل:

$$\frac{1}{3-5x} = \frac{1}{3}[1-\frac{5}{3}x]^{-1}$$

$$= \frac{1}{3}[1+\frac{5x}{3}+(\frac{5x}{3})^2+(\frac{5x}{3})^3+...]$$

$$= \frac{1}{3}+\frac{5}{9}x+\frac{25}{27}x^2$$

$$\frac{125}{81}x^3+...$$

ويكون المفكوك صحيحا عندما

$$\left|\frac{5}{3}x\right| \prec 1$$

$$\Rightarrow |x| \prec \frac{3}{5} \Rightarrow$$

$$x \in (-\frac{3}{5}, \frac{3}{5})$$

التطبيق الثالث

إيجاد مجموع بعض المتسلسلات باستخدام نظرية ذات الحدين

مثال:

برهن أن

$$\sqrt{3}-1=\frac{1}{3}+\frac{1.3}{3.6}+\frac{1.3.5}{3.6.9}+\frac{1.3.5.7}{3.6.9.12}+\ldots$$

الحل:

$$R.H.S.=\frac{1}{3}+\frac{(-1)(-3)}{1.2}(\frac{-1}{3})^2+$$

$$+\frac{(-1)(-3)(-5)}{1.2.3.}(-\frac{1}{3})^3+\ldots$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{(-1/2)(-3/2)}{2!}(\frac{-2}{3})^2+$$

$$+\frac{(-1/2)(-3/2)(-5/2)}{3!}(\frac{-2}{3})^3+\ldots=$$

$$=1+(\frac{-1}{2})(-\frac{2}{3})+\frac{(-1/2)(-3/2)}{2!}(\frac{-2}{3})^2+$$

$$+\frac{(-1/2)(-3/2)(-5/2)}{3!}(\frac{-2}{3})^3+\ldots]-1$$

$$[1+(-\frac{2}{3})]^{-1/2}-1=(\frac{1}{3})^{-1/2}-1$$

$$=\sqrt{3}-1=L.H.S.$$

مثال:

أوجد مجموع المتسلسلة اللانهائية

$$s = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}(\frac{3}{8}) + \frac{1.3.5}{4.8.12} + \ldots$$

الحل:

$$s = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1.3}{2!}(\frac{1}{4})^2 + \frac{1.3.5}{3!}(\frac{1}{4})^3 + \ldots$$

$$= 1 + (-\frac{1}{2})(-\frac{-2}{4}) + \frac{(-1/2)(-3/2)}{2!}(-\frac{2}{4})^2$$

$$+ \frac{(-1/2)(-3/2)(-5/2)}{3!}(\frac{2}{4})^3 + \ldots =$$

$$= [1 + (-\frac{1}{2})]^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

مثال:

أوجد مجموع المتسلسلة اللانهائية الآتية

$$s = 1 + (\frac{1}{2})(\frac{3}{4}) + \frac{1.3}{2.4}(\frac{3}{4})^2 + \frac{1.3.5}{2.4.6}(\frac{3}{4})^3 + \ldots$$

الحل:

$$s = 1 + (-\frac{1}{2})(-\frac{3}{4}) + \frac{(-1/2)(-3/2)}{2!}(-\frac{3}{4})^2$$

$$+ \frac{(-1/2)(-3/2)(-5/2)}{3!}(-\frac{3}{4})^3 + \ldots$$

$$= [1 + (-\frac{3}{4})]^{-1/2}$$

$$= (\frac{1}{4})^{-1/2}$$

$$= 2$$

مثال:

أوجد قيمة تقريبية للمقدار $\sqrt[3]{\frac{20}{9}}$ مقربا إلى اقرب أربعة أرقام عشرية صحيحة ثم أوجد قيمة الخطأ.

الحل:

$$s = (\frac{20}{9})^{1/3} = \left(\frac{3(20)}{3(9)}\right)^{1/3} = \frac{1}{3}(60)^{1/3}$$

$$= \frac{1}{3}(64-4)^{1/3} = \frac{4}{3}(1-\frac{1}{16})^{1/3}$$

$$= \frac{4}{3}[1-\frac{1}{(16)(3)}+$$

$$+\frac{(1/3)(-2/3)(-(5/3)}{3!}(\frac{-1}{16})+...]$$

$$= \frac{4}{3}[1-0.02083-0.000434-0.000015-...]$$

$$= \frac{4}{3}(0.978721) = 1.3049613.$$

ملاحظة:

معامل x^t في مفكوك $(1-x)^{-n}$ هو t^{n+t-1}

مثال:

أوجد معامل x^{12} في الدالة

$$f(x)=(1+x)^3(1-x)^{-3}$$

الحل:

$$f(x)=(1+3x+3x^2+x^3).(1+3x$$

$$+6x^2+10x^3)+\ldots$$

$$Coeff.of \quad x^2=\binom{14}{12}+3\binom{13}{11}+3\binom{12}{10}$$

$$+\binom{11}{9}=91+234+198+55=578$$

مثال: أوجد معامل x^{22} في المفكوك

$$f(x)=(x^2+x^3+\ldots+x^7)^5$$

الحل:

$$f(x)=x^{10}(1+x+x^2+x^3+x^4+x^5)^5$$

$$=x^{10}\left(\frac{1-x^6}{1-x}\right)^5=x^{10}(1-5x^6+12x^2-$$

$$-10x^{18}+5x^{24}-x^{30}$$

$$\therefore coeff \quad of \quad x^{22}=\binom{16}{12}-\binom{10}{6}+10=780$$

مثال:

أوجد معامل x^{28} في مفكوك الدالة

$$f(x)=(x^3+x^4+\ldots+x^{11})^6$$

الحل:

$$f(x)=x^{18}(1+x+x^{2}+\ldots+x^{8})^{6}$$
$$=x^{18}(1-x^{9})^{6}(1-x)^{-6}=x^{18}(1-$$
$$6x^{9}+15x^{10}+\ldots).(1+6x+15x^{2}+\ldots)$$
$$\therefore coeff \quad of \quad x^{28}=\binom{15}{12}-6(6)=2967$$

ملاحظة: معامل $x^{r}y^{t}z^{s}$ في مفكوك الدالة $(1+x+y+z)^{n}$ هو $\begin{pmatrix} & n & & \\ e & r & t & s\end{pmatrix}$ حيث $e=n-(r+t+s)$ والمقصود بالرمز الأخير هو

$$\frac{n!}{e!\quad r!\quad t!\quad s!}$$

مثال:

أوجد معامل $x^{3}y^{2}z$ في مفكوك الدالة

$$(1-4x+\frac{2y}{3}+5z)^{13}$$

الحل:

$$coeff \quad of \quad x^{3}y^{2}z=\begin{pmatrix} & 13 & & \\ 7 & 3 & 2 & 1\end{pmatrix}.$$
$$.(-4)^{3}(\frac{2}{3})^{5}(5)=-14643200$$

مثال:

أوجد معامل $x^{2}y^{4}z^{2}$ في مفكوك الدالة

$$(1-2-3y-6z)^{10}$$

الحل:

$$coeff \quad of \quad x^2y^4z^2 = \binom{13}{2 \quad 2 \quad 4 \quad 2}.$$

$$.(-2)^2(-3)^4(-6)^2 = 2721600$$

❊ ❊ ❊

تمارين

1- أوجد مفكوك الدوال الآتية

$$(1-3x)^7, \quad (5+2x)^6, \quad (3+4x^{1/2})^4$$

$$(1-2x)^{-3}, \quad (2x+9)^{-5/2}, \quad (x-\frac{1}{4})^{2/3}$$

2- أوجد قيمة $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{11}$, مقربا الجواب إلى ثلاثة أرقام عشرية باستخدام نظرية ذات الحدين واستنتج أكبر قيمة للخطأ.

3- أوجد قيمة تقريبية للجذر $(339)^{1/3}$ مقربا المقدار لأربعة أرقام عشرية مستخدما نظرية ذات الحدين.

4- أوجد مفكوك الدالة $\dfrac{1}{(1-x)^5}$ عندما تكون x صغيرة ثم عندما تكون x قيما كبيرة.

5- أوجد الحدود الأربعة الأولى من مفكوك المقدار

$$\frac{1}{4+4x+x^2}$$

عندما x ذات قيم صغيرة وعندما تكون x ذات قيما كبيرة.

6- أوجد مفكوك الدالة $(3+12x+x^2)^5$ عندما تكون x صغيرة ثم عندما تكون x قيما كبيرة.

7- أوجد مفكوك الدالة $(\dfrac{2+x}{2-x})^2$ ثم أوجد معامل x^n .

8- أوجد مفكوك الدالة $\frac{1-x}{1+x+x^2}$ ثم أوجد معامل x^n .

9- أوجد مفكوك الدالة $\frac{1}{2-3x}$ ومتى يكون هذا المفكوك صحيحا.

10- أوجد قيمة تقريبية للمقدار

$$M = \sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{x-1}$$

مع إهمال $\frac{1}{x^6}$ وما يليها.

11- أوجد قيمة تقريبية للمقدار $\sqrt[3]{\frac{29}{16}}$

مقربا المقدار لأربعة أرقام عشرية صحيحة وأوجد قيمة الخطأ.

12- أوجد x^{10} في الدالة

$$f(x) = (1+x)^4 (1-x)^{-5}$$

13- أوجد معامل x^{16} في مفكوك الدالة

$$f(x) = (x^3 + x^4 + \ldots + x^{10})^6$$

14- أوجد معامل x^8 في مفكوك الدالة $(1+x^2+x^3)^{10}$

* * *