الفصل الرابع
علم الجبر عند الهنود

لقد أسهم علماء الهند ببعض الأفكار الجبرية التي ساعدت على تقدم هذا الحقل الحيوي ، ولكنهم استخدموا طرقاً غريبة في حل بعض المسائل الجبرية البسيطة . ينقل لنا هورد ايفز في كتابه «المدخل إلى تاريخ الرياضيات» مسألة عرفت عند الهنود كثيراً ألا وهي : إيجاد العدد الذي إذا ضرب في ٣ ثم زيد إليه $\frac{٣}{٤}$ حاصل ضربه في ٣ ثم قسم الناتج على ٧ ، ثم طرح منه $\frac{١}{٣}$ ناتج القسمة ، ثم ربعت القيمة المحصول عليها ، وطرح من ذلك ٥٢ وأخذ الجذر التربيعي للناتج وأضيف إلى المجموع ٨ وقسم الكل على ١٠ يكون الناتج ٢ . وطريقة التراجع $(٢ \times ١٠ - ٨)^{٢} + ٥٢ = ١٩٦$ ، $\sqrt{١٩٦} = ١٤$ ، $(١٤) \left(\frac{٣}{٢}\right) + (٧) \left(\frac{٤}{٧}\right) + ٣ = ٢٨$. وهذا هو العدد المطلوب .

ويبدي هورد ايفز ملاحظة جديرة بالاعتبار هنا وهي بدلاً من القسمة على ١٠ ضرب في ١٠ ، وبدلاً من إضافة ٨ طرح ٨ ، وبدلاً من أن يؤخذ الجذر التربيعي يربع المقدار . وتكون الصورة في لغة العصر الحديث هكذا .

$$\frac{\sqrt{\left[\frac{\left(\frac{٢}{٣}\right)\left(\frac{٧}{٤}\right)(٣س)}{٧}\right]^{٢} - ٥٢ + ٨}}{١٠} = ٢ \Leftarrow$$

$$\sqrt{\left[\frac{(\frac{٢}{٣})\,(\frac{٧}{٤})\,(٣\text{س})}{٧}\right]^{٢} - ٥٢ + ٨} = ٢٠$$

$$\therefore \sqrt{\left[(\frac{٢}{٣})\,(\frac{٧}{٤})\,(٣\text{س})\right]^{٢} - ٥٢} = ١٢ \Longrightarrow \left[(\frac{٢}{٣})\,(\frac{٧}{٤})\,(٣\text{س})\right]^{٢} - ٥٢ = ١٤٤ \text{ ،}$$

لذا

$$\left[\frac{(\frac{٢}{٣})\,(\frac{٧}{٤})\,(٣\text{س})}{٧}\right]^{٢} = ١٩٦ \Longrightarrow \frac{(\frac{٢}{٣})\,(\frac{٤}{٧})\,(٣\text{س})}{٧} = ١٤ \Longrightarrow$$

$$\frac{٤٢}{١٢}\,\text{س} = (١٤)\,(٧)$$

$$\therefore \text{س} = \frac{(١٤)\,(٧)\,(١٢)}{٤٢} = ٢٨$$ وهو المطلوب .

ويتضح لنا جلياً أن الهنود استعملوا في حلهم للمسائل الجبرية طريقة حساب الخطأ أو طريقة التراجع .

وقد استخدم براهما قوبتا (Brahmagupta) الذي يعتبر من عظماء علماء الرياضيات في الهند في القرن السابع الميلادي رموزاً خاصة بعمليات الضرب والقسمة والجذر التربيعي والجمع والطرح وللمجهول الأول والثاني ، ويظهر ذلك من قول هورد ايفز في كتابه المذكور أعلاه أن :

يَا = س (yā = yavattavat)

كَا = ص (Kā = Karana)

بها = × (bha = Bhavita)

كـا = $\sqrt{\ }$ (Ka = Karana)

رَو = عدد صحيح (rū = Rūpa)

الجمع = +

طــرح = −

مثال : اكتب $٨ \text{ س ص} + \sqrt{١٠} - ٧ = \text{ياكا } ٨ + \text{كا } ١٠ - \text{رو } ٧$

وأضاف موريس كلاين في كتابه «الفكر الرياضي من القديم للحديث» أن براهما قوبتا الهندي عرف وقبل الأعداد السالبة واستخدمها في حساباته الفلكية والرياضية وذلك تقريباً في سنة ٦٢٨ ميلادية . أما بهاسكارا (Bhāskara) (١١١٤م) فقــد عــرف $\sqrt{\text{أ}} + \sqrt{\text{ب}} = \sqrt{(\text{أ} + \text{ب}) + ٢\sqrt{\text{أ ب}}}$.

مثال : $\sqrt{٣} + \sqrt{١٢} = \sqrt{(١٢+٣) + ٢\sqrt{(٣) \times (١٢)}} = \sqrt{٢٧} = ٣\sqrt{٣}$.

كما طور بها سكارا أيضاً القانون $\sqrt{\text{أ}} + \sqrt{\text{ب}} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{\text{ب}}{\text{أ}}} + ١\right)^{٢} \text{أ}}$

مثال : $\sqrt{٣} + \sqrt{١٢} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{١٢}{٣}} + ١\right)^{٢} ٣} = \sqrt{\left(\sqrt{٤} + ١\right)^{٢} ٣} =$

$\sqrt{٣^{٢} (٣)} = ٣\sqrt{٣}$.

ويذكر هورد ايفز في كتابه آنف الذكر أن كل من أريابهاتا (٥١٠م) وبراهما قوبتا ورثا المعادلات السيالة مثل أ س + ب ص = جـ ، حيث إن أ ، ب ، جـ أعداد صحيحة من بهاسكارا . كما حلا المعادلة $\text{ص}^{٢} = \text{أ س}^{٢} + ١$ ، حيث إن « أ » عدد صحيح غير مربع ، وهذه المعادلة معروفة باسم معادلة بل (Pell Equation) . والجدير بالذكر أن علماء الهنود كانوا على علم بأن المعادلة التربيعية لها حلان ، وفعلاً

حلوها بطريقة إكمال المربع . أما موريس كلاين فقد ذكر في كتابه المذكور اعلاه أن ماهافيرا (Mahavira) الذي عاش في أواخر القرن التاسع الميلادي (٨٥٠م) حل المعادلة $\frac{١}{٤}$ س + ٢ $\sqrt{س}$ + ١٥ = س .

كما أن علماء الهند كانوا على علم في حل المعادلات الجبرية أ س^{٢} + ب س = جـ ، أ س^{٢} = ب س + جـ ، أ س^{٢} + جـ = ب س ، حيث إن أ ، ب ، جـ أعداد صحيحة والتي كانت معروفة عند علماء بابل .

مما يؤسف له أن علماء الغرب لا يزالون يسمون المعادلة ص^{٢} = أ س^{٢} + ١ معادلة «بل» نسبة للعالم الإنجليزي جان بل الذي عاش فيما بين ١٠١٩-١٠٩٦هـ = ١٦١٠-١٦٨٥م) ، علماً أن بهاسكارا العالم الهندي المشهور في القرن الخامس الهجري (الموافق الحادي عشر الميلادي) قد حل هذه المعادلة واستخدمها في مؤلفاته . ويذكر كارل بوير في كتابه «تاريخ الرياضيات» أن بهاسكارا حل معادلة «بل» المعروفة وأوجد قيمة س = ١,٧٧٦,٣١٩,٠٤٩ ، ص = ٢٢,٦١٥,٣٩٠ .