الفصل الخامس

مقاييس الفترات : Interval Scales

مقاييس النزعة المركزية Measures of Central Tendency

لقد عَرَفْنا أن المقاييس الاسمية Nominal Scales يمكن تلخيصها بسهولة في صورة نسب ونسب مئوية ، وتناسب . كما عَرَفْنا أن هذه المقاييس قابلة للتبديل وفقاً للتغير الذي يحدث في البسط والمقام . بمعنى آخر، فأن مقياساً واحداً قد يكفي لوصف البيانـــــات الإسمية ٠أما في حالة المتغيرات الفاصلة (interval scales) فقد علمنا في الفصل السابق أن بياناتها يمكن وصفها بجدول التوزيعات التكرارية . كما يمكن تحليل المتغيرات الفاصلة بعدة مقاييس أخرى ، أهمها مقاييس التطابق (Typicality) ومقاييس النزعه المركزيه ومقاييس عدم التجانس والتشتت٠ ولكل من هذه المقاييس خصائصها المختلفه ومزاياها وعيوبها في مجال الإستخدامات والتطبيقات الإحصائية ٠

ويصبح تلخيص بيانات المتغيرات الفاصله أقل وضوحا وسهوله مقارنة بتلخيص بيانات المتغيرات الأسمية ٠ويشتمل التحليل في الفصل الحالي علي مقاييس التطابق (Typicality) (مقاييس النزعه المركزيه) ٠ أما الفصل السادس فسوف يشتمل علي مقاييس التشتت . وقد تكفي مقاييس النزعه المركزيه ومقاييس التشتت لوصف بيانات المتغيرات الفاصلة ٠ربما يكون مفهوم الشخص العادي لكلمة متوسط (Average) مبهماً أو غامضاً. وربما لايدرك الشخص العادي وجود عدة مقاييس أحصائية متميزة لقياس التطابق كما أنه قد لايدرك أن هذه المقاييس تعطي في بعض الحالات نتائج ذات إختلافات كبيرة ٠ كما أن إحتمال الحصول علي نتائج مختلفه لمقاييس النزعه المركزيه يعني ضرورة معرفة مزايا وعيوب كل مقياس من هذه المقاييس ٠ ومن الأهميه معرفة الحالات التي تناسب إستخدام أيٍ من هذه

المقاييس . ونتساءل في هذا الصدد ونقول لماذا يستخدم مكتب التعداد الأمريكي في تقريره الأحصائي وسيط الدخل الشهري (Median monthly Income) بدلا عن متوسط الدخل الشهري (Mean Monthly Income) ؟ هل من الأصح أن نذكر للشخص العادي أن متوسط حجم الأسره ٢,٣ طفلاً وأن متوسط عدد الحجرات بالمنزل الواحد ٤,٨ ؟ وفي أي حالة من الحالات لايؤدي إستخدام مقياس دون الآخر لاختلافات ذات دلالات إحصائية ؟ هذه بعض التساؤلات التي يمكن إثارتها عند الحديث عن أنواع المتوسطات المطلوب حسابها لتلخيص البيانات .

٥ - ١ المتوسط الحسابي (The Arithmetic Mean):-

يعتبر المتوسط الحسابي (يشار اليه فيما بعد بالمتوسط) والوسيط من أهم مقاييس النزعه المركزيه التي تستخدم في البحوث الإجتماعيه . ويعتبر المتوسط أكثر استخداماً من الوسيط ، ويعرف بانه القيمة التي لو أعطيت لجميع المفردات لكان مجموعها مساويا لمجموع القيم الأصلية لمفردات المتغير. .ويحسب المتوسط بقسمة مجموع القيم علي عدد مفردات المتغير . والرمز « $\bar{X}$ »يستخدم إصطلاحاً ليعبر عن المتوسط في اللغه الإنجليزية . وفي بعض الأحيان يستخدم الحرف « M » كرمز للمتوسط . أما في اللغة العربية فيستخدم الحرف « $\bar{\text{س}}$ » كرمز للمتوسط وتوضح الصيغة الرياضية الآتيه كيفية حساب المتوسط :-

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{س}_1 + \text{س}_2 + \cdots \text{س}_{\text{ن}}}{\text{ن}} = \frac{\sum_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} \text{س}_{\text{و}}}{\text{ن}}$$

حيث تشير س_1 لقيمة المفردة الاولي ، وس_2 لقيمة المفرده الثانية ، و$\text{س}_{\text{ن}}$ إلي قيمة المفردة الاخيرة . وإذا لم يكن هناك غموض، فبأمكاننا حذف الرقم المكتوب أسفل الرمز (Subscript) وتكتب معادلة المتوسط ببساطة على النحو التالي :-

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

ويعني البسط في الصيغة الرياضية أعلاه حاصل جمع كل قيم مفردات المتغير ·

ومن خواص المتوسط أن مجموع إنحرافات القيم عن المتوسط الحسابي يساوي صفراً · ويعبر عن هذه الخاصية بالمعادلة الآتية:-

$$\underset{\text{و}=1}{\overset{\text{و}=\text{ن}}{\text{مجـ}}} (\text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}}) = \text{صفر}$$

وهذه الحقيقه يجب الا تكون مفاجئة إذا ماأدركنا كيف تم تعريف المتوسط ، ويمكن اثباتها علي النحو التالي :-

$$\underset{\text{و}=1}{\overset{\text{و}=\text{ن}}{\text{مجـ}}} (\text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}}) = \underset{\text{و}=1}{\overset{\text{و}=\text{ن}}{\text{مجـ}}} \text{س}_{\text{و}} - \underset{\text{و}=1}{\overset{\text{و}=\text{ن}}{\text{مجـ}}} \bar{\text{س}}$$

وبما أن سَ قيمة ثابتة (Constant) ، فإن

$$\underset{\text{و}=1}{\overset{\text{و}=\text{ن}}{\text{مجـ}}} \bar{\text{س}} = \text{ن}\, \bar{\text{س}} = \frac{\text{ن} \times \underset{\text{و}=1}{\overset{\text{و}=\text{ن}}{\text{مجـ}}} \text{س}_{\text{و}}}{\text{ن}} = \underset{\text{و}=1}{\overset{\text{و}=\text{ن}}{\text{مجـ}}} \text{س}_{\text{و}}$$

وعليه يصبح الفرق بين $= \underset{\text{و}=1}{\overset{\text{و}=\text{ن}}{\text{مجـ}}} \text{س}_{\text{و}}$ و $\underset{\text{و}=1}{\overset{\text{و}=\text{ن}}{\text{مجـ}}} \bar{\text{س}}$

يساوي صفراً . وتستخدم الخاصية أعلاه في تسهيل العمليات الحسابية لإيجاد المتوسط للقيم الاتية :-

« ٧٢ ، ٨١ ، ٨٦، ٦٩ ، ٥٧ »

ونحصل علي المتوسط (سَ) بعد جمع هذه القيم وقسمتها علي (٥) ·

$$\bar{\text{س}} = \frac{٣٦٥}{٥} = ٧٣,٠$$

وبجمع إنحرافات القيم أعلاه عن المتوسط (٧٣) ، نستطيع أن نبرهن أن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفرًا

[راجع الجدول رقم (٥ - ١)] أدناه .

جدول رقم (٥ - ١)

يوضح إنحرافات القيم عن وسطها الحسابي وعن الوسط الفرضي

س	(س - سَ)	(سَ - ٧٠)
٧٢	-١	+٢
٨١	+٨	+١١
٨٦	+١٣	+١٦
٦٩	-٤	-١
٥٧	-١٦	-١٣
المجموع	صفر	+ ١٥

إذا افترضنا أن الوسط الفرضي (Assumed Mean) يساوي ٧٠: فبإمكاننا إيجاد انحرافات القيم عن وسطها الفرضي ، كما هو موضح في العمود الأخير من الجدول رقم (٥ - ١) . ويتضح من هذا الجدول أن مجموع انحرافات القيم عن الوسط الفرضي لاتساوي صفرًا .ولكنّنا نلاحظ أن كلا من انحرافات القيم عن الوسط الفرضي تزيد عن انحرافات القيم (عن الوسط الحسابي) المناظرة بثلاث وحدات في الاتجاه الموجب ، وعليه فإن الوسط الذي افترضناه يقل بثلاث وحدات عن الوسط الحسابي الحقيقي. وإذا ماأضفنا ثلاثة إلى الوسط الفرضي فإننا نحصل على الوسط

الحقيقي . ولكننا عادة لانقارن النوعين من الإنحرافات بنفس الطريقة . كما نلاحظ أن مجموع إنحرافات القيم عن الوسط الفرضي يساوي ١٥ . وبما أن عدد المفردات يساوي ٥، فأن هذا بشير إلى أن الوسط الفرضي يقل عن الوسط الحقيقي بحاصل قسمه ١٥ علي ٥، أي بثلاث وحدات. كما يمكن أن نبرهن بسهولة أن اختيار وسط فرضي يزيد عن الوسط الحقيقي ، ينتج عن قيمة سالبة لمجموع إنحرافات القيم عن وسطها الفرضي لنحصل علي المتوسط الحقيقي. فإذا كانت (سَ) تشير إلى الوسط الفرضي، فإن معادلة المتوسط تكتب علي النحو التالي :-

$$\bar{س} = سَ + \frac{\text{مجـ}_{و=1}^{و=ن}\left(س_و - سَ\right)}{ن} \qquad (٥ - ٢)$$

ويمكن كتابه الصيغة الرياضية أعلاه كما يلي :-

$$\text{الوسط الحقيقي} = \text{الوسط الفرضي} + \frac{\text{مجموع انحرافات القيم عن الوسط الفرضي}}{\text{عدد المفردات}}$$

وحتي نبرهن علي صحة المعادلة (٥ – ٢) أعلاه ، فإننا نقوم بتحليل الجانب الأيسر للمعادلة إلى مكوناته المختلفة على النحو التالي :-

$$سَ + \frac{\text{مجـ}_{و=1}^{و=ن}\left(س_و - سَ\right)}{ن} = سَ + \frac{\text{مجـ}_{و=1}^{و=ن} س_و}{ن} - \frac{\text{مجـ}_{و=1}^{و=ن} سَ}{ن}$$

$$= سَ + \frac{\text{مجـ}_{و=1}^{و=ن}\left(س_و\right)}{ن} - \frac{ن\,سَ}{ن}$$

$$= \frac{\text{مجـ}_{و=1}^{و=ن} س_و}{ن} = \bar{س}$$

وعلي الرغم مما يبدو من صعوبات عند استخدام الطريقة غير المباشرة: (طريقه الوسط الفرضي) إلا أن هذه الطريقه توفر(في بعض الأحيان) كثيراً من الجهد والوقت ، وبالأخص في حالة عدم وجود الآلات الحاسبة . إن طريقة إستخدام الوسط الفرضي عادة تقلل من حجم قيم المفردات التي تجمع . وكلما إقترب الوسط الفرضي من المتوسط الحقيقي قل مجموع انحرافات القيم عن الوسط الفرضي . وهذه القاعدة تكون مفيدة بخاصة عندما تبدأ في حساب المتوسط من البيانات المبوبة.

أما الخاصية الثانية للمتوسط فيمكن تلخيصها فيما يلي : إن مجموع تربيع انحرافات القيم عن المتوسط أقل من مجموع تربيع إنحرافات القيم عن أي قيمة أخرى يمكن بالتالي كتابة هذه القاعدة بالصيغة الرياضية التالية

$$\text{مجـ}_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} \left(\text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}}\right)^{2} = \text{أقل قيمة}$$

ويعتبر برهان هذه القاعده بسيطا جداً .

دعنا نأخذ إنحرافات القيم (س) عن أي عدد أخر (سَ) مثلا ، [الذي إعتبرناه سابقا كوسط فرضي] وبجمع وطرح الوسط الحقيقي ($\bar{\text{س}}$) عن الصيغة الرياضية ($\text{س}_{\text{و}} - \text{سَ}$) ، فإن هذه الصيغة لن تتغير في قيمتها وتكتب علي النحو التالي :-

$$\left(\text{س}_{\text{و}} - \text{سَ}\right) = \left(\text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}}\right) + \left(\bar{\text{س}} - \text{سَ}\right)$$

وبتربيع شطري المعادلة أعلاه نحصل على :-

$$\left(\text{س}_{\text{و}} - \text{سَ}\right)^{2} = \left(\text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}}\right)^{2} + 2\left(\text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}}\right)\left(\bar{\text{س}} - \text{سَ}\right) + \left(\bar{\text{س}} - \text{سَ}\right)^{2}$$

وبجمع القيم لجميع المفردات « ن » تصبح المعادلة أعلاه كما يلي :-

$$\text{مجـ}_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} \left(\text{س}_{\text{و}} - \text{سَ}\right)^{2} = \text{مجـ}_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} \left(\text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}}\right)^{2} + 2\left(\bar{\text{س}} - \text{سَ}\right) \text{مجـ}_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} \left(\text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}}\right) + \text{مجـ}_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} \left(\bar{\text{س}} - \text{سَ}\right)^{2} \quad [٥-٣]$$

وقد كتبت القيمه ٢ (سٓ ـ سَ) أمام علامة مجموع (مجـ) في الحد الثاني للجانب الأيسر للمعادلة لأن هذه القيمة ثابتة ٠ وفي الحال ندرك أن القيمة الكلية للحد الثاني من الجانب الأيسر للمعادلة يجب أن يساوي صفرًا ، وذلك مما سبق لنا برهانه من أن مجموع إنحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفرًا ٠

$$\sum_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} (\text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}}) = \text{صفر}\ .$$

كما أن الحد الأخير من الجانب الأيسر للمعادلة (٥-٣) يحتوي علي «ن» حد ، وكل منها يساوي$(\bar{\text{س}} - \acute{\text{س}})^2$ ، وعليه تصبح صيغه المعادلة (٥ – ٣) علي النحو التالي :-

$$\sum_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} (\text{س}_{\text{و}} - \acute{\text{س}})^2 = \sum_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} (\text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}})^2 + \text{ن}\,(\bar{\text{س}} - \acute{\text{س}})^2 \qquad (٥ - ٤)$$

ومن المعادلة رقم (٥ – ٤) يتضح لنا أن مجموع تربيع انحرافات القيم عن الوسط الفرضي (سَ) ، يساوي مجموع تربيع انحرفات القيم عن الوسط الحقيقي ، زائدًا قيمة تربيع الحد ويستحيل أن تكون قيمة هذا الحد سالبة وكلما زاد الفرق بين الوسط الفرضي (سَ) والوسط الحقيقي (سٓ) زادت قيمة الحد الثاني من الجانب الأيسر للمعادلة (٥ –٤) ٠ وغالبا ماتستخدم الخاصية الثانية للوسط الحسابي وقيمة مجموع تربيع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي $\sum_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} (\text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}})^2$ في الفصول اللاحقة من هذا الكتاب والخاصة بمقاييس التباين الكلي أو مقاييس التنافر٠

٥ – ٢ الوسيط: Median

قد يرغب الباحث في بعض الحالات في معرفة القيمة التي تقع في الوسط بعد ترتيب قيم مفردات المتغير ترتيبا تنازليا، أو ترتيبا تصاعديا. وربما يُقَسِّم الباحث مجموعة من الطلاب إلى عشر مجموعات متساوية، من حيث درجاتهم في اختبار معين، وذلك بأن يحدد موقع الطلاب الذين تقع درجاتهم في نهاية الـ ١٠٪ الأوائل من الطلاب والـ٢٠٪ والـ ٣٠٪ وهكذا. وتسمي مثل هذه المقاييس، مقاييس الموقع، لأنها توضح مكان قيمة مفردة معينة بالنسبة لقيم المفردات الأخرى. ويعتبر الوسيط (Median) من أهم مقاييس الموقع.

ويعرف الوسيط بأنه «القيمة الوسيطية في مجموعة من القيم والتي يكون عدد القيم الأقل منها مساويا لعدد القيم الأخرى الأعلى منها».

وعادة ما يُقَسِّم الوسيطُ القِيَمَ إلى نصفين. فإذا كان عدد مفردات المتغير فردياً (Odd) فإن قيمة الوسيط ستكون ببساطة قيمة المفردة التي تقع في الوسط. أما إذا كان عدد مفردات المتغير زوجياً (Even) فلن تكون هناك مفردة وسيطة واحدة، بل مفردتان، وبالتالي فأن القيمة التي تقع بين قيم المفردتين الوسيطتين ستكون لها خاصية تقسيم مفردات المتغير إلى مجموعتين متساويتين. وعليه فإن تعريف الوسيط سوف يتصف بشيء من الغموض في حالة ما إذا كان عدد المفردات زوجياً. وفي مثل هذه الحالة يتفق على أن تكون قيمة الوسيط عبارة عن الوسط الحسابي لقيم المفردتين الوسيطتين.

في حالة القيم الآتية:-

٧٢ ، ٨١، ٨٦، ٦٩، ٥٧

فإن قيمه الوسيط تصبح ٧٢ (مقارنة بقيمة المتوسط الحسابي التي تساوي ٧٣)٠ أما في حالة وجود مفردة سادسة قيمتها ٥٥ ، فإن قيم المفردتين الوسيطتين تبلغ ٦٩، ٧٢ وتصبح قيمة الوسيط في هذه الحالة :-

$$\frac{٦٩ + ٧٢}{٢} = ٧٠,٥ \cdot$$

وإذا تساوت قيم المفردتين الوسيطتين فإن قيمة الوسيط ستصبح القيمة المتساوية نفسها ٠

الجدير بالذكر، أن ترتيب الوسيط في حالة ماإذا كان عدد مفردات المتغير فرديا ، يحسب بالصيغة الرياضية التالية :-

$\frac{ن+١}{٢}$ ، حيث تشير « ن» إلى مجموع المفردات . أما في حالة ماإذا كان عدد مفردات المتغير زوجياً فإن ترتيب المفردتين الوسيطتين يحسب بالصيغ الرياضية التالية :-

ترتيب المفردة الوسيطة الأولى = $\frac{ن}{٢}$

ترتيب المفردة الوسيطة الثانية = $\left(\frac{ن}{٢} + ١ \right)$

*مثال :-

اذا كان عدد المفردات لمتغير معين ، ن = ٢٥١

فإن ترتيب الوسيط = $\frac{ن + ١}{٢} = \frac{٢٥٢}{٢} = ١٢٦$

وفي هذه الحالة تكون قيمة الوسيط هي قيمة المفردة التي يكون ترتيبها ١٢٦ .

*مثال :-

إذا كان عدد المفردات لمتغير معين ، ن = ١٠٦ ٠ فإن قيمة الوسيط

عبارة عن المتوسط الحسابي للقيمتين الوسيطتين ، رقم :-

ترتيب الوسيط الاول = $\frac{ن}{٢}$ = $\frac{١٠٦}{٢}$ =٥٣

ترتيب المتوسط الثاني = $\frac{ن}{٢}$ + ١ =٥٣ +١= ٥٤

لقد اوضحنا سابقًا أن المتوسط الحسابي (المتوسط) له الخصائص الآتية :-

$$\sum_{و=١}^{و=ن} (س_و - \bar{س}) = \text{صفر} .$$

$$\sum_{و=١}^{و=ن} (س_و - \bar{س})^٢ = \text{أقل قيمة} .$$

وتعزي صحة الخاصية الأولي ، إلى أن مجموع الانحرافات السالبة (عن المتوسط الحسابي) يساوي مجموع الانحرافات الموجبة تماما ۰ وإذا أغفلنا الإشارات السالبة (إفتراضاً) ، واعتبرنا أن جميع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي موجبة ، يمكننا أن نبرهن أن مجموع الانحرافات المطلقة للقيم عن قيمة الوسيط يكون أقل من مجموع الانحرافات المناظرة لأي مقياس آخر من مقاييس النزعة المركزية ۰ ونوضح ذلك بالمعادلة التالية :-

$$\sum_{و=١}^{و=ن} \left| س_و - \text{الوسيط} \right| = \text{أقل قيمة} \qquad (٥ - ٥)$$

ويشير الخطَّان المتوازيان في المعادلة أعلاه إلي القيم المطلقة (إغفال الاشارات السالبة للإنحرافات) ۰ وعلي الرغم من الأهمية الكبيرة لخاصية الوسيط أعلاه ، يبدو أنه ليس لهذه الخاصيةإستخدامات مباشرة في البحوث الإجتماعية ۰

٥-٣ حساب المتوسط والوسيط من البيانات المبوبة:-

الطريقة المطولة لحساب المتوسط :-

اذا كان عدد مفردات المتغير (التكرارات) كبيرا، فإن حساب المتوسط أو الوسيط يصبح صعبا في حالة إجراء العمليات الحسابية يدوياً . ونسبة للتطورات الكبيرة في تقنية المعلومات فبإمكان علماء العلوم الإنسانية الحصول على برامج الحاسبات الآلية التي تستخدم في حساب المتوسطات وغيرها من المؤشرات الإحصائيه في سهولة ويسر . وعموماً يصبح من الأفضل استخدام مثل هذه البرامج ، كلما كان ذلك ممكنًا ومناسبًا ، لأن استخدامها يُقَلِّل من مخاطر الأخطاء في العمليات الحسابية وغيرها من الأخطاء المترتبطة بجبر الكسور . كما أن إستخدام مثل تلك البرامج يوفر الكثير من الوقت والمال . وتجدر الإشارة إلى أن إستخدامات تلك البرامج لايعفى الباحث من التدريب علي كيفية حساب المقاييس الإحصائية يدويا ، خاصة وأن بعض البيانات المحدودة قد لايستلزم إدخالها ومعالجتها (من الناحية الإحصائية)إستخدام حاسبات آلية ذات كفاءة عالية . وفي مثل هذه الحالات يصبح من المفيد تجميع البيانات في فئات (توزيعات تكرارية) لحساب المتوسط والوسيط وغيرهما من المقاييس الاحصائية . نلاحظ في بعض الحالات أن البيانات المتوفره تكون في صورة بيانات مبوبة ، حيث يصبح من المستحيل أو غير العملي الرجوع مرة أخري للبيانات الأصلية (قبل تبويبها بصورة تكرارات) . وعلي سبيل المثال، نلاحظ أن نتائج التعدادات السكانية وغير السكانية عادة ماتقدم في صورة بيانات مبوبة وتدل هذه البيانات مثلا، على أن هنالك عددا من الأفراد تتراوح أعمارهم بين صفر و٤سنوات ، أو بين ٥سنوات و٩سنوات ...الخ . ولكننا لانعرف العمر

المحدد لكل فرد على حدة وكما سوف نرى لاحقاً فإنّ استخدام الباحث للبيانات المبوبة ربما يسهل له العمليات الحسابية بدرجة كبيرة. ومن الجانب الآخر، فإن تبويب البيانات في فئات يؤدي لفقد بعض المعلومات . وعلي سبيل المثال،إذا علمنا أن ١٧ شخصاً تتراوح دخولهم بين ٢٠٠٠ دولار و ٢٩٠٠ دولار فإننا لانعرف بالتحديد كيف تتوزع دخول هؤلاء الأشخاص داخل هذه الفئة. وحتي نتمكن من حساب المتوسط الحسابي أو الوسيط من البيانات المبوبة لابد من إجراء بعض الأفتراضات المبسطة عن مواقع الأفراد داخل كل فئة . فبالنسبة لحساب المتوسط ، نفترض أن تكرارات كل فئة تتمركز في مراكزفئاتها. وعند حساب الوسيط ، نفترض أن التكرارات تتوزع « تنتشر » بمسافات متساوية داخل كل فئة . وتجدر الإشارة إلى أن مثل هذه الإفتراضات ستؤدي بالطبع لشيء من عدم الدقة الكاملة لذلك فلا نتوقع أن نحصل بالضبط (بعد هذه الافتراضات) من هذه البيانات المبوبة علي نفس النتائج من البيانات غير المبوبة، إلاأنه كلما زاد عدد التكرارات كانت الإختلافات الناتجة عن تلك الافتراضات محدودة جداً . وبالطبع ، فإنه كلما قل طول الفئات ، قلت المعلومات التي سنفتقدها بسبب تبويب البيانات ، وبالتالي ترتفع نسبة الدقة عند تقدير مقاييس النزعة المركزية من البيانات المبوبة . وعلى سبيل المثال ، إذا علمنا أن هناك ١٧ شخصاً تتراوح دخولهم بين ٢٠٠٠ دولار و ٢٩٠٠ دولار، وأن هناك ٢٦ شخصا تتراوح دخولهم بين ٣٠٠٠ دولار و ٣٩٠٠ دولار ، فإننا سنحصل علي نتائج أكثر دقة بإفتراضنا أن متوسط دخل السبعة عشر شخصاً يقع في منتصف الفئة الثانية مقارنة بافتراض وقوع متوسط دخل الـ ٤٣شخصاً في منتصف الفئة الكبيرة (٢٠٠٠ - ٣٩٠٠) دولار .إنّ زيادة طول الفئة سيؤدي غالبا لبعض الأخطاء، خاصة في الحالات الطرفية لأن القيم في مثل هذه الفئات ربما تميل نحو مركز التوزيع الكلي . فإذا كانت هناك ١٧مفردة في الفئة الأولى، فربما تقع معظم قيمها في النصف الأعلي من هذه الفئة . وعلي كل حال إذا كان عدد الأفراد في مثل هذه الفئات قليلا نسبياً (كما يحدث عادة)

فإن الخطأ الذي ينتج عن الأفتراضات السابقة لايكون ذا دلالات إحصائية .

عند حساب المتوسط من البيانات المُبَوَّبة تعامل المفردات (التكرارات) في كل فئة كأنها تقع في مركز الفئات الخاصة بها .ويمكن إعتبار أن المفردات تنتشر بمسافات متساوية داخل كل فئة ولكن هذه الطريقة ستؤدي إلى نفس النتيجة كما لو افترضنا أن القيم تقع في مركز الفئات لأن متوسط القيم داخل كل فئة سيكون في مركز الفئة تماما . إن جميع المفردات التي تقع في فئة معينة تعطي قيمة واحدة ، ثم يضرب عدد المفردات في فئة معينة بتلك القيمة المناظرة لهذه الفئة بدلاً عن جميع القيم الخاصة بكل مفردة من المفردات التي تقع في تلك الفئة . وعلي سبيل المثال ، إذا وضعت ٢٦مفردة في مركز الفئة (٣٤٥٠دولارًا) فإن حاصل ضرب (٢٦× ٣٤٥٠) سيكون مساويًا لحاصل جميع قيم الـ ٢٦ مفردة ، والتي تساوي كل منها ٣٤٥٠. وإذا كررنا هذه العملية الحسابية لجميع فئات المتغير ، وجمعنا حاصل الضرب لجميع الفئات ، وقسمنا الناتج النهائي على إجمالي عدد المفردات فإننا نحصل على قيمة المتوسط الحسابي . وتصبح المعادلة التي يحسب بها المتوسط الحسابي على النحو التالي :-

$$\bar{س} = \frac{\sum_{و=١}^{و=ك} ف_و \times م_و}{ن} = \frac{\sum_{و=١}^{و=ك} ف_و \times م_و}{\sum ف_و} \qquad (٥ - ٦)$$

حيث تشير ($ف_و$) الى عدد المفردات في الفئة « و » وتشير قيمة « مجـ $ف_و$» إلى « ن » (مجموع المفردات الكلي) وتشير « $م_و$ » الي مركز الفئة رقم «و» وتشير «ك» إلى عدد الفئات.

المثال المبين في الجدول رقم (٥ - ٢) يوضح الخطوات الحسابية

اللازمة لايجاد المتوسط الحسابي . نلاحظ أن جميع الفئات الموضحة في هذا الجدول ذات أطوال متساوية . ولكن ليس هذا ضرورياً طالما استخدمنا المراكز الصحيحة للفئات المختلفة عند حساب المتوسط الحسابي . ولكن من الضروري الإستفادة من الفئات المغلقة . اذا إفترضنا آن الفئة الاخيرة كانت مفتوحة بالنسبة للحد الأعلي (٧٠٠٠ دولار فأعلي) فما هو مركز الفئة الذي يستخدم في هذه الحالة ؟ في الحقيقة ليست هناك قاعدة مطلقاً تحدد كيفية إيجاد مركز الفئة في مثل هذه الحالات مالم نرجع الي البيانات الخام قبل تبويبها . وفي بعض الأحيان يمكن إيجاد مركز الفئة لأنّ الفئات الطرفية عادة ماتحتوي على تكرارات قليلة نسبيا . ومن الصواب في مثل هذه الحالات أن نستخدم المتوسط الحقيقي لمفردات هذه الفئة المفتوحة بدلا عن استخدام قيمة مركزها . وفي الحالات التي يستحيل فيها الرجوع إلى البيانات الخام لتحديد قيم مفردات الفئة المفتوحة ، يصبح من الضروري اللجوء إلى التخمين الذكي (Enlighted guess) للحصول علي قيمة مناسبة لمركز الفئة المفتوحة . ومن هذا يتضح لنا بجلاء أنه من المصلحة إستخدام فئات مغلقة كلما أردنا حساب المتوسط . وكما سيتضح في الفصل السادس، فإن إستخدام الفئات المغلقة ضروريٌ في حالة حساب الإنحراف المعياري ، الذي يعتبر أكثر مقاييس التشتت استخداما .

الطريقة المختصرة لإيجاد المتوسط الحسابي :-

تتضمن الطريقة المطولة لايجاد المتوسط الحسابي التي سبقت الإشارة إليها عمليات ضرب لأعداد كبيرة.

جدول رقم (٥ - ٣)

يوضح طريقةإيجاد المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة بإستخدام الطريقة المطولة .

حدود الفئات بالدولار	الحدود الحقيقيه للفئات	مراكز الفئات « م و »	التكرارات « ف و »	ف و × م و بالدولار
٢٠٠٠ – ٢٩٠٠	١٩٥٠ – ٢٩٥٠	٢٤٥٠	١٧	٤١٦٥٠
٣٠٠٠ – ٣٩٠٠	٢٩٥٠ – ٣٩٥٠	٣٤٥٠	٢٦	٨٩٧٠٠
٤٠٠٠ – ٤٩٠٠	٣٩٥٠ – ٤٩٥٠	٤٤٥٠	٣٨	١٦٩١٠٠
٥٠٠٠ – ٥٩٠٠	٤٩٥٠ – ٥٩٥٠	٥٤٥٠	٥١	٢٧٧٩٥٠
٦٠٠٠ – ٦٩٠٠	٥٩٥٠ – ٦٩٥٠	٦٤٥٠	٣٦	٢٣٢٢٠٠
٧٠٠٠ – ٧٩٠٠	٦٩٥٠ – ٧٩٥٠	٧٤٥٠	٢١	١٥٦٤٥٠
المجموع	—	—	١٨٩	٩٦٧٠٥٠

وعليه فإن إستخدام هذه الطريقة يتوقف على مدي صِغَر أعداد مراكز الفئات والتكرارات ، ومدي توفر الآلات الحسابية وأجهزة الحاسبات الألية . وفي حالة إجراء العمليات الحسابية لإيجاد المتوسط الحسابي يدويا ، فإن الطريقة المختصرة تصبح اكثر ملاءمة . وقد تبدو هذه الطريقة من أول وهلة أكثر تعقيدا من الطريقة المطولة ، ولكن بمجرد معرفة كيفية إستخدامها فإنها تصبح أكثر سهولة من الطريقة الأولي . والطريقة المختصرة تتضمن وسطًا فرضيا مما يؤدي لإختزال الأعداد الكبيرة وتسهيل عمليات الضرب. وبنهاية العمليات الحسابية يضاف معامل التصحيح إلى قيمة الوسط

الفرضي للحصول على قيمة المتوسط الحسابي كما أو ضحنا سابقا .
وتستخدم المعادلة التالية لإيجاد المتوسط الحسابي بالطريقة المطولة :-

$$\bar{س} = \frac{\sum_{و=1}^{و=ك} ف_و \times م_و}{ن} = \frac{٩٦٧٠٥٠}{١٨٩} = ٥١١٧ \text{ دولار .}$$

ولتسهيل العمليات الحسابية لإيجاد المتوسط الحسابي نأخذ إحدي مراكز الفئات كوسط فرضي و في المثال السابق نلاحظ أن المتوسط الحسابي يقل قليلا عن ٥٤٥٠ دولار (مركز الفئة الرابعة) .وإذا طرحنا قيمة الوسط الفرضي من كل قيمة من قيم الفئات (مراكز الفئات) سنحصل علي انحرافات تساوي ١٠٠٠ دولار ، ٢٠٠٠دولار ، ٣٠٠٠ دولار في كل من الاتجاهين الموجب والسالب ، ثم نضرب هذه الانحرافات بالتكرارات المناظرة لإيجاد « معامل التصحيح » (Correction Factor) ، الذي سيضاف إلى الوسط الفرضي لنحصل علي قيمة المتوسط الحسابي . وبمعني آخر، توجد ١٧مفردة لها قيم تقل مقدار ٣٠٠٠ دولار عن الوسط الفرضي . كما توجد ٢٦ مفرده تقل قيمتها ٢٠٠٠دولار عن الوسط الفرضي ....الخ . وإذا استخدمنا قيم العمود « ح » في الجدول رقم (٥ - ٣) الذي يوضح انحرافات القيم الحقيقية عن الوسط الفرضي ، يمكننا تعديل المعادلة (٥ -٢) وكتابة معادلة المتوسط الحسابي على النحو التالي :-

$$\bar{س} = \acute{س} + \frac{\sum_{و=1}^{و=ك} ف_و \times ح_و}{ن} \qquad (٥ - ٧)$$

حيث تشير«$ح_و$»إلى ($س_و - \acute{س}$) وتشيرسَ إلى الوسط الفرضي .

ويبين الجدول رقم (٥ – ٣) كيفية استخدام الطريقة المختصرة لإيجاد المتوسط الحسابي من البيانات المبوبة ٠ ومرة ثانية فإن معامل التصحيح يتضمن إجمالي انحرافات القيم عن وسطها الفرضي(– ٦٣٠٠٠) ، ثم يقسم مجموع انحرافات القيم عن وسطها الفرضي على عدد التكرارات (المفردات) لإيجاد متوسط انحرافات الوسط الفرضي عن المتوسط الحسابي الحقيقي ٠

جدول رقم (٥– ٣)

يوضح كيفية ايجاد المتوسط الحسابي من البيانات المبوبة بإستخدام الطريقة المختصرة

حدود الفئات الحقيقيه بالدولار	مراكز الفئات «م و» بالدولار	التكرارات «ف و»	انحرافات القيم عن الوسط الفرضي «ح و»	ف و × ح و «دولار»
١٩٥٠ – ٢٩٥٠	٢٤٥٠	١٧	– ٣٠٠٠	– ٥١ر٠٠٠
٢٩٥٠ – ٣٩٥٠	٣٤٥٠	٢٦	– ٢٠٠٠	– ٥٢ر٠٠٠
٣٩٥٠ – ٤٩٥٠	٤٤٥٠	٣٨	– ١٠٠٠	– ٣٨ر٠٠٠
٤٩٥٠ – ٥٩٥٠	٥٤٥٠	٥١	صفر	صفر
٥٩٥٠ – ٦٩٥٠	٦٤٥٠	٣٦	+ ١٠٠٠	+ ٣٦ر٠٠٠
٦٩٥٠ – ٧٩٥٠	٧٤٥٠	٢١	+ ٢٠٠٠	+ ٤٢ر٠٠٠
المجموع	—	١٨٩	–٣٠٠٠	– ٦٣ر٠٠٠

$$\bar{س} = \bar{س}' + \frac{\sum_{و=1}^{و=ك} ف_و \times ح_و}{ن}$$

$$= ٥٤٥٠ + \frac{(-٦٣٠٠٠)}{١٨٩} = (٥٤٥٠ - ٣٣٣) = ٥١١٧ \text{ دولار.}$$

ومن هذا المثال نلاحظ أن معامل التصحيح له قيمة سالبة ، مما يشير إلى أن قيمة الوسط الفرضي كانت عالية . ومما تجدر الإشارة اليه أن أختيار أي قيمة للوسط الفرضي سوف لن تغير في النهاية في قيمة المتوسط الحسابي . وبإختيار مركز الفئة الثالثة كوسط فرضي نحصل على معامل تصحيح يساوي ٦٦٧ دولار. وعندما تضاف هذه القيمة إلى الوسط الفرضي ٤٤٥٠ دولار، نحصل على نفس قيمة المتوسط الحسابي السابقة ٥١١٧ دولار. ويجب ملاحظة أن اختيارنا لمركز فئة أخرى (غير الرابعة) كوسط فرضي سيزيد من العمليات الحسابية ، لأن الأعداد التي تجمع في عمود حواصل ضرب انحرافات القيم عن الوسط الفرضي في التكرارات المناظرة ($ف_و \times ح_و$) ستكون كبيرة . وإذا فشلنا في إستخدام مركز إحدي الفئات، فأن انحرافات القيم عن الوسط الفرضي ستتضمن أعداداً ليست بالبساطة مما لايساعدنا علي توفير الوقت والجهد أثناء إجراء العمليات الحسابية . وعندما يصبح إستخدام الطريقة المختصرة مفهوماً وواضحاً يمكن حذف العمود الذي يحتوي علي قيم مراكز الفئات في الجدول المستخدم لحساب المتوسط الحسابي .

إيجاد المتوسط الحسابي بالطريقة المختزلة :-

مما لاشك فيه أن القارئ قد لاحظ أن انحرافات القيم عن وسطها

الفرضي في المثال أعلاه من مضاعفات العدد ١٠٠٠ « طول الفئات » . وهذا دائما صحيح في حالة ماإذا كانت أطوال الفئات متساوية تماما ٠ وهذا يمكننا من إختصار قيمة العمود الخامس في الجدول رقم (٥ - ٣) والذي يحتوي علي (ف و × ح و) بقسمة كل قيمة بطول الفئات (١٠٠٠ دولار) ، وفي النهاية نضرب مجموع قيم العمود الخامس (ف و × ح و) بطول الفئات ٠ وبطريقة أخرى يمكننا الحصول على المجموع الكلي علي النحو التالي :-

- ٦٣٠٠٠ = ١٠٠٠ (- ٥١ - ٥٢ - ٣٨ + صفر + ٣٦ + ٤٢)

يعني أن إنحرافات القيم عن وسطها الفرضي قد عبر عنها بعدد أطوال الفئات التي تقيس بُعد الوسط الفرضي عن المتوسط الحسابي الحقيقي ٠ وفي النهاية نحصل على المتوسط الحسابي بضرب معامل التصحيح بطول الفئة ٠٠

ويُرمزإلى الإنحرافات المختزلة بـ « $\bar{ح}$ و » ، والتي نحصل علي قيمها بقسمة الإنحرافات « ح و» في العمود الرابع (جدول رقم ٥ - ٣) بطول الفئة ٠ ويوضح العمود الرابع في الجدول رقم (٥ - ٤) قيم الانحرافات المختزلة « $\bar{ح}$ و » ٠

وعليه تصبح المعادلة المعدلة لايجاد المتوسط الحسابي بالطريقة المختزلة على النحو التالي : -

$$\bar{س} = سً + \frac{\left[\sum_{و=١}^{و=ك} [ف_و \times \bar{ح}_و]\right] \times ل}{ن}$$

حيث تشير « ل » إلى طول الفئة ٠

جدول رقم (٥ – ٤)

يوضح إيجاد المتوسط الحسابي من البيانات المبوبة بإستخدام الطريقة المختزلة

حدود الفئات الحقيقية بالدولار	مركز الفئات م و » دولار	التكرارات ف و	الإنحرافات المختزلة عن الوسط الفرضي($\bar{ح}_{و}$)	ف و × $\bar{ح}$ و
١٩٥٠ – ٢٩٥٠	٢٤٥٠	١٧	– ٣	–٥١
٢٩٥٠ – ٣٩٥٠	٣٤٥٠	٢٦	–٢	–٥٢
٣٩٥٠ – ٤٩٥٠	٤٤٥٠	٣٨	–١	–٣٨
٤٩٥٠ – ٥٩٥٠	٥٤٥٠	٥١	صفر	صفر
٥٩٥٠ – ٦٩٥٠	٦٤٥٠	٣٦	+ ١	+٣٦
٦٩٥٠ – ٧٩٥٠	٧٤٥٠	٢١	+ ٢	+٤٢
المجمـوع	—	١٨٩	– ٣	–٦٣

س = ٥٤٥٠ + ($\frac{-٦٣}{١٨٩}$) × ١٠٠٠ = ٥١١٧ دولار .

واذا كانت هنالك فئات ذات أطوال متساوية ، فمن الضروري تعديل صيغة معادلة المتوسط الحسابي بالطريقة المختزلة .

ربما يري بعض الباحثين أن الرجوع إلى الطريقة المختصرة ، قد يكون أسهل بأستخدام الإنحرافات عن الوسط الفرضي « ح » بدلا عن إستخدام الانحرافات المختزلة « حَ و ».أما اذا ماأختلفت أطوال فئتين أو فئة واحدة فقط فإن البديل قد يكون إستخدام الطول المتساوي لمعظم الفئات.وفيما يتعلق بانحراف مراكز الفئات غير المتساويه عن الوسط الفرضي فيمكن كتابتها في صورة كنسبة من طول الفئة الأخيرة تتراوح بين ٦٩٥٠ و ٨٩٥٠ بدلًا عن ٦٩٥٠ و ٧٩٥٠ ، وإن مركز هذه الفئة سيكون ٧٩٥٠ دولارًا بدلًا عن ٧٤٥٠ دولارًا . أما انحراف هذا المركز عن الوسط الفرضي فسيكون ٢٥٠٠ دولارا أو ٥ر٢ من طول الفئات المتساوية . أما إذا كانت حدود الفئة الطرفيــة تتراوح بين ٦٩٥٠ و ٩٩٥٠ ، فإن الإنحرافات المختزلة لهذه الفئة ستكون ثلاثة أضعاف طول الفئات المتساوية ويمكن إثبات ذلك بسهولة كما هو مبين في المثال أعلاه .

حساب الوسيط من البيانات المبوبة :-

عند حساب الوسيط من البيانات المبوبة ، فإننا نفترض أن تكرار كل فئة من فئات المتغير ، موزعة على مسافات متساوية خلال مدي كل فئة من تلك الفئات . وفي البدايه تحدد الفئة الوسيطية(أي الفئة التي يقع فيها الوسيط) ، ثم نحدد موقع الوسيط بين حدي الفئة الوسيطية بطريقة « الاستكمال بين نقطتين »(Interpolation) ويتطلب تحديد الفئة الوسيطية إعداد التوزيع المتجمع التكراري الصاعد أو النازل . وعلى الرغم من عدم ضرورة إعداد عمود لقيم المتجمع التكراري بجانب عمود آخر لتوضيح فئات المتجمع التكراري ، إلا أنه من الأفضل أن يتعود الباحث علي إعداد مثل هذين العمودين عندما يود حساب قيمة الوسيط من البيانات المبوبة .

والجدول رقم (٥ - ٥) يوضح التوزيع المتجمع التكراري الصاعد للبيانات الخاصة بالمثال السابق .وللتأكيد من صحة عمليات المتجمع التكراري الصاعد ، يجب ملاحظة أن دخل آخر مفرده في المتجمع التكراري الصاعد (المفرده رقم ١٨٩) يقل عن ٧٩٥٠ دولارًا .

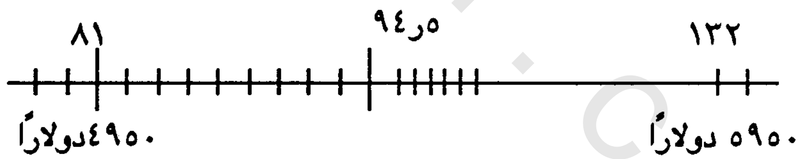
جدول رقم (٥ - ٥)

يوضح كيفية حساب الوسيط من البيانات المبوبة

الفئات الحقيقية بالدولار	التكرارات « ف »	المتجمع التكراري الصاعد « ك »	عدد التكرارات التي يقل دخلها عن
١٩٥٠ - ٢٩٥٠	١٧	١٧	٢٩٥٠
٢٩٥٠ - ٣٩٥٠	٢٦	٤٣	٣٩٥٠
٣٩٥٠ - ٤٩٥٠	٣٨	[٨١]	[٤٩٥٠]
٤٩٥٠ - ٥٩٥٠	٥١	[١٣٢]	[٥٩٥٠]
٥٩٥٠ - ٦٩٥٠	٣٦	١٦٨	٦٩٥٠
٦٩٥٠ - ٧٩٥٠	٢١	١٨٩	٧٩٥٠
المجموع	١٨٩	ــــ	ــــ

والخطوة الثانية تتلخص في تحديد الفئة التي تحتوي علي الوسط أو الفئة التي تقع فيها المفردة رقم $\frac{\text{ن}}{\text{٢}}$ ، حيث تشـير « ن » إلى مجموع المـفردات (التكرارات) . وفي المثال أعلاه نلاحظ أن ترتيب القيمة الوسيطية يسـاوي $\frac{\text{١٨٩}}{\text{٢}}$ = ٥ر٩٤وعليه فإننا نبحث عن الفئة التي تحتوي علي المفردة رقم ٩٤ والمفردة رقم ٩٥. وتجدر الإشارة الي أنه في حالة البيانات غير المبوبة ، يصبح ترتيب الوسيط $\frac{\text{ن+١}}{\text{٢}}$ ، أو المفردة التي يكون ترتيبها ٩٥. فبما أن ٨١ مفردة قيمها أقل من ٤٩٥٠ دولاراً و ١٣٢ مفردة قيمها أقل من ٥٩٥٠ دولاراً فأن الوسيط يجب أن يقع في الفئة التي تتراوح بين ٤٩٥٠ و ٥٩٥٠ دولاراً . وإنها لفكرة جيدة أن نميز هذه الفئة عن غيرها بوضع أقواس حولها ، تفاديا للخطأ الذي قد ينتج عند النظر للفئة التي تحتوي على المفردة رقم ٨١ ، أي الفئة التي تتراوح بين ٣٩٥٠ و ٤٩٥٠ دولاراً .

وبامعان النظر في الفئة الوسيطية (التي تحتوي علي الوسيط) نلاحظ أنها تحتوي على ٥١ مفردة ويقسم طول الفئة الوسيطية إلى ٥١ وحدة متساوية ، طول كل منها $\frac{\text{١٠٠٠}}{\text{٥١}}$ = ٦١ر١٩دولاراً .



وتوضح كل مفردة من الـ ٥١ مفردة في المركز المناسب للفئات الجزئية الصغيرة (Subinterval) ، وتقع المفردة رقم ٨١ في آخر جزئية صغيرة للفئة السابقة للفئة الوسيطية (الفئة التي تتراوح بين ٣٩٥٠ و ٤٩٥٠) ، أما موقع المفردة رقم ١٣٢ فسيكون قريبا جداً من الحد الأعلى للفئة التي يقع

فيها الوسيط ثم نبدأ في عد الفئات الجزئية الصغيرة حتي نصل إلى قيمة الوسيط . فـأذا كانت البيانات غير مبوبة فسوف نحدد موقع المفردة الوسيطية بالرقم $\frac{ن + ١}{٢}$ أو التي رقمها ٩٥. وحسب التقليد المتبع فإن المفردة رقم ٩٥ ستقع في نقطة الوسيط للفئة الجزئية الصغيرة رقم ١٤ تقريبا من بداية الحد الأدني للفئة الجزئية الصغيرة رقم ٥ر١٣ من بداية الحد الأدني للفئة الوسيطية . وتجدر الإشارةإلى أن هذا الرقم للجزئية الصغيرة هو نفسه الذي سوف نحصل عليه بطرح ٨١ من ٥ر٩٤ أو $\frac{ن}{٢}$. ولأننا نتعامل مع مراكز فئات صغيرة فإننا نحسب بالتحديد $\frac{ن}{٢}$ فئة جزئية صغيرة لنتمكن من تحديد موقع المفردة رقم $\frac{ن + ١}{٢}$.

ونحصل علي قيمة الوسيط بضرب عدد الفئات الجزئية الصغيرة بحجم كل فئة جزئية ، وجمع الناتج مع الحد الأدني للفئة الوسيطية .

$$\text{الوسيط} = ل + \left(\frac{\frac{ن}{٢} - ف}{و} \right) \times ط \qquad (٥ - ٦)$$

حيث تشير « ف » إلي التكرار التراكمي للفئة السابقة للفئة الوسيطية .

وتشير « و » إلى عدد التكرارات للفئة الوسيطية .

وتشير « ل »إلى الحد الأدني للفئة الوسيطية .

وتشير « ط » إلى طول الفئة الوسيطية .

وتمثل قيمة $\left(\frac{ط}{و}\right)$ حجم كل فئة جزئية صغيره . أما قيمة $\left(\frac{ن}{٢} - ف \right)$ فإنها تعطي المسافة بين ترتيب الوسيط ، والحد الأدني للفئة الوسيطية مقاسه بالفئات الجزئية الصغيرة . ففي المثال السابق تصبح قيمة الوسيط

كما يلي :-

$$\text{الوسيط} = ٤٩٥٠ + \left(\frac{٩٤٫٥-٨١}{٥١} \right) \times ١٠٠٠$$

$$= ٤٩٥٠ + \left(\frac{١٣٫٥ \times ١٠٠٠}{٥١} \right) = ٤٩٥٠ + ٢٦٥ = ٥٢١٥ \text{ دولارا .}$$

وهنالـك طريقة بديلة ولكنها مماثلة لتصور خطوات إيجاد قيمة الوسيط أعلاه . وبدلا من إيجاد طول كل فئة جزئية صغيرة وضربها بعدد الفئات الجزئية الصغيرة فأننا نستطيع توضيح منطق هذه الطريقة على النحو التالي :-

أولا : بما أن الفئة الوسيطية تحتوي على إحدى وخمسين مفردة ، وبما أننا نريد أن نتحرك من الحد الأدنى للفئة الوسيطية مسافة تساوي ١٣٫٥ فئة جزئية صغيرة حتي نصل لموقع الوسيط ، فإننا سنتحرك مسافة نسبتها $\frac{١٣٫٥}{٥١}$ من إجمالي المسافة بين الحدين الأدنى والأعلى للفئة الوسيطية .

ثانيا : نضرب طول الفئة الوسيطية (١٠٠٠ = طول الفئة الوسيطية) بالنسبة أعلاه للحصول علي قيمة الوسيط . وتسمي هذه العملية الحسابية بطريقة الاستكمال (Interpolation) . ولايهم (بالطبع) أي التفسيرين أكثر إقناعا من الأخر لان كلاً منهما يؤدي لنفس قيمة الوسيط . ويمكن التأكد من صحة قيمة الوسيط بإستخدام المعادلة الاحصائية الآتية والتي تعبر عن قيمة الوسيط بطرح قيمة معينه (ك) ، من الحد الأعلى (ك) للفئة الوسيطية .

$$\text{الوسيط} = \text{ك} - \left(\frac{\text{ف} - \frac{\text{ن}}{٢}}{\text{و}} \right) \times \text{ط} \qquad (٥ - ٧)$$

حيث تشير « ف » الي التكرار التراكمي المناظر للحد الأعلى للفئة الوسيطية .

وتشير « و » الي تكرارات الفئة الوسيطية . كما تشير « ط » الي طول الفئة الوسيطية . وتشير « ن »إلى مجموع التكرارات وتصبح قيمة الوسيط على النحو التالي : -

الوسيط = ٥٩٥٠ - ((١٣٢ - ٥ر٩٤) / ٥١) × ١٠٠٠ = ٥٢١٥ دولاراً

(٥ - ٤) مقارنة المتوسط الحسابي والوسيط

بعد شرح الخطوات الحسابية لايجاد الوسيط و« الوسط الحسابي » من البيانات المبوبة وغير المبوبة ننتقل لمقارنة خواص هذين المقياسين ونجملها فيما يلي :- أولاً / إن طريقة إيجاد « المتوسطالحسابي » تستخدم بيانات أكثر من البيانات التي تستخدم في حالة « الوسيط » بمعني أن جميع قيم مفردات المتغير تسخدم عند حساب « المتوسط الحسابي » أما حساب «الوسيط» فأنه يعتمد فقط على إستخدام المواقع النسبية للقيم . وإذا ماعدنا للمثال الخاص بالقيم غير المبوبة ٧٢ ، ٨١ ، ٨٦ ، ٦٩ ، ٥٧ ؛ نلاحظ أن قيمة الوسيط لاتتغير في حالة إرتفاع القيمة الكبيرة من ٨٦ الي ١٢٦ . فيما تزداد قيمةالمتوسطالحسابي إزدياداً ملحوظاً . وكما نلاحظ أن قيمة «المتوسط الحسابي » تتغير (تقل) إذا ما انخفضت القيمة الصغيرة من ٥٧ الي صفر ولكن قيمة الوسيط لاتتأثر في هذه الحالة. وعليه فأن الأختلاف الهام بين المقياسين يمكن تلخيصه فيما يلي :- « أنالمتوسطالحسابي يتأثر بتغيرات القيم الطرفية ولكن الوسيط لا يتأثر بالقيم الطرفية، إلا في حالة تغيير قيمة المفردة التي تقع في الوسط » .

ففي المثال السابق نلاحظ أنه مادامت قيمة المفردة الثالثه « ٧٢ » لم تتغير بعد ترتيب القيم ، فأن قيمة الوسيط لن تتغير . لذا فهذا الإختلاف الهام يساعدنا في تحديد أي المقياسين أكثر ملاءمة عند حساب مقاييس النزعة المركزية من توزيعات معينة ، وعادة مايرغب الباحث في أن يكون مقياسه مبنيا علي جميع قيم البيانات المتوفرة للمتغير . ففي مثل هذه الحالة لدى الباحث إحساس بالثقة في المقياس الذي يعتمد على جميع قيم المتغير . ورغم استحالة دعم هذا الإعتقاد بحجة إحصائية قوية إلا أنه في الحالات العادية يمكن تقديم بعض المبررات لتفضيل إستخدام المتوسط الحسابي علي بقية مقاييس النزعة المركزية . وعموما يبدو أن قيمة الوسط الحسابي أكثر إستقرارًا من قيمة الوسيط ، بمعني أن قيمته أقل إختلافا من عينة إلى أخرى . وبتركيز إهتمامنا في الفصول القادمة على الإحصاء الإستقرائي فإننا نلاحظ أن الباحث (عادة) مايهتم بتعميم نتائجه على مجتمع البحث أكثر من إهتمامه بعينة البحث نفسها . وبالطبع فإن الباحث ملم تماما بالحقيقة التي تشير الي أن إختيار عينة أخرى لايؤدي إلى نتائج مطابقة لنتائج العينة الأولى . فإذا تم إختيار عدد كبير من العينات بنفس الحجم ، نلاحظ أختلاف قيم المتوسطات الحسابية لتلك العينات . وكل الذي نرغب في توضيحه في هذا الصدد هو أن قيم المتوسط الخاصه بالعينات تكون أكثر إختلافا فيما بينها مقارنة باختلافات قيم الوسط الحسابي . وبما أننا في الواقع نختار عينة واحد ة يصبح من الأهمية معرفة ماإذا كان المقياس المستخدم سيقدم نتائج يعتمد عليها من حيث أنه سيكون هناك أقل تباين ممكن من عينة إلى أخرى . وهنا تجدر الإشارة إلى القانون المتعارف عليه وهو : -

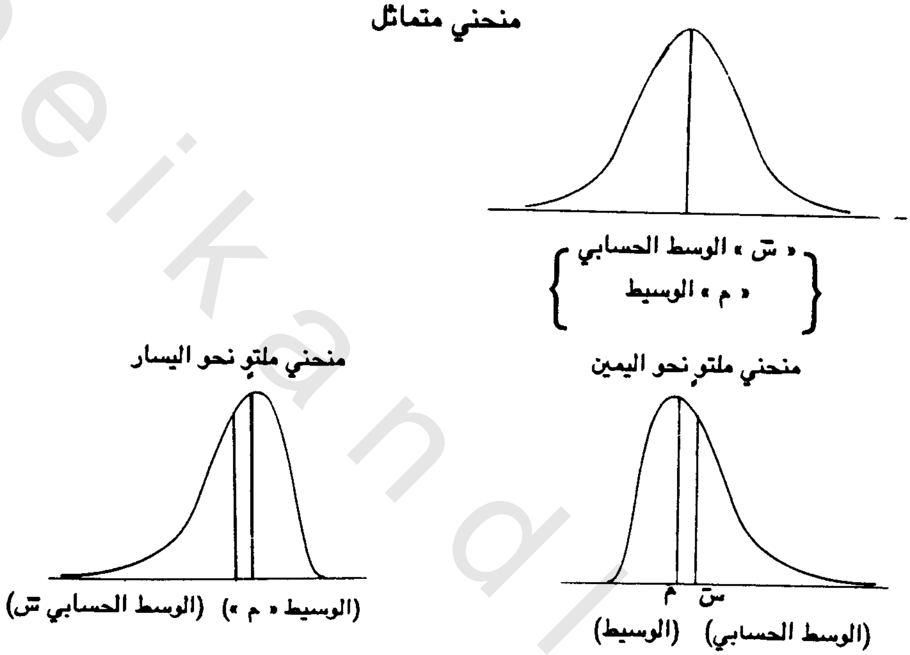
((إذا كنت في شك أي المقياسين تستخدم ، نعطي الأفضلية في الإستخدام للمتوسط الحسابي))

وبما أن إيجاد المتوسط الحسابي يعتمد على إستخدام جميع قيم مفردات المتغير ، وأن الوسيط لايعتمد على القيم الطرفية ، فإن الوسط الحسابي ربما يعطي في بعض الحالات نتائج مضللة في حالة وجود قيم طرفية ويجب أن نضع في إعتبارنا أن استخدامنا لمقاييس النزعة المركزية يجعلنا نهدف للحصول على وصف بسيط لقياس مدى تطابق القيم. فلنفترض في المثال السابق أن أحدي القيم الخمس أكثر تطرفا وتبلغ قيمتها ٩٦٢. ففي هذه الحالة لاتتغير قيمة الوسيط وتبقي علي ماهي عليه (٧٢) ولكن قيمة المتوسط الحسابي تصبح $\frac{١٢٤١}{٥}$ = ٢٤٨٫٢ . فهل قيمة المتوسط الحسابي هذه تمثل مقياسا لتطابق القيم ؟ بالطبع لا ، لأن قيمة المتوسط الحسابي لاتقترب من أي قيمة من القيم الخمس . فحقيقة في مثل هذا المثال الشاذ ليس هناك مقياساً واحدًا يمكن إستخدامه لوصف تطابق القيم بكفاءة . ولكن بما أن أربعًا من القيم الخمس تقع حول القيمه ٧٢ ، فمن الواضح أن إستخدام الوسيط يصبح أكثر صحة من إستخدام المتوسط الحسابي . ويمكننا القول :- « كلما كان توزيع قيم المتغير أكثر التواءاً ((أي حالة وجود قيم طرفية في إتجاه معين)) ، كان استخدام الوسيط أكثر ملاءمة من أستخدام الوسط الحسابي .

والشكل رقم (٥ - ١) يبين العلاقة بين الإلتواء والمواقع النسبية للمتوسط الحسابي والوسيط . وبما أن المتوسط الحسابي يتأثر كثيراً بالقيم الشاذة ، فإن قيمته تميل في إتجاه الإلتواء . وهذا يعني أن المتوسط الحسابي يميل في إتجاه ذيل المنحني .

الشكل رقم (٥ – ١)

يوضح العلاقة بين درجة الإلتواء والمواقع النسبية للوسط الحسابي والوسيط



فإذا كان التوزيع متماثلا تماما فإن قيم الوسيط والمتوسط الحسابي تتطابق . ومن الملاحظ أن توزيعات الدخول عادة ماتكون ملتوية نحو الدخول العالية ومع ميل قيم قليلة للتطرف نحو الدخول العالية جدًا . وعليه فإن حساب متوسط الدخل الشهري أو السنوي لمجتمع معين أو لمجموعة من الأفراد ربما يكون مضللاً . ولذا فإن الوسيط يصبح أكثر ملاءمة من المتوسط الحسابي لتلخيص توزيعات الدخول الشهرية أو السنوية . وفي حالة

التوزيعات التي تكون أكثر التواءً فعلي الباحث توضيح ذلك عند وصف البيانات . وقد يكون من المفيد في حالة التوزيعات الملتوية أن يقوم الباحث بحساب المقياسين ومن الملاحظ أن هذا نادراً مايحدث عند إعداد البحوث والدراسات المختلفة .وللمتوسط الحسابي خاصية ثانية لاتنطبق على الوسيط. ويمكن التحقق من صحتها بسهولة باستخدام قوانين الجبر ففي بعض الحالات يصبح من الضروري إيجاد المتوسط الحسابي المرجح . نفترض أن لدينا المتوسطات الحسابية في الجدول رقم (٥ – ٦) لدخول ثلاثة مجتمعات ريفية (أ ، ب ، جـ) ذات دخول منخفضة .

جدول رقم (٥ – ٦)

يوضح عدد السكان ومتوسط الدخل السنوي لثلاثة مجتمعات ريفية

المجتمعات	عدد السكان	المتوسط الحسابي بالدولار
المجتمع « أ »	١٠٫٠٠٠	٣٥١٨
المجتمع « ب »	٥٫٠٠٠	٤٧٦٠
المجتمع « جـ »	٨٫٠٠٠	٤١٢٢
المجتمعات الثلاثة	٢٣٫٠٠٠	٣٩٩٨٫٠٩

إذا كانت أعداد السكان متساوية في المجتمعات الثلاثة ، فإننا نحصل علي قيمة الوسط الحسابي لإجمالي السكان في تلك المجتمعات بقسمة مجموع المتوسطات الحسابية علي ثلاثة . ولكننا نلاحظ من الجدول رقم

(٥ - ٦) أن عدد سكان المجتمع « أ » يساوي ضعف عدد سكان المجتمع « ب » وبمعني آخر فأن المتوسط الحسابي ٣٥١٨ دولارًا قد حسب من مجموعة تمثل ضعف عدد المفردات التي يمثلها المتوسط الحسابي ٤٧٦٠ دولارًا . فإذا ماحسبنا المتوسط الحسابي لجميع مفردات المجتمعات الثلاثة فأن القيمة المحسوبه بهذه الطريقة ستعكس هذه الحقيقة . ولإيجاد المتوسط الحسابي الحقيقي لسكان المجتمعات الثلاثة نرجح كل متوسط حسابي بعدد المفردات المناظرة للمتوسط الحسابي ثم نقسم مجموع حواصل الضرب المتناظرة على إجمالي مفردات المجتمعات الثلاثة (٢٣٠٠٠ شخص) .

والمعادلة الرياضية أدناه توضح ذلك : -

$$\bar{س} = \frac{\sum_{و=١}^{و=ك} ن_و \times \bar{س}_و}{ن} \qquad (٥ - ٨)$$

حيث تشير « ن و » و « $\bar{س}_و$ » إلى عدد المفردات والمتوسط الحسابي للمجتمع « و » علي التوالي. كما تشير « ك » الي عدد المجتمعات . وتشير « ن » الي مجموع أفراد المجتمعات الثلاثه ($ن_١ + ن_٢ + ن_٣$) وباستخدام المعادلة أعلاه تصبح قيمة المتوسط الحسابي المرجح علي النحو التالي : -

$$\bar{س} = \left(\frac{٤١٢٢ \times ٨٠٠٠ + ٤٧٦٠ \times ٥٠٠٠ + ٣٥١٨ \times ١٠٫٠٠٠}{٢٣٠٠٠} \right)$$

$$\therefore \bar{س} = \frac{٩١٫٩٥٦٠٠٠}{٢٣٠٠٠} \doteq ٣٩٩٨,٠٩ \text{ دولارًا}$$

ونستطيع بسهولة توضيح المنطق الإحصائي لطريقة حساب المتوسط الحسابي المرجح ، وذلك بملاحظة أن قيمة المتوسط الحسابي للمجتمع « و » تحسب بقسمة مجموع قيم مفردات هذا المجتمع بعدد مفرداته « $ن_{و}$ (١) »

وعليه فإن مجموع حاصل ضرب ($ن_{و}$ × س) يمثل إجمالي قيم مفردات المجتمع « و » وبقسمة مجموع حواصل الضرب الثلاثة على إجمالي عدد المفردات (ن = ٢٣٠٠٠) نحصل على نفس قيمه المتوسط الحسابي التي تحسب علي أساس إنتماء جميع المفردات لمجتمع واحد بدلاً عن ثلاثة مجتمعات . إن مثل هذه المعالجة الجبرية للمتوسط الحسابي تصبح مفيدة في كثير من الحالات التي تستلزم ترجيح قيم معينة على قيم أخري . ويبدو واضحاً أن قيمة الوسيط لإجمالي المفردات لاتحسب بطريقة الأوزان .

---

(١) وعادة مانرجح المتوسطات الحسابية « $س_{و}$ » بالأوزان « $ز_{و}$ » ، فتصبح الصيغة الرياضية للوسط الحسابي المرجح علي النحو التالي :

$$\bar{\text{س}} = \frac{\sum_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ك}} \text{ز}_{\text{و}} \times \text{س}_{\text{و}}}{\sum_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ك}} \text{ز}_{\text{و}}}$$

كما تحسب الأوزان بحيث يكون مجموعها الكلي واحداً صحيحاً

$$\left(\sum_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ك}} \text{ز}_{\text{و}} = 1 \right)$$

أو يكون مجموع الأوزان هو إجمالي مفردات العينه $\left(\sum_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ك}} \text{ز}_{\text{و}} = \text{ن} \right)$

كما هو موضح بالمثال أعلاه

المرجحة نفسها كما هو الحال بالنسبةللمتوسطالحسابي . لاننا إذا علمنا قيم المفردات الوسيطية لكل من المجتمعات الثلاثة فإننا لانزال نجهل قيمة الوسيط لجميع مفردات العينة .

يجب ملاحظة الإختلاف الثالث الهام بين المتوسط الحسابي والوسيط من بيانات المتغيرات الرتبية والفاصلة والنسبية . نلاحظ أن إيجاد المتوسط الحسابي من بيانات المتغيرات الرتبية قد يكون عديم المعني . وعلي الرغم من أن قيمة الوسيط ستكون هي الأخري عديمة المعني مالم يكن مستوي قياس المتغيرات فتري أو نسبي، الا أنه من المحتمل تحديد موقع القيمة الوسيطية للمتغيرات الرتبية وهذا يعني امكانية فصل المفردات في أحدى الفئتين ، الفئة التي تقع قبل الوسيط وتلك التي تأتي بعده من حيث قيمها . ومقاييس الموقع (Positional Measures) يمكن إستخدامها للمتغيرات الرتبية . وهذه الخاصية مفيدة في تطوير إختبارات الفروض التي لاتتطلب مقاييس فترية .

٥ – ٥ مقاييس النزعة المركزية الأخري :-

هنالك عدة مقاييس أخري للنزعة المركزية ، ولكنها لاتستخدم كثيراً في البحوث المرتبطة بالعلوم الإجتماعية . ويعتبر المنوال (Mode) أحد هذه المقاييس . ويعرف المنوال بأنه قيمة المفردة الأكثر شيوعاً أو تكراراً بين مفردات المتغير .وإذا نظرنا إلى القيم التالية (بيانات غير مبوبة) ، التي تمثل ثلاث مجموعات فإننا نلاحظ أن المجموعة الأولى لها منوال قيمته ٧٥ ، لأن هذه القيمة هى القيمة الوحيدة التي تكررت أكثر من مرة مقارنة ببقية قيم المجموعة الأولى :

قيم المجموعة الأولى : ٧١ ، ٧٥ ، ٨٣ ، ٧٥ ، ٦١ ، ٦٨

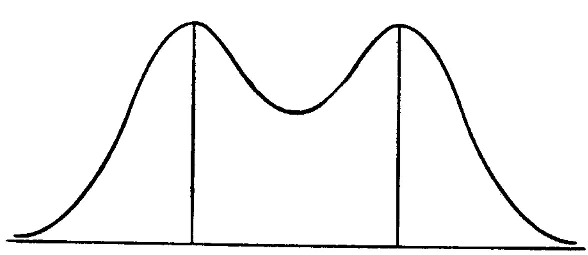
قيم المجموعة الثانية : ٧١ ، ٧٥ ، ٨٣ ، ٨٤ ، ٦١ ، ٦٨

قيم المجموعة الثالثه : ٧١ ، ٧٥ ، ٨٣ ، ٧٥ ، ٨٣ ، ٦٨

كما نلاحظ عدم وجود قيمة منوالية لقيم المجموعة الثانية . ولكننا نلاحظ وجود قيمتين منواليتين لقيم المجموعة الثالثة (٧٥ ، ٨٣) . ويستفاد من إستخدام المنوال في حالة وجود أعداد كبيرة من مفردات المتغير كما هو الحال في البيانات المبوبة . وفي بعض الحالات نتحدث عن الفئة المنوالية (للبيانات المبوبة) ، وذلك باعتبار مركز هذه الفئة قيمة منوالية .ونلاحظ من البيانات المبوبة في الجدول رقم (٥ - ٢) أن الفئة المنوالية هى التي تتراوح بين ٥٠٠٠ و ٥٩٠٠ . وفي الرسم البياني للتوزيع التكراري تمثل قيمة المنوال بأعلى نقطة على المنحني . أما في حالة التوزيع التكراري المتماثل)) ((Symmetrical Distribution ذي القيمة المنوالية الواحدة ، فأن قيم المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال تكون كلها بالطبع متماثلة (Identical) . ولابد من التمييز بين التوزيعات ذات المنوال الواحد ((Unimodal)) والتوزيعات ذات المنوالين ((Bimodal)) والتوزيع الأخير يأخذ الصوره الموضحة في الشكل رقم (٥- ٢) .

الشكل رقم (٥ - ٢)

يوضح توزيعا تكراريا ذا منوالين



وعندما نتحدث عن التوزيعات التكرارية ذات المنوالين فإننا عادة لانفترض أن للقيمتين المنواليتين ارتفاعاً متساوياً كما هو مفهوم ضمنا من التعريفات السابقة للمنوال .

وبما أن المنوال يشير الي الفئة ذات التكرارات الأكثر فإننا نستطيع الإستفادة من هذا التعريف في وصف بيانات المتغيرات الإسمية والرتبية والفترية . وفي حالة المتغيرات الإسمية فأن الفئة المنوالية يمكن إعتبارها إحدى أنواع مقاييس النزعة المركزية ، طالما أن ترتيب الفئات ليس مقصوداً في مثل هذه الحالات كما أن هنالك مقياسين آخرين لانلاحظ لهما إستخدامات كثيرة في البحوث الإجتماعية ، مثل الوسط التوافقي ((Har-monic Mean)) والوسط الهندسي ((Geometric Mean)) . وهذان المقياسان يحسبان بالصيغ الرياضية الأتيه : -

$$\text{الوسط التوافقي} = \frac{ن}{\sum_{و=1}^{و=ن} \frac{1}{س_و}}$$

$$\text{الوسط الهندسي} = \sqrt[ن]{س_1 \times س_2 \times س_3 \times \cdots \times س_ن}$$

حيث تشير $س_و$ الي قيمة المفردة « و » وتشير « ن » الي مجموع مفردات المتغير .

وبالنسبة للمعادلة الرياضية الأخيرة نلاحظ أن قيمة « ن » الواقعه أمام الجذر تشير الي إننا نوجد الجذر « النوني » لحواصل ضرب جميع قيم المفردات ($س_1 \times س_2 \times \cdots س_ن$)

٥ – ٦ العُشير ،الربيع والمئين Decile Quartile &Percentile

لقد أشرنا في حديثنا السابق عن الوسيط الي وجود مقاييس المئينات (Percentiles) التي تستخدم لتحديد موقع القيم التي تكون أكبر من نسبة معينة من مفردات المتغير . وعلى الرغم من أن هذه المقاييس الأحصائية لاتقيس لنا بالضرورة درجة التطابق وظاهرة النزعة المركزية إلا أنها نظيرة لمقياس الوسيط وبدلاً من إيجاد القيمة التي تترك نصف المفردات بعدها والنصف الآخر قبلها (كما في حالة الوسيط) فإننا قد نرغب في تحديد قيمة الربيع الأول (First Quartile) التي تكون ربع مفردات المتغير أقل منها. وبالمثل فإن قيمة الربيع الثالث (Third quartile) تمثل القيمة التي تكون ثلاثة أرباع مفردات المتغير أقل منها . وبإمكان الباحث تقسيم المفردات الي عُشيرات (Deciles) بدلاً عن أرباع وذلك بتحديد العُشير الأول الذي يشير إلى موقع المفردة التي تكون قيم عشر المفردات أقل منها . وبالمثل يمكن تحديد العشير الثاني والثالث وحتى العشير التاسع . ولعل القارئ ملم بمقياس المئين (Percentile) الذي يقسم مفردات المتغير الي مائة جزئية ذات قيم متساوية فإذا علمنا أن درجةالطالب « س » في إختبار معين تقع في المئين رقم ٩١ ، فهذا يعني أن ٩١ ٪ من الطلاب الذين جلسوا معه للاختبار نفسه قد حصلوا علي درجات أقل من درجة الطالب « س ».ان طريقة حساب الربيع والعشير والمئين مشابهة لطريقة حساب الوسيط . ففي حالة البيانات المبوبة ، فإننا في البداية نحدد الفئة التي يقع فيها المؤشر الإحصائي المطلوب.وبالرجوع إلىالبيانات المبوبة في الجدول رقم (٥ – ٥) ، يمكن حساب قيمة الربيع الأول بتحديد موقع المفردة رقم $\frac{ن}{٤}$ (أي المفردة رقم ٢٥ر٤٧) . ومن بيانات العمود الذي يحتوي على التكرارات التراكمية ((Cumulative Frequency)فإننا نلاحظ أن الربيع الأول يقع بين الفئة

(٣٩٥٠ - ٤٩٥٠) . وبما أن هذه الفئه تحتوي علي ٣٨ مفردة ، فإننا سوف نتحرك مسافة قدرها ($\frac{٤٧,٢٥ - ٤٣}{٣٨}$) من طول الفئة .

وعليه تُحسب قيمة الربيع الأول «ك $_{١}$ » علي النحو التالي :

$$ك_{١} = ٣٩٥٠ + \left[\frac{٤٧,٢٥ - ٤٣}{٣٨} \right] \times ١٠٠٠$$

$$\therefore ك_{١} = ٣٩٥٠ + ١١٢ = ٤٠٦٢ \text{ دولاراً}$$

وعليه يصبح حساب بقية مقاييس الموقع (Positional Measures) بنفس الطريقة أعلاه ، وكما هو واضح من تعريف الوسيط فأن قيمته تعادل قيمة الربيع الثاني وقيمة العشير الخامس وقيمة المئين الخمسين وبما أن مقاييس الربيع والعُشير والمئين نادرة الإستخدام في البحوث والدراسات الإجتماعية إلا أننا نري علي الأقل ضرورة توضيح مفهومها للقارئ .

تمرين الفصل الخامس

١- احسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال للقيم الأتية :-

٢٦ ، ٣٧ ، ٤٣ ، ٢١ ، ٥٨ ، ٢٦ ، ٣٣ ، ٤٥

٢- احسب المتوسط الحسابي والوسيط للبيانات المبوبة في السؤال الأول من تمرين الفصل الرابع . ثم إحسب المقاييس نفسها في السؤال الثاني من تمرين الفصل الرابع ؟

٣ - احسب الربيع الثالث والعشير الرابع والمئين ٧١من بيانات السؤال الأول من تمرين الفصل الرابع ؟

٤ - البيانات (الافتراضية) التالية توضح توزيع النسبة المئوية لأسر المزارعين في ٦٠ إقليما. احسب المتوسط الحسابي والوسيط لهذه البيانات ؟

فئات النسب المئوية	التكرارات
(١٠ – ١٩)	٧
(٢٠ – ٢٩)	١٦
(٣٠ – ٣٩)	٢١
(٤٠ – ٤٩)	١٢
(٥٠ – ٥٩)	٤
المجموع	٦٠

٥– باستخدام البيانات الموضحة أعلاه (السؤال الرابع) ، وضح كيف يتأثر المتوسط الحسابي والوسيط (يزيد ، ينقص ، يبقي كما هو) اذا : –

أ – إتسعت الفئة الأخيرة وأصبحت (٥٠ – ٦٩) ولكن عدد تكرارات الفئة لم يتغير .

ب – إذا اضيفت ١٠ للفئات فأصبحت (١٠ – ٢٩) ، (٣٠ – ٣٩) ، (٤٠ – ٥٩) ، وظلت التكرارات كما هي ؟

جـ – اذا لم تتغير أطوال الفئات ، ولكن إنتقلت مفردتان فقط من الفئة (٢٠ – ٢٩) الي الفئة (٣٠ – ٣٩)وبذلك يصبح التوزيع التكراري الجديد للفئات علي النحو التالي : (٧ ، ١٤ ، ٢٣، ١٢ ، ٤) .

دَ – اذا لم تتغير أطوال الفئات ولكن تضاعفت التكرارات في كل الفئات.

٦– جلست مجموعة من ١٠ طلاب و٧ طالبات لإختبارات الجبر ، فأذا كان المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب ٨٤ والوسيط ٧٤. وإذا كان المتوسط لدرجات الطالبات يساوي الوسيط لدرجات الطالبات = ٧٩. فإذا إستنتجت المدرسة من نتائج هذا الاختبار أن نتائج الطلاب أفضل من نتائج الطالبات. هل لإستنتاجات المدرسة مايبررها ؟ ولماذا ؟ في حالة الإجابة « بنعم » أو

« بلا» كيف تفسر الفرق الكبير بين المتوسط الحسابي والوسيط لدرجات الطلاب ؟

٧ – اذا وجد باحث أن المتوسط الحسابي لعمر ٥٠ حاكم ولاية يساوي ٥١٫٦ سنه ، والمتوسط الحسابي لعمر ١٠٠ من أعضاء مجلس الشيوخ يساوي ٦٢٫٣ سنه ، والمتوسط الحسابي ل ٤٣٥عضوا من مجلس النواب يساوي ٤٤٫٧ سنة .

إحسب متوسط العمر لجميع هؤلاء السياسين ؟ إذا كانت المؤشرات الإحصائية أعلاه تشير الي قيم وسيط الأعمار ، فهل نستطيع الحصول علي قيمة المتوسطلجميع هؤلاء السياسيين ؟ ولماذا؟ في حالة « نعم » أو في حالة « لا » .