الفصل السادس

مقاييس بيانات الفترات

مقاييس التشتت

في كثير من الأحيان نجد أن مقاييس النزعة المركزية Measures of Central tendency تحظى بالإهتمام دون غيرها من المقاييس في مجال البحوث الإجتماعية · فمثلاً قد نرغب فى مقارنة عدة طوائف دينية من حيث متوسط حضورها لأداء المناسك الكنسية ، أو من حيث مستوى دخل أفرادها · كما قد نرغب في الحصول على مقاييس للتجانس فيما بين أفراد تلك الطوائف المختلفة ، إذ يمكننا مثلاً أن نفترض أن إحدى الطوائف الدينية هى الأكثر إحتمالاً من غيرها على اجتذاب أنصارها من طبقة إجتماعية بعينها · ومن ناحية أخرى فقد تقودنا الأفكار العامة أو المسلمات (كتلك التى تتصل بتمركز السلطات والرأى العام حول التقاليد) إلى افتراض أنَّ الإهتمام بالتشتت والتنافر ربما يكون مجرد أمر نظرى بحت · ومن المفترض أن أى إهتمام «بعدم المساواة» يفترض تلقائياً شيئاً ما يتعلق بالتشتت أو التنافر · وفى بعض الأحيان عندما تجرى تجربة ما فإن إخضاع الدرجات أو الحالات المدروسة للتجربة لا يؤثر فحسب على متوسط هذه الدرجات ، بل قد يتعدى ذلك إلى زيادة أو نقصان التشتت فى هذه الدرجات · فنحن وإن كنا نُعْنى بمقارنة مقاييس النزعة المركزية بالدرجة الأولى ، فلربما نحتاج لمعرفة شئ عن التشتت فى كل مجموعة · نحن ندرك باحساسنا أنه إن كانت كل واحدة من الطوائف الدينية متنافرة بدرجة كبيرة ، فيما يختص بخلفية دخل الفرد ، أو متوسط حضورهم أداء المناسك بالكنيسة ، فإن فرقاً معينا بين

متوسط دخولهم – قل مثلاً ٢٠٠٠ دولار – سوف لا يكون مهما أو ذا دلالة إحصائية تذكر بالدرجة التى ستكون عليها أهمية هذا الفرق فيما لو كانت كل واحدة من هذه الطوائف أكثر تجانساً . وعندما نتطرق للإحصاء الإستقرائى inductive statistics سنكون فى وضع يسمح لنا بِتبْرير هذا الإحساس وسنرى لماذا نالت مقاييس التشتت كل هذه الدرجة من الأهمية . أما في هذا الفصل فيجب أن نركز على الآليات ، ريثما نقدم في الفصل القادم على إعطاء شرح لأهم مقياس من مقاييس التشتت وهو الإنحراف المعيارى Standard deviation .

٦ – ١ المدى The Range

يُعَرَّف المدى بأنه الفرق بين أعلى وأدنى درجة في البيانات المعطاة . وهكذا فإنه فى البيانات المعطاة فى الفصل السابق (٧٢ ، ٨١ ، ٨٦ ، ٦٩ ، ٥٧) سيكون المدى هو الفرق بين ٨٦ و ٥٧ – أى ٢٩ . فى العادة يتم تعيين المدى بتوضيح الفرق الحقيقى (٢٩) أو بإعطاء الدرجتين الطرفيتين مثلاً ٥٧ و ٨٦ في مثالنا هذا . أما إذا جمعت البيانات ثم صُنِّفت باستخدام الفئات فإن المدى سَيُحْسَب بالفرق بين منتصفي الفئتين الطرفيتين، وهكذا فلو كان منتصف الفئة الدنيا ٢٤٥٠ ومنتصف الفئة العليا ٧٤٥٠ فإن المدى سيكون (٧٤٥٠ – ٢٤٥٠) = ٥٠٠٠

البساطة المتناهية للمدى باعتباره مقياساً للتشتت هى في الواقع ميزة حسنة وسيئة فى آنٍ واحد . فالمدى يمكن أن يبرهن أنه مفيدٌ إذا رُغب فى استخدامه للحصول على مؤشر عام (لكنه غير دقيق) للتشتت من حسابات

سريعة ٠أو إذا كانت الحسابات ستجرى بواسطة أناس ليسوا مُلِمِّين بمادة الإحصاء ٠ فإن كان المعنى بعرض البيانات جمهور يبعد نسبياً عن تعقيدات الإحصاء فإن المدى ربما يكون هو مقياس التشتت الوحيد الذى يمكن أن يُدْرك من غير كبير عناء ٠ أما فيما يختص بعلماء الإجتماع ، فإن مستوى وعيهم يتلاحق بخطى تقترب كثيراً من نقطة الإنطلاق لفرضية أن مقاييس أكثر كفاءة يمكن أن تُفهم ٠ وقصور المدى بوصفه مقياساً للتشتت واضح جداً ٠ فهو يعتمد فقط على حالتين أو درجتين من مجمل البيانات ، وهما الدرجتان الطرفيتان العليا والدنيا ٠ وبما أن الحالات أو الدرجات الطرفية أو الشاذة هى الأكثر إحتمالاً لأن تكون الأكثر نُدْرة فى معظم المشكلات العملية فإننا ندرك بسهولة أنه يكون مجرد صدفة أن نجد واحدة أو اثنين من هذه الحالات بين الحالات المكونة للعينة ٠ إفترض مثلاً أن هناك مليونيراً واحداً فى المجتمع الذى سحبت منه العينة ٠ فإذا اخترنا عشوائياً عشرة أشخاص من هذا المجتمع فإن هذا المليونير يحتمل ألا يكون ضمنهم٠ ولكن هب أنه اختير ضمن هؤلاء العشرة ٠ هنا سنجد أن المدى كمقياس لدرجة التشتت فى دخول هؤلاء العشرة يكون كبيرا جدًا ، وبالتالى مضلِّلاً كمقياس للتشتت ٠ فإذا استخدمنا المدى مقياساً ، سوف لا نعرف أى شئ عن التفاوت فيما بين الدرجات التى تتوسط القيمتين الطرفيتين عدا حقيقة أن القيم تندرج بشكل ما خلال هذا المدى ٠ وكما يدل هذا المثال فإن المدى يختلف كثيراً من عينة إلى أخرى ٠ زيادة على ذلك فإنه يكون أكبر فى العينات الكبيرة عنه فى الصغيرة ، وذلك ببساطة لأن فرص وجود مفردات أو حالات طرفية فى العينات الكبيرة أكثر من فرص وجودها فى العينات الصغيرة ٠ لهذه الأسباب لا يُستخدم المدى عادة (في البحوث الإجتماعية) باستثناء بعض المستويات الاستكشافية الأولية جداً ٠

هناك مقياس بسيط آخر يسمى نسبة الإختلاف variation ratio يمكن استخدامه فى حالة البيانات المبوبة . ويناسب هذا المقياس - بصفة خاصة - البيانات الإسمية nominal scale data وهو فى الأساس مقياس لدرجة تمركز المفردات أو الحالات فى الفئة المنْوالية Modal Category أكثر منه مقياساً لتوزيع الحالات بشكل أكثر تساوياً على كل الفئات . وتعرف نسبة الإختلاف بالمعادلة التالية :

$$\text{نسبة الإختلاف} = ١ - \frac{\text{التكرار المنوالى}}{\text{المجموع الكلى للحالات}}$$

ومن الواضح أن هذا المقياس لا يستجيب لتوزيع المفردات التى تتباعد عن الفئات المنوالية ، وبالطبع فهو يعتمد على عملية « التصنيف إلى فئات ». فميزة نسبة الإختلاف ترتكز على بساطته المتناهية وسهولة إدراكه المبنية فقط على الإحساس بالإضافة إلى أنه فى حالة البيانات الإسمية فإن الشخص لا يستطيع أن يستفيد من ترتيب الفئات لاستخدام مقاييس أكثر دقة .

٦ - ٢ الإنحراف الرُّبَيْعى The Quartile Deviation

هناك مقياس آخر قلما يظهر فى أدبيات علم الإجتماع لكنه يستخدم أحيانًا فى ميادين علم النفس والتربية ، ويطلق عليه « الانحراف الربيعى » أو « شبه المدى الربيعى » Semi - interquartile range . الانحراف الربيعى (ك) هو نوع من أنواع المدى لكن بدلاً من أن يمثل الفرق بين المفردتين أو الدرجتين الطرفيتين فإنه يعرف جزافاً بأنه نصف المسافة بين الربع الأول والثالث . وبالرموز تعكسه المعادلة التالية :

$$ك = \frac{ك_٣ - ك_١}{٢} \qquad (٦ - ١)$$

وتمثل $ك_١$ و $ك_٣$ الربع الأول والربع الثالث على التوالى . لاحظ أن الانحراف الربيعى هو نصف المدى الذى تغطيه نصف المفردات الوسطية ، وبما أن الربع الأول [$ك_١$] والربع الثالث [$ك_٣$] يتفاوتان تفاوتًا أقل من تفاوت المفردتين الطرفيتين من عينة إلى أخرى ، فإن الإنحراف الربيعى يبُزّ المدى بمراحل فى استقراره كمقياس للتشتت رغم أنه لا يتمتع بميزة تمثيل كل البيانات أو المعلومات فى التوزيع . نحن لا نقيس التباين فى الحالات الوسطية وفى نفس الوقت لا نهتم بما يحدث فى أطراف التوزيع . لذلك فسوف نوجه إهتمامنا لمقياسين من مقاييس التشتت يراعيان هذه الميزة المرغوب فيها .

٦ – ٣ متوسط الإنحرافات mean deviation

إذا كنا نود أن نأخذ فى الإعتبار جميع المفردات تحت الدراسة فإن الحس السليم يقول بأن نأخذ الإنحرافات لكل مفردة (أو حالة) عن قيمة مقياس ما من مقاييس النزعة المركزية ، ثم نحسب ما يمكن أن يمثل متوسطًا لهذه الإنحرافات لنستطيع تحييد عدد الحالات المشمولة في هذا الإطار – أى إطار الإنحرافات . فيمكن مثلاً أن نأخذ الوسيط median أو المنوال mode كمقياس للنزعة المركزية ، وإن كنا عادة نستخدم المتوسط الحسابى arithmetic mean والذى هو أكثر المقاييس إقناعًا فى معظم الأحوال . افترض أننا ببساطة نود أن نجمع الإنحرافات الفعلية عن المتوسط الحسابى . لسوء الحظ ، وكما نعلم جيداً ، ستكون النتيجة دائمًا

[صفراً] طالما أن الإنحرافات الموجبة والسالبة تلغى بعضها بعضاً . وهذا يعنى أننا لكى نتحصل على مقياس للتشتت حول المتوسط الحسابى لابد من أن نتخلص من العلامات السالبة . هنا تتوفر لدينا طريقتان لبلوغ ذلك :

١ - نهمل العلامات (السالبة والموجبة جميعها) ونأخذ بالقيم المطلقة للإنحرافات .

٢ - نربِّع الإنحرافات .

وهاتان الطريقتان تقودان إلى مقياسى التشتت المتبقيين واللذين سنتطرق إليهما فى هذا الفصل وهما « متوسط الإنحرافات المطلقة عن وسطها الحسابى » و « الإنحراف المعياري » .

$$\text{متوسط الإنحرافات المطلقة عن وسطها الحسابى} = \frac{\sum_{\text{و}=\text{١}}^{\text{ن}} \left| \text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}} \right|}{\text{ن}} \qquad (\text{٦} - \text{٢})$$

إن متوسط الأعداد ٧٢ ، ٨١ ، ٨٦ ، ٦٩ ، ٥٧ هو ٧٣ . وبطرح ٧٣ من كل واحدٍ من الأعداد المذكورة ومع إهمال العلامة (سالبة أو موجبة) ثم يجمع الناتج ويقسم المجموع على ٥ ، سنتحصل على :

$$\frac{\sum_{\text{و}=\text{١}}^{\text{ن}} \left| \text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}} \right|}{\text{ن}} = \frac{\text{١} + \text{٨} + \text{١٣} + \text{٤} + \text{١٦}}{\text{٥}} = \text{٨ر٤} .$$

ولذلك يمكن القول إن الدرجات تختلف عن الوسط الحسابى بما مقداره - فى المتوسط - ٨ر٤ درجة . وبالرغم من أن متوسط الإنحرافات المطلقة يمكن إدراكه بالحدس مباشرة أكثر من إدراك الإنحراف المعيارى ، إلا أن له عدة مساوئ خطيرة : -

فالأعداد أو الأرقام المطلقة لا يمكن معالجتها جبريًا بسهولة .

ثانياً : - وهذا هو الأهم - فإن متوسط الإنحرافات المطلقة لا يمكن تفسيره نظريًا بسهولة ، كما أنّه لا يقود إلى نتائج حسابية مبسطة كما هو الحال بالنسبة للإنحراف المعيارى standard deviation . ولكن لأغراض وصفية ، بحتة ، فإن متوسط الإنحرافات المطلقة ربما يكون كافيًا ، مع أن الإنحراف المعيارى - كما سنرى - يكون أكثر قابلية للفهم والتفسير فى حالة المنحنى الطبيعى The normal curve . وعندما نتطرق إلى الإحصاء الإستقرائى Inductive Statistics سنجد أن الإنحراف المعيارى هو المقياس الأكثر استخدامًا نسبة لتفوقه النظرى .ولهذا السبب فإننا لا نجد أى إشارة تقريبا « لمتوسط الإنحرافات المطلقة» فى أدبيات العلوم الإجتماعية ، ولم نعرضه هنا إلا ليكون تمهيداً للحديث عن فكرة الإنحراف المعيارى .

٦ - ٤ الإنحراف المعياري : Standard Deviation

الآن وقد تفادينا تقريبًا عدة مقاييس أخرى للتشتت يمكننا أن ندلف لأكثر مقاييس التشتت فائدة وأكثرها استخدامًا ألا وهو الإنحراف المعيارى. ويعرف الإنحراف المعيارى بأنه الجذر التربيعى لمتوسط تربيع إنحرافات القيم عن المتوسط الحسابى . ويرمز له بالمعادلة التالية :

$$ع = \sqrt{\frac{\sum_{و=1}^{و=ن} (س_و - \bar{س})^2}{ن}} \qquad (٦ - ٢)$$

حيث أن « ع » تمثل الإنحراف المعياري · وتعبيراً بالكلمات ، فإننا نحسب إنحراف كل قيمة من المتوسط الحسابى ، ثم نربِّع هذه الإنحرافات ويجمع ناتج التربيع ، ثم تقسِّم على عدد الحالات أو المفردات Cases ، ثم بعد ذلك نستخرج الجذر التربيعى · ولنحصل على النتيجة الصحيحة فإن العمليات الحسابية يجب أن تجرى بهذا الترتيب بالضبط · فى مثالنا الرقمى يمكن أن نحصل على الإنحراف المعيارى كالآتى : –

س و	(س و – سَ)	(س و – سَ)^٢
٧٢	– ١	١
٨١	٨	٦٤
٨٦	١٣	١٦٩
٦٩	– ٤	١٦
٥٧	– ١٦	٢٥٦
٣٦٥	صفر	٥٠٦

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{٣٦٥}}{\text{٥}} = \text{٧٣} \;\text{؛}\; \text{ع} = \sqrt{\frac{\text{٥٠٦}}{\text{٥}}} = \sqrt{\text{١٠١ر٢}} = \text{١٠ر٠٦}$$

المعنى المحسوس لقيمة الإنحراف المعيارى [٦٠ , ١٠] لا يكون واضحًا إلا لاحقاً حينما نستخدم الإنحراف المعياري ع ؛ ليعطينا المساحات تحت المنحنى الطبيعى . وفى الوقت الحاضر نتقبل هذه القيمة كمجرد رقم « لا يمثل حقيقة ملموسة » . هنالك عدة ميزات للإنحراف المعيارى يمكن تعيينها على أية حال . فنحن نلاحظ أنه كلما زاد الإنتشار حول المتوسط الحسابى زادت قيمة الإنحراف المعيارى . فإذا كانت القيم الخمس فى المثال أعلاه متساوية فإن تربيع جميع الإنحرافات عن المتوسط الحسابى تساوى صفراً، وتبعًا لذلك فإن قيمة الإنحراف المعيارى تكون صفرًا أيضًا . ثم أننا نرى أن أكثر الإنحرافات حدَّة عن المتوسط الحسابى ؛ هى التى لها أكبر الأوزان فى تحديد قيمة المتوسط الحسابى . فالقيمتان ١٦٩ و ٢٥٦ تطغيان على تربيع الانحرافات الأخرى الثلاثة . وبتربيعنا للإنحرافات ، ولو أننا - لاحقًا - أخذنا الجذر التربيعى ، فإننا فى الواقع نعطى ثقلاً - أكبر نسبيًا - للقيم الطرفيـة ، وبدرجة تفوق كثيراً ما نعطيه لها ونحن نحسب المتوسط الحسابى . وهذا يجبرنا على أن نخفف من حماسنا ونحن نتحدث عن الإنحراف المعيارى كأحسن مقياس للتشتت . وبالتأكيد فإن كانت هنالك عدة حالات طرفية أو شاذة ، فإننا نرغب فى أن يشير مقياسنا إلى هذه الحقيقة . أما إذا كان التوزيع يحتوى على حالات قليلة كهذه ، فإن الإنحراف المعيارى يمكن أن يعطى نتائج مضلِّلة ، حيث أن قيمته قد تكون كبيرة بدرجة غير مألوفة . فى مثل هذه الحالات قد نستخدم الوسيط مقياسًا للنزعة المركزية وربما الإنحراف الربيعى كمقياس للتشتت . لكن فى غالبية البيانات فإن الإنحراف المعيارى يكون مناسبًا على أية حال . أو لا يكون معقولاً لو سألنا عن أهمية أخذ الجذر التربيعى ونحن نحسب مقياسًا للتشتت ؟ أحد أسهل الإجابات - وإن كانت غير كافية - هى: أن هذه هى

الطريقة التى يُعرَّف بها الإنحراف المعيارى · من الممكن تبرير أخذ الجذر التربيعى بالإشارة إلى أنه ما دمنا قد قمنا بتربيع أيٍّ من الإنحرافات ، فإننا لم نفعل أكثر من كوننا عوضنا تلك الخطوة الأولى [التربيع] بهذه الأخيرة [الجذر التربيعى] · لكن ، وعلى أية حال ، فإننا نكون منطقيين أكثر لو أننا بررّنا عملية الجذر التربيعى من واقع مفهومه العملى · وبما أننا سوف نستخدم لاحقًا المنحنى الطبيعى بكثافة ، فإن الإنحراف المعيارى بتعريفه ذاك سيكون مقياسًا مفيدًا جدًا · ولأغراض أخرى سنستغل مربَّع الإنحراف المعيارى [أو التباين variance] والذى يعرف فى المعادلة التالية بالتالى :

$$ع^{٢} = \frac{\sum_{و=١}^{و=ن} (س_{و} - \bar{س})^{٢}}{ن}$$

إن الإحصائيين الرياضيين قد وجدوا أن مفهوم التباين ذو قيمة نظرية أعلى من مفهوم الإنحراف المعيارى · وابتداءً من الفصل السادس عشر* سوف نستخدم (وباستمرار) مقياس التباين ، لكننا فى الوقت الحاضر سنحصر إهتمامنا فى الإنحراف المعياري · المفهومان يقوم كلٌّ واحد منهما مقام الآخر فى سهولة ويسر ، بحيث أننا يمكن أن نعبُر إلى أحدهما من خلال الآخر بكل سهولة ، إذ أنه لو عُرِّفَ التباين كمربَّع الإنحراف المعيارى أو عُرِّف الإنحراف المعيارى كالجذر التربيعى للتباين فإن الأمر سواء ·

* فى الجزء الثانى من الكتاب ·

حساب الإنحراف المعياري
من البيانات غير المبوبـــة

مع أن الإنحراف المعياري يمكن أن يحسب دائمًا باستخدام المعادلة الأساسية المطبقة سالفًا إلا أنه أبسط من ذلك أن يحسب بواسطة معادلات حسابية لا تتطلب طرح المتوسط الحسابى من كل قيمة على حدة . فالمتوسط الحسابى ليس بالضرورة أن يكون دائمًا رقمًا صحيحًا بدون كسر كما أن أخطاء تقريب الأرقام لأقرب عدد صحيح (أو جبرها) كثيرًا ما تتوفر عند استخدام المعادلة السابقة . ولنرى كيف يمكن أن نبسِّط العمليات الحسابية . دعنا نحلِّل الحَدْ الذى يظهر فى البسط فى المعادلة أعلاه إلى مكوناته لنحصل على التالى : -

$$\frac{\underset{و = ١}{\overset{و = ن}{\text{مجـ}}} \left(س_و - \bar{س} \right)^{٢}}{ن} = \frac{\underset{و = ١}{\overset{و = ن}{\text{مجـ}}} \left(س_و^{٢} - ٢\, س_و \bar{س} - \bar{س}^{٢} \right)}{ن}$$

$$= \frac{\underset{و = ١}{\overset{و = ن}{\text{مجـ}}} س_و^{٢} - ٢\bar{س} \underset{و = ١}{\overset{و = ن}{\text{مجـ}}} س_و + ن\, \bar{س}^{٢}}{ن}$$

لاحظ أنَّه مادامت قيمة [$\bar{س}$] ثابتة ، فإنه باستطاعتنا وضعها أمام علامة الجمع (مجـ) فى الجزء الثانى من تعبير البسط . وفى الجزء الثالث من تعبير البسط استفدنا من حقيقة أن لكل ثابت « أ » لمفردات تساوى «ن» ، يكون :

$$\underset{\text{و} = ١}{\overset{\text{و} = \text{ن}}{\text{مجـ}}}\ \text{أ} = \text{ن} \times \text{أ} .$$

ولكن لأنَّ $\text{ن} \times \bar{\text{س}} = \underset{\text{و} = ١}{\overset{\text{و} = \text{ن}}{\text{مجـ}}}\ \text{س}_{\text{و}}$ ، فإن التعبير الأوسط من تعابير البسط الثلاثة ، يمكن إختصاره إلى « $-\ ٢\text{ن}\ \bar{\text{س}}^{٢}$ » ، ويمكننا أن نكتب : −

$$\frac{\underset{\text{و} = ١}{\overset{\text{و} = \text{ن}}{\text{مجـ}}}\ (\text{س}_{\text{و}} - \bar{\text{س}})^{٢}}{\text{ن}} = \frac{\underset{\text{و} = ١}{\overset{\text{و} = \text{ن}}{\text{مجـ}}}\ \text{س}_{\text{و}}^{٢}}{\text{ن}} - ٢\bar{\text{س}}^{٢} + \bar{\text{س}}^{٢}$$

$$= \frac{\underset{\text{و} = ١}{\overset{\text{و} = \text{ن}}{\text{مجـ}}}\ \text{س}_{\text{و}}^{٢}}{\text{ن}} - \bar{\text{س}}^{٢}$$

ولذلك فإن الإنحراف المعياري : −

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\underset{\text{و} = ١}{\overset{\text{و} = \text{ن}}{\text{مجـ}}}\ \text{س}_{\text{و}}^{٢}}{\text{ن}} - \bar{\text{س}}^{٢}} \qquad (٦ - ٤)$$

هنالك معادلات بديله لحساب الإنحراف المعيارى كالآتى : −

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\underset{\text{و} = ١}{\overset{\text{و} = \text{ن}}{\text{مجـ}}}\ \text{س}_{\text{و}}^{٢}}{\text{ن}} - \left(\frac{\underset{\text{و} = ١}{\overset{\text{و} = \text{ن}}{\text{مجـ}}}\ \text{س}_{\text{و}}}{\text{ن}}\right)^{٢}} \qquad (٦ - ٥)$$

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} \text{س}_{\text{و}}^{2} - \frac{\left(\sum\limits_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} \text{س}_{\text{و}}\right)^{2}}{\text{ن}}}{\text{ن}}} \qquad (٦ - ٦)$$

$$\text{ع} = \frac{1}{\text{ن}} \sqrt{\text{ن} \sum\limits_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} \text{س}_{\text{و}}^{2} - \left(\sum\limits_{\text{و}=1}^{\text{و}=\text{ن}} \text{س}_{\text{و}}\right)^{2}} \qquad (٦ - ٧)$$

رغم أن أى واحدة من هذه المعادلات يمكن استخدامها لحساب الإنحراف المعياري ، إلا أن المعادلة (٦ -٧) تتضمن أو تنطوى على أخطاء أقل لتقريب الأرقام إلى أعداد صحيحة ، ولذلك ينصح بها دون غيرها .

دعنا نستخدم واحدة من هذه المعادلات الحسابية ، ولتكن المعادلة (٦ -٧) فى حل المسألة السابقة عندما تكون ن = ٥

$\text{س}_{\text{و}}$	$\text{س}_{\text{و}}^{2}$
٧٢	٥١٨٤
٨١	٦٥٦١
٨٦	٧٣٩٦
٦٩	٤٧٦١
٥٧	٣٢٤٩
٣٦٥	٢٧١٥١

بالإضافة إلى مجموع المفردات فإن الكميتين المطلوبتين هما مجـ $س_و$ و مجـ $س^٢$. كلا المجموعتين يمكن الحصول عليهما فى نفس الوقت بواسطة الآلات الحاسبة الحديثة .

الآن دعنا نحسب الانحراف المعيارى باستخدام المعادلة (٦ -٧) .

$$ع = \frac{١}{٥} \sqrt{٥\,(٢٧١٥١) - (٣٦٥)^٢}$$

$$= \frac{١}{٥} \sqrt{١٣٥٧٥٥ - ١٣٣٢٢٥}$$

$$= ١٠{,}٠٦ \;.$$

لقد استخدمنا هذه المعادلة البسيطة ، لنبين أن هذه المعادلة الحسابية تعطى نفس النتيجة الرقمية التى أعطتها المعادلة الأساسية (٦ -٣) . ولأن $\bar{س}$ صارت عدداً صحيحاً فإن المعادلة الحسابية تطلبت إجراءات حسابية أكثر مما تطلبته المعادلة الأساسية ؛ وبالطبع ليس هذا هو الحال عادة .

حساب الإنحراف المعيارى من البيانات المبوبة

عندما تبوب البيانات ، فإن عملنا يمكن أن يبسط إلى درجة كبيرة . حيث أننا سنعامل أية حالة أو مفردة كما لو أنها تحتل وسط فئة معينة حتى وإن لم تكن هذه هى الحقيقة . وبالطبع فإننا بهذا النهج نقحم شيئًا من عدم الدقة ، لكن الوقت الذي سنوفره سيكون معتبراً إن قدر للحسابات أن تجرى يدوياً ! فباتباع نهج مألوف ، افترض أن :

$ح_و = (س_و - \bar{س})$ ، حـيـث « $ح_و$ » تمثل الإنحرافات عن المتوسط الحسابي للمفردة « و » والمعادلة الأساسية للإنحراف المعيارى تقرأ :

$$ع = \sqrt{\frac{\sum_{و=1}^{و=ن} ح_و^2}{ن}}$$

الآن يمكن أن نعدل المعادلة لتأخذ فى الإعتبار حقيقة أن هنالك عدداً كبيراً من الحالات جميعها عوملت وكأنّ لها نفس القيمة – أى اعتبرت نقطة من نقاط الوسط . فلو ضربنا عدد الحالات فى كل فئة بقيمة تلك النقطة من نقاط الوسط ، وجمعنا حواصل الضرب تلك ، يمكن أن نوفر على أنفسنا جهد جمع كل الحالات المدروسة « ن » فى المعادلة للانحراف المعيارى ، وبذلك تكون معادلته : –

$$ع = \sqrt{\frac{\sum_{و=1}^{و=ك} ح_و^2 \times ف_و}{ن}} \qquad (٦ - ٨)$$

حيث أن قيمة « $ف_و$ » تدل على عدد الحالات [التكرارات] فى كل فئة ، و« ك » تدل على عدد الفئات .

٦ – ٥ معامل الإختلاف Coefficient of variation

قد نرغب أحيانًا فى مقارنة عدة مجموعات فيما يختص بتجانسها النسبى فى حالة أن تكون لهذه المجموعات متوسطات حسابية مختلفة عن

بعضها البعض إختلافًا كبيرًا . ولذلك فإنه قد يكون مضللاً شيئًا ما ، أن نقارن القيم المطلقة للإنحرافات المعيارية . يتوقع الفرد أن يجد إنحرافًا معياريًا كبيرًا إلى حد معقول إذا ما وجد أن المتوسط الحسابى لنفس البيانات كبيرًا جدًا . ولهذا السبب فإنه يمكن الإهتمام - بصفة رئيسية - بحجم الإنحراف المعيارى بالنسبة لحجم المتوسط الحسابى . وهذا يؤدى إلى أننا قد نحصل على مقياس للإختلاف أو التباين النسبى إذا ما قسمنا الإنحراف المعياري على المتوسط الحسابى ، والنتيجة يطلق عليها « معامل الإختلاف » ويرمز لمعامل الإختلاف بالحرف « م » .

وهكذا فإن م = $\frac{ع}{\bar{س}}$ [لاحظ أنه ما دام معامل الإختلاف هو معدل أو نسبة rate or ratio فإنه يحتاج إلى مستوى قياس « فترى » Interval level of measurement] . ولتبيان فوائد وميزات معامل الإختلاف على الإنحراف المعيارى ، خذ هذا المثال : - إفترض أن أحد علماء النفس الإجتماعى يحاول أن يثبت تجانس مجموعتين فيما يتعلق بالعمر وكان متوسط العمر عند إحدى المجموعتين هو ٢٦ سنة وبانحراف معيارى ٣ سنوات . وفى الأخرى كان متوسط العمر ٣٨ سنة وبانحراف معيارى ٥ سنوات . معاملا الإختلاف بالنسبة للمجموعتين يكونان على النحو التالى :

$\frac{٣}{٢٦}$ = ١١٥ر٠ و $\frac{٥}{٣٨}$ = ١٣٢ر٠ ؛ فرق معاملا الاختلاف أصغر بكثير من الفرق بين الإنحرافين المعياريين . وبالنظر إلى أن العمر يكون أقل أهمية فى تحديد المصالح والقدرات والمركز الإجتماعى كلما ازداد متوسط العمر لأفراد المجموعة ، كانت مقارنة معاملى الإختلاف فى هذه الحالة أقل تضليلاً بكثير جدًا مما لو إستخدمنا الإنحرافات المعيارية .

مثال آخر ، افترض أننا مهتمين بدرجة التشتت ، أو التباين ، فى كثافة

أو تدفق حركة المرور من يومٍ إلى آخر من أيام الأسبوع ، وفى أوقات مختلفة فى نفس اليوم ٠ التباينات فى كثافة تدفقات حركة المرور هذه على إطلاقها يمكن أن تكون مضللة إلا إذا دُعِّمَتْ بمتوسطاتها الحسابية ليؤخذ فى الإعتبار الإختلافات أو الفروقات فى متوسط أحجام المرور فى الأوقات المختلفة خلال اليوم الواحد ٠

يمكن أيضًا ، إذا رغب الفرد ، أن يستخدم التباين النسبى ٠ وعلى أية حال ، فإن مقاييس التشتت النسبية هذه لم تُسجل كثيرًا فى أدب علم الإجتماع ٠ إنما عادة يجد الفرد أن المتوسطات والإنحرافات المعيارية هى التى تسجل على أعمدة متقاربة ٠

٦ –٦ مقاييس أخرى لتلخيص البيانات ٠

لقد ناقشنا حتى الآن نوعين فقط من أنواع مقاييس تلخيص البيانات : – مقاييس النزعة المركزية ، ومقاييس التشتت ٠ وبما أن هناك بعض المقاييس الأخرى الممكنة إلا أنها نادرًا ما تستخدم فى البحوث الإجتماعية ٠ وبالطبع كثيرًا ما نجد أن التوزيع التكرارى كله مُعطى ولكن ليس هذا هو مقياس أوحد ٠ فقد نرغب أحيانًا فى تبيان درجة التفلطح Skewness فى التوزيع ٠ وأحد مقاييس التفلطح يستفيد من حقيقة أنه كلما كان التفلطح كبيرًا كان الفرق بين المتوسط الحسابى والوسيط كبيرًا ٠

هذا المقياس تعكسه المعادلة التالية : –

التفلطح = $٣ \frac{(\bar{س} - ط)}{ع}$ حيث أن « ط » ترمز إلى الوسيط ٠

فإذا كان التوزيع مائلاً نحو اليمين [يعنى درجات عديدة تأخذ علامة موجبة] فإن المتوسط يكون أكبر من الوسيط ، وتكون النتيجة رقمًا بعلامة

موجبة . وإذا كان التوزيع مائلاً نحو اليسار فإن النتيجة ستكون بعلامة سالبة .

فى قليل من الأحيان نجد أيضاً إشارات إلى القمم Peakedness العامة للتوزيع ، وإشارة إلى مصطلح « الإحدوداب kurtosis » ، ويستخدم للإشارة لهذا النوع من المقاييس والذى سنتطرق إليه باختصار بعد تغطية المنحنى الطبيعى . والكتب الإحصائية المرجعية التى كتبت أساساً لطلاب الإقتصاد، عادة تغطى بعمق أكبر هذين المقياسين - « التفلطح » و « الأحدوداب » . وعندما نشرع فى وصف التكوينات القطعية لتوزيعات المتغيرات الإجتماعية يمكننا أن نجد استخدامات بدرجة أكبر لهذه المقاييس الوصفية .

التمارين

١ - أحسب متوسط الإنحرافات والإنحراف المعياري من البيانات المعطاة فى التمرين (١) من الفصل الخامس [الإجابة : ٦٢ر٩ ؛ ٩٥ر١١] .

٢ - أحسب الإنحراف المعيارى والإنحراف الربيعى من البيانات المجمعة فى التمرين (١) بالفصل الرابع . إفعل نفس الشئ مع التمرين (٢) بالفصل الرابع .

٣ - أحسب الإنحراف المعياري للبيانات المعطاة بالتمرين (٤) ، الفصل الخامس [الإجابة : ٨٣ر١٠] .

٤ - بين كيف يتأثر الإنحراف المعيارى بكل واحدة من التغييرات المشار إليها فى التمرين (٥) بالفصل الخامس .